

ІНСТИТУТ ЯДЕРНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

На правах рукопису

БАБАК ОЛЕКСАНДР ВІКТОРОВИЧ

УДК: 539.17

ДИСЕРТАЦІЯ

**ОПТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСУ ВЗАЄМОДІЇ ЧАСТИНОК І
СЛАБКОЗВ'ЯЗАНИХ ЯДЕР З ЯДРАМИ В ОБЛАСТІ НИЗЬКИХ І
СЕРЕДНІХ ЕНЕРГІЙ**

Спеціальність: 01.04.16 – фізика ядра, елементарних частинок і високих енергій

подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук. Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ О.В. Бабак

Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
завідувач лабораторії теорії ядерних взаємодій та процесів
відділу структури ядра Інституту ядерних досліджень НАН України
Михайлюк Вадим Петрович

Київ – 2020

АНОТАЦІЯ

Бабак О.В. ОПТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСУ ВЗАЄМОДІЇ ЧАСТИНОК І СЛАБКОЗВ'ЯЗАНИХ ЯДЕР З ЯДРАМИ В ОБЛАСТІ НИЗЬКИХ І СЕРЕДНІХ ЕНЕРГІЙ.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.04.16 «Фізика ядра, елементарних частинок і високих енергій» – Інститут ядерних досліджень Національної академії наук України, Київ, 2020.

Дисертаційна робота присвячена вивченню взаємодії частинок і легких ядер з ядрами на основі оптичної моделі ядерного розсіяння.

Оптична модель є потужним методом дослідження і описання ядерних процесів, але можливість описувати різні реакції за допомогою підгонки параметрів оптичного потенціалу занадто ускладнює модель (призводить до нефізичних значень параметрів), виникають складнощі з описанням таких характеристик ядерних реакцій як поляризація нуклонів.

В даний час накопичено значний експериментальний матеріал щодо взаємодії частинок і легких, в тому числі радіоактивних, ядер з ядрами в області низьких та середніх енергій. Тому побудова моделей, які описують ядерні реакції з оглядом на особливості як внутрішньої структури налітаючих частинок, так і процесів, що протікають під час ядерної взаємодії, є актуальною задачею.

У роботі було розвинуто оптичну модель для опису наступних реакцій: пружного розсіяння дейтроноподібних частинок важкими ядрами за підбар'єрних енергій, розщеплення дейтроноподібних частинок при розсіянні ядрами за надбар'єрних енергій, а також поляризації протонів при розсіянні ядрами за середніх енергій.

Дисертаційна робота містить три наукових розділи.

У першому розділі запропоновано вид ядерного оптичного потенціалу (ЯОП) слабкозв'язаної частинки, який може бути використаний для дослідження пружного розсіяння дейтроноподібних частинок важкими ядрами за підбар'єрних енергій. Доведено, що параметри знайденого потенціалу, отримані з підгонки експериментальних даних, є нефізичними (великі значення радіусів або дифузності форми потенціалу). Для теоретичної побудови ЯОП, який може передбачити величини перерізів пружного розсіяння таких частинок, запропоновано модель, яка має простий фізичний зміст: слабкозв'язана дейтроноподібна частинка розглядається як композитна частинка, що просторово поляризується в кулоновому полі, внаслідок чого нейтрон попадає в область дії ядерного поля ядра-мішені. Поляризованість частинок описується електричним оптичним потенціалом (ЕОП) в рамках адіабатичної моделі, яка не має підгоночних параметрів. Уперше здобуто наближений аналітичний вираз для ЕОП для розрахунків пружного розсіяння легких слабкозв'язаних дейтроноподібних іонів в електричному полі важких ядер в області поворотних точок. Проведено розрахунки ЕОП і досліджено його властивості для випадку розсіяння дейтронів та іонів ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$. Не дивлячись на те що розрахований ЕОП має малу абсолютну величину, отриманий потенціал дозволяє дослідити причину виникнення нефізичних параметрів оптичних потенціалів при теоретичній інтерпретації даних з пружного розсіяння таких ядер. Доведено, що критерій використаного наближення виконується до границі ядра-мішені.

Застосування ЕОП дозволяє побудувати ЯОП для розсіяння дейтроноподібної частинки без підгонки параметрів за допомогою моделі згортки, в якій параметри складових частинок ЯОП знаходяться з використанням наявних експериментальних даних.

Використовуючи ЕОП, у роботі було розраховано хвильову функцію поляризованого дейтрона в області поворотних точок, а ЯОП здобуто як згортку суми ЯОП протона і нейтрона з функцією розподілу цих частинок у поляризованому дейтроні. Такий підхід дає можливість використання глобальних

оптичних потенціалів нуклонів для опису реакцій з такими композитними легкозв'язаними частинками як дейтрон, ${}^6\text{He}$ та ін.

На основі розробленого підходу розраховано перерізи пружного розсіяння дейтронів за енергій 7, 7,3 та 8 MeV ядрами ${}^{208}\text{Pb}$, 4, 5,5 та 5 MeV ядрами ${}^{124}\text{Sn}$, а також 3,5, 4,5 та 5,16 MeV ядрами ${}^{58,62}\text{Ni}$. Знайдено що врахування поляризованості налітаючих дейтронів посилює ядерний оптичний потенціал у периферійній області та дає задовільний опис експериментальних даних, що підтверджує застосовність запропонованої моделі, дає змогу пояснити причину виникнення нефізичних параметрів традиційних оптичних потенціалів при теоретичній інтерпретації даних із пружного розсіяння.

У другому розділі досліджувалась взаємодія дейтронів з ядрами за надбар'єрних енергій. За таких енергій адіабатичне наближення незастосовне, оскільки поворотні точки лежать глибоко в ядерному полі ядра-мішені. Взаємодія дейтрона з ядром-мішенню розглядалась для реакції розщеплення дейтрона на нейтрон і протон з вильотом продуктів реакції під малими кутами. За такої умови реакція є переважно пружною і була досліджена на основі методу деформованих хвиль. Доведено, що урахування лише кулонового механізму реакції розщеплення незадовільно описує наявні експериментальні дані, а врахування стандартних ЯОП дейтрона та його складових ще більше погіршує розбіжність розрахунків з наявними експериментальними даними. У запропонованому підході було проведено дослідження впливу ЯОП для дейтронів та його складових на диференціальні перерізи реакцій. Запропоновано модель ЯОП дейтрона, в якій потенціал взаємодії дейтрона з ядром-мішенню розглядався як сума ЯОП нейтрона і протона. В такому підході було використано модель "точкового" дейтрона (МТД), в якій потенціал взаємодії між протоном і нейтроном апроксимувався δ -функцією Дірака. Також було запропоновано модель оптичного потенціала взаємодії дейтрона з ядром-мішенню як згортка ЯОП нейтрона і протона по Хюльтенівій функції основного стану дейтрона.

Доведено, що поведінка диференціального перерізу реакції розщеплення суттєво залежить від вибору моделі ЯОП дейтрона. У дисертаційній роботі було

запропоновано модель, в якій емпірично враховувалась внутрішня структура налітаючого дейтрона. Запропонована модель дозволила задовільно описати наявні експериментальні дані щодо перерізів реакції розщеплення дейтронів за енергії 56 MeV ядрами ^{12}C , ^{40}Ca та ^{90}Zr . Доведено, що врахування внутрішньої структури дейтрона помітно впливає на поведінку розрахованих характеристик реакції розщеплення за надбар'єрних енергій.

У третьому розділі виконано розвиток оптичної моделі для вивчення взаємодії адронів середніх енергій ядрами. В такому підході оптична модель потребує використання оптичного потенціала з урахуванням спин-орбітової взаємодії. Запропонований підхід дозволяє описати експериментальні дані з адрон-ядерного пружного розсіяння, в тому числі спостережувані характеристики для поляризації налітаючих частинок.

У дисертаційній роботі для дослідження протон-ядерного розсіяння в області середніх енергій використовувалось 2-ге Борнове наближення. Доведено, що використання такого наближення обумовлено тим, що амплітуда розсіяння, розрахована в 1-му Борновому наближенні з ермітовим потенціалом, є дійсною і в результаті поляризація нуклонів ядрами дорівнює нулю. Тому для коректного розрахунку поляризації частинок, який враховує внесок від комплексної частини потенціалу, потрібно використовувати принаймні 2-ге Борнове наближення.

Уперше в 2-му Борновому наближенні здобуто аналітичні вирази для амплітуди розсіяння, диференціального перерізу, поляризації, функції повороту спіна та кута повороту спіна розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca , що дало змогу явно визначити залежність спостережуваних характеристик від параметрів оптичного потенціалу.

Проведено порівняння теоретичних розрахунків, виконаних із застосуванням Борнового наближення та оптичної моделі. Доведено, що використані підходи дозволяють задовільно описати наявні експериментальні дані при енергіях 150 та 200 MeV.

Доведено, що врахування 2-го Борнового наближення дозволяє задовільно описати наявні експериментальні дані в області енергій 200÷800 MeV.

Ключові слова: підбар'єрні енергії, надбар'єрні енергії, оптична модель, метод деформованих хвиль, Борнове наближення, середні енергії, пружне розсіяння, поляризаційні спостережувані.

ABSTRACT

Babak O.V. THE OPTICAL MODEL FOR THE DESCRIPTION OF THE PARTICLES AND WEAKLY-BOUND NUCLEI INTERACTION WITH NUCLEI IN THE REGION OF LOW AND MIDDLE ENERGY. – MANUSCRIPT.

Thesis for Doctor of Philosophy (candidate) degree (Physics and Mathematics) by specialty 01.04.16 «Physics of Nucleus, Elementary Particles and High Energies» – Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2020.

Optical model was developed to describe the following reactions: elastic scattering of deuteron-like particles at heavy nuclei at sub-barrier energies; the break-up of deuteron, scattering at the nuclei by the above-barrier energies; and polarization of protons by scattering at nuclei at intermediate energies.

In the sub-barrier energy scattering reactions, the nuclear optical potential (NOP) of a weakly coupled particle, obtained from the fit of the experimental data, has non-physical parameters (large values of potential shape parameters, like radii or diffusivity). For the theoretical construction of the optical potential that can predict the magnitudes of the elastic scattering cross sections of such particles, the proposed model has a simple physical content: a weakly bound deuteron-like particle is considered as a composite particle, which is polarized in the Coulomb field, which causes the neutron to fall into the field of action target nuclei. Particle polarization is described by an electrical optical potential within an adiabatic model that has no fitting parameters. For the first time, an analytical expression for electrical optical potential (EOP) has been obtained for the calculations of the elastic scattering of light weakly bound deuteron nuclei in the electric field of heavy nuclei in the area of turning points.

Using of EOP allows the construction of the deuteron-like particle nuclear optical potential without parameter fitting, within the folding model, on the basis of constituent particles ("proton" and "neutron") optical potentials, which are obtained from experimental data on the elastic scattering of these particles. Using the EOP, the wave function of the polarized deuteron in the region of turning points was calculated, and the NOP was obtained as a folding of the sum of the NOP of the proton and neutron with the function of the distribution of these particles in the polarized deuteron. This model allows the use of global optical potentials of nucleons to describe reactions with such composite, weakly-bound particles as deuteron, ^6He et al.

The cross-sections for deuterons elastic scattering at the energies of 7, 7.3, and 8 MeV on ^{208}Pb nuclei were calculated; for scattering energies of 4, 5.5 and 5 MeV at ^{124}Sn nuclei; for scattering energies of 3.5, 4.5, and 5.16 MeV at $^{58, 62}\text{Ni}$ nuclei. It is shown that taking into account the polarization enhances the nuclear optical potential in the peripheral region and gives a satisfactory description for the experimental data on the scattering of deuterons on nuclei. This confirms the applicability of the proposed model, makes it possible to explain the cause of non-physical parameters of traditional optical potentials in the theoretical interpretation of the data from elastic scattering.

Interaction of deuterons with heavy nuclei by above-barrier energy was investigated. At such energy, the adiabatic approximation is not applicable, since the turning points lie deep in the nuclear field of the target nucleus. The interaction of the deuteron with the target nucleus was considered as an example of the deuteron break-up to a neutron and a proton, with the scattering of the reaction products at small angles. Under this condition, the reaction is predominantly elastic and has been investigated in the Distorted Wave Born Approximation (DWBA). Taking into account only the Coulomb mechanism of the break-up reaction does not sufficiently describe the available experimental data, taking into account the standard NOP of the deuteron and its components further impress the divergence of the calculations with the experiment data. In the proposed approach, the effect of deuteron and its constituents on reaction cross sections was investigated. A zero-point model of a deuteron NOP is proposed,

where the interaction potential of a deuteron with a target nucleus is expressed by the sum of the neutron-proton NOP and the folding model of the neutron-proton NOP by the Hülten function of the deuteron ground state.

It is shown that the shape of the break-up reaction cross-section depends on the choice of the model of the deuteron EOP model, but the absolute value of the cross-section exceeds the experimental data almost twice. The model was proposed that empirically considered the internal structure of a incident deuteron and gave a satisfactory description of the data. Comparison of the calculated cross sections of the deuteron splitting reaction at 56 MeV with ^{12}C , ^{40}Ca and ^{90}Zr nuclei is compared with the available experimental data, and it is shown that taking into account the internal structure of the deuteron significantly influences the behavior of the calculated characteristics of the splitting reaction at the above-barrier energies.

The optical model at medium energies requires the use of an optical potential with spin-orbital interaction part, which allows describing experimental data on hadron-nuclear elastic scattering, including the observation of particle polarization. The 2nd Born approximation is used to investigate proton-nuclear scattering in the region of intermediate energies. The use of such an approximation is due to the fact that the scattering amplitude calculated in the 1-st Born approximation with the hermitian potential is real, and as a result, the nucleon nuclei polarization is equal to zero. Therefore, for the correct calculation of spin polarization, which takes into account the contribution from the imaginary part of the potential, it is necessary to use the second Born approximation.

Analytical expressions was obtained for the scattering amplitude, polarization (analyzing power), spin-rotation function, which made it possible to clearly determine the dependence of the observed characteristics on the parameters of the optical potential. Thus, at least the 2nd Born approximation should be used in the calculations of the polarization characteristics of the hadron scattering by nuclei. The parameters of the optical potential was obtained from the comparison of experimental data with theoretical calculations. The observed characteristics of elastic scattering of protons by

^{40}Ca nuclei in the 1st and 2nd Born approximations, and comparisons of theoretical calculations with experimental data were performed in region from 200 MeV up to 800 MeV. The results obtained indicate that the calculations in the 2nd BN allow us to better describe the available experimental data, in comparison with the same results obtained in the 1st Born approximation..

Keywords: sub-barrier energies, below-barrier energies, optical model, Distorted Wave Born Approximation, Born approximation, intermediate energies, elastic scattering, polarization observables.

Список публікацій здобувача:

статті у фахових наукових журналах:

1. *К.О. Теренецький, А.В. Бабак, В.П. Вербицкий, О.Д. Григоренко.* Оптический потенциал для подбарьерного упругого рассеяния легких слабосвязанных дейтроноподобных ядер// *Ядерна Фізика та Енергетика.* – 2007. – №3(21). С. 47.
2. *О.В. Бабак, В.П. Вербицкий, О.Д. Григоренко.* Потенціали ядерної взаємодії дейтронів з важкими ядрами в моделі однократної згортки// *Ядерна Фізика та Енергетика.* – 2013. – №3(14). С. 247.
3. *Yu.N. Pavlenko, V.P. Verbytskyi, O.I. Rundel, O.V. Babak, O.K. Gorpinich, V.V. Ostashko, Yu.Ya. Karlyshev, O.D. Grygorenko, T.A. Korzina, A.V. Stepaniuk, I.P. Dryapachenko, E.M. Mozzhukhin.* Deuteron interaction with ^{124}Sn nuclei at sub-barrier energies// *Ядерна Фізика та Енергетика.* – 2015. – №1(16). С. 15.
4. *О.В. Бабак, V.P. Mikhailyuk.* Розщеплення дейтронів ядрами ^{40}Ca при енергії 56 MeV// *Ядерна Фізика та Енергетика.* – 2019. – №4(20). С. 375.
5. *О.В. Бабак, Yu.A. Berezhnoy, V.P. Mikhailyuk.* Born approximation for polarization observables of protons by ^{40}Ca // *Український Фізичний Журнал.* –2020.– №5 (65). С. 367.

тези конференцій:

1. *О.В. Бабак, В.П. Вербицький, К.О. Теренецький.* Розрахунок амплітуди розщеплення слабкозв'язаних частинок при взаємодії з важкими ядрами мішеней// XIV Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2007. – С. 57 – 58.
2. *К.О. Теренецький, О.В. Бабак.* Розвал дейтрона з урахуванням ефектів другого порядку // XVI Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2009.
3. *Ю.М. Павленко, В.М. Пугач, В.Л. Шаблов, О.К. Горпинич, А.В. Степанюк, Т.О. Корзина, Ю.Я. Карлишев, В.П. Вербицький, О.В. Бабак, В.В. Осташко, І.П. Дряпаченко, Е. М. Можжухін, В.О. Кива, Д.В. Касперович, Л.Л. Дулгер.* Розпад першого збудженого стану ядра ^8Be в реакції $^{11}\text{B}(p, \alpha\alpha)\alpha$ при $E_p = 3,75 \text{ MeV}$ // XXI Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2014. – С. 72.
4. *Ю.М. Павленко, В.П. Вербицький, О.В. Бабак, О.І. Рундель, О.К. Горпинич, О.Д. Григоренко, А.В. Степанюк.* Дослідження взаємодії дейтронів з ядрами ^{124}Sn при підбар'єрних енергіях // XXI Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2014. – С. 75.
5. *Ю.М. Павленко, В.П. Вербицький, О.В. Бабак, О.І. Рундель, О.К. Горпинич, О.Д. Григоренко, А.В. Степанюк, Т.О. Корзина.* Пружне розсіяння дейтронів на ядрах $^{58,62}\text{Ni}$ за підбар'єрних енергій// XXII Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2015. С. 70.
6. *О.В. Бабак, В.П. Михайлюк.* Дослідження реакції розвалу дейтронів при розсіянні на ядрах ^{40}Ca // XXVI Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2019, С. 18.
7. *О. В. Бабак, Ю. А. Бережной, В. П. Михайлюк.* Борнове наближення для поляризаційних характеристик розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca // XXVII Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2020, С. 13.

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ

ОМ – оптична модель

ОП – оптичний потенціал

ЕОП – електричний оптичний потенціал

ЯОП – ядерний оптичний потенціал

МЗ – модель згортки

МеВ – мегаелектрон-вольт, одиниця енергії

МТД – модель точкового дейтрона, в якій потенціал взаємодії між протоном і нейтроном апроксимується дельта-функцією Дірака

СЗЯ - слабкозв'язане ядро - ядро, що складаються із двох кластерів, енергія першого збудженого рівня яких є більшою за енергію фрагментації (розщеплення) на дані кластери

фм – фермі, одиниця довжини, $1\text{фм}=10^{-13}$ см.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	2
СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ	11
ЗМІСТ	12
ВСТУП	14
РОЗДІЛ 1. ПІДБАР'ЄРНЕ РОЗСІЯННЯ СЛАБКОЗВ'ЯЗАНИХ ЯДЕР ВАЖКИМИ ЯДРАМИ	21
1.1. Вступ	21
1.2. Кулонове розсіяння слабкозв'язаних ядер важкими ядрами	23
1.3. Підбар'єрне розсіяння дейтроноподібних частинок ядрами з урахуванням ядерного оптичного потенціалу	44
1.4. Висновки до розділу 1	57
РОЗДІЛ 2. РОЗЩЕПЛЕННЯ СЛАБКОЗВ'ЯЗАНИХ ЯДЕР ЯДРАМИ ЗА НАДБАР'ЄРНИХ ЕНЕРГІЙ	58
2.1. Вступ	58
2.2. Наближення викривлених хвиль для взаємодії слабкозв'язаних ядер з ядрами	59
2.3. Кулонове розщеплення легких слабкозв'язаних ядер	61
2.4. Розщеплення легких слабкозв'язаних ядер з урахуванням ядерного та кулонового оптичного потенціалу	64
2.5. Висновки до розділу 2	76
РОЗДІЛ 3. ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЗСІЯННЯ ПРОТОНІВ ПРОМІЖНИХ ЕНЕРГІЙ ЯДРАМИ	77
3.1 Вступ	77
3.2 Амплітуда розсіяння протонів ядрами в Борновому наближенні	79
3.3. Поляризаційні характеристики розсіяння протонів проміжних енергій ядрами в першому Борновому наближенні	84
3.4. Поляризаційні характеристики розсіяння протонів проміжних енергій ядрами	

в другому Борновому наближенні	96
3.5. Висновки до розділу 3	122
ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ	123
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	125

ВСТУП

Оптична модель розсіяння адронів і слабкозв'язаних частинок ядрами з використанням комплексного оптичного потенціалу є важливою фундаментальною проблемою ядерної фізики. Така модель описує рух однієї частинки в середньому полі, яке створюється нуклонами, що входять до складу ядра. Середнє поле, у якому рухається налітаюча частинка, зазвичай описується простим феноменологічним одночастинковим потенціалом. Таке наближення дозволяє перейти від задачі багатьох тіл до задачі одного тіла в полі комплексного потенціалу, суттєво спрощує розрахунки перерізів взаємодії та знаходить підтвердження як в узгодженні спостережуваних характеристик розсіяння з існуючими експериментальними даними, так і в ряді багатьох інших важливих фундаментальних фізичних проблем.

Зважаючи на те, що оптична модель ядерного розсіяння є потужним інструментом для пояснення та інтерпретації великої кількості експериментальних даних у широкій області енергій, можна зробити важливий висновок про те, що концепція ядерної матерії має повністю реалістичний характер.

Ядерне середовище характеризується певними величинами показника заломлення та коефіцієнта поглинання для кожної довжини хвилі налітаючої частинки. Таким чином комплексний потенціал еквівалентний комплексному показнику заломлення ядерної матерії, уявна частина якого описує поглинаючі властивості ядра. Поглинання ядрами налітаючих частинок, яке описується в оптичній моделі уявною частиною з використанням одночастинкового комплексного потенціалу, слід розглядати як вибування частинок із пружного каналу в різні непружні канали.

Актуальність теми.

Дослідження взаємодії легких частинок з ядрами має вже більш ніж столітню історію і сягає сьогодення. Зважаючи на відсутність точного розуміння природи нуклон-нуклонної взаємодії та різноманіття процесів, які супроводжують

ядерні реакції, теоретичний апарат описання ядерних реакцій має багато галузей, моделей та підходів, які можуть доповнювати один одного. Однією з таких моделей є оптична модель.

Згідно оптичної моделі, розсіяння ядер можна описати подібно до розсіяння світла напівпрозорим середовищем. За такої концепції взаємодія нуклонів налітаючої частинки з нуклонами ядра-мішені усереднюється полем, яке описується потенціалом з дійсною та уявною частиною. Цей квантово-механічний підхід дозволяє описати реакцію взаємодії нуклонів, які можуть бути розсіяні, передані або поглинені потенціалом. Оптичний потенціал - це ефективний інструмент, який використовується не тільки для описання пружного розсіяння, але і як інгредієнт для прогнозування перерізів та кутових розподілів багатьох процесів прямих реакцій і тому відіграє важливу роль у ядерній фізиці.

Нова ера експериментів з радіоактивними пучками виявила необхідність синтезу підходів до ядерних реакцій та структури ядер. Радіоактивні ядра з надмалим часом життя мають екзотичні структури (великий розмір, “гало” або нейтронну “шкіру”, оболонки з новими магічними номерами і т.ін.). Реакції з екзотичними ядрами, такими як ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{9,11,14}\text{Be}$, активно досліджуються як теоретично, так і експериментально. Саме тому нагальною потребою є розуміння впливу потенціалів взаємодії протонів, нейтронів та легких слабкозв’язаних частинок з ядрами в різноманітних ядерних реакціях.

В даний час накопичено значний експериментальний матеріал щодо взаємодії частинок і легких, в тому числі радіоактивних, ядер з ядрами в області низьких та середніх енергій. Тому побудова моделей, які описують ядерні реакції з оглядом на особливості як внутрішньої структури налітаючих частинок, так і процесів, що протікають під час ядерної взаємодії, є актуальною задачею.

Зв’язок роботи з науковими програмами, темами.

Дисертаційна робота виконана в Інституті ядерних досліджень НАН України в рамках наукових тем відділу теорії ядерних реакцій “Кластерні аспекти структури легких екзотичних та гіпер-ядер” (№ державної реєстрації 0106U005595), “ Дослідження структурних особливостей легких ядер за

допомогою ядерних реакцій” (№ державної реєстрації 0111U001945) та в рамках наукових тем відділу структури ядра НАН України “Дослідження структури ядер, механізмів ядерних реакцій та фізичних процесів в пучках заряджених частинок” (№ державної реєстрації 0117U002847), “Дослідження поділу ядер в низькоенергетичній області, розробка нових методів реєстрації продуктів поділу ядер та вивчення фізичних процесів в пучках заряджених іонів” (№ державної реєстрації 0116U004450), в яких автор був відповідальним виконавцем.

Мета дисертаційної роботи.

Основною метою дисертаційної роботи є розвиток теоретичних підходів, які дають змогу дослідити взаємодію частинок і слабкозв'язаних ядер з ядрами в області низьких і середніх енергій з урахуванням як характерних властивостей налітаючої частинки, так і з урахуванням типу реакції.

Для досягнення цієї мети в роботі було розвинуто оптичну модель для опису наступних реакцій: пружного розсіяння дейтроноподібних частинок важкими ядрами за підбар'єрних енергій, розщеплення дейтроноподібних частинок при розсіянні на ядрах за надбар'єрних енергій, а також для поляризації протонів при розсіянні на ядрах за середніх енергій.

Об'єкт дослідження: розсіяння та супутні реакції частинок та легких ядер з ядрами в області низьких та середніх енергій.

Предмет дослідження: спостережувані характеристики для реакцій нуклонів і дейтронів з важкими ядрами, їх зв'язок з оптичними потенціалами, теоретичні підходи та моделі для таких реакцій.

Методи дослідження: у дисертаційній роботі використано наступні методи обчислення амплітуди пружних та непружних ядерних реакцій: оптична модель, метод деформованих хвиль і Борнове наближення.

Наукова новизна.

Дисертаційна робота присвячена вивченню взаємодії легких частинок з важкими ядрами на основі оптичної моделі ядерного розсіяння. У роботі було розвинуто оптичну модель для опису наступних реакцій: пружного розсіяння дейтроноподібних частинок важкими ядрами за підбар'єрних енергій,

розщеплення дейтроноподібних частинок при розсіянні на ядрах за надбар'єрних енергій, а також поляризації протонів при розсіянні на ядрах за середніх енергій.

На основі адіабатичної моделі пружного розсіяння легких нейтронадлишкових ядер ядрами за підбар'єрних енергій, з використанням електричного оптичного потенціалу, запропоновано модель для врахування впливу ядерного поля важкого ядра мішені за умови поляризованості налітаючої частинки в кулоновому полі. Уперше здобуто наближений аналітичний вираз для електричного оптичного потенціалу в області поворотних точок, досліджено його властивості для випадку розсіяння дейтронів та іонів ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$ і доведено, що критерій використаного наближення виконується до границі ядра-мішені.

Уперше побудовано ядерний оптичний потенціал, який враховує поляризованість налітаючої дейтроноподібної частинки в області поворотних точок і доведено, що такий потенціал дозволяє задовільно описати перерізи пружного розсіяння дейтронів ядрами ${}^{208}\text{Pb}$, ${}^{124}\text{Sn}$ та ${}^{58, 62}\text{Ni}$ за підбар'єрних енергій.

Знайдено, що врахування поляризованості налітаючих дейтронів посилює ядерний оптичний потенціал у периферійній області, що дозволяє пояснити причину виникнення нефізичних параметрів традиційних оптичних потенціалів при теоретичній інтерпретації даних із пружного розсіяння.

Досліджено вплив ядерного оптичного потенціалу на перерізи реакцій дейтронів та його складових за надбар'єрних енергій та запропоновано модель ядерного оптичного потенціалу, в якій потенціал взаємодії дейтрона з ядром-мішенню в моделі згортки виражався як сума ядерного оптичного потенціалу нейтрона і протона. Доведено, що поведінка перерізу реакції розщеплення суттєво залежить від вибору моделі ядерного оптичного потенціалу дейтрона.

На основі методу деформованих хвиль запропоновано модель, в якій емпірично враховувалась внутрішня структура налітаючого дейтрона, виконано порівняння розрахованих перерізів реакції розщеплення дейтронів ядрами ${}^{12}\text{C}$, ${}^{40}\text{Ca}$ та ${}^{90}\text{Zr}$ з наявними експериментальними даними та доведено, що врахування внутрішньої структури дейтрона помітно впливає на поведінку розрахованих

характеристик реакції розщеплення за надбар'єрних енергій.

Уперше отримано аналітичні вирази для амплітуд і спостережуваних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в другому Борновому наближенні. Доведено, що використання другого Борнового наближення обумовлено тим, що поляризація нуклонів при їх розсіянні ядрами, розрахована в першому Борновому наближенні з ермітовим потенціалом, дорівнює нулю.

Доведено, що врахування другого Борнового наближення дозволяє задовільно описати наявні експериментальні дані в області енергій 150÷800 MeV.

Проведено порівняння теоретичних розрахунків, виконаних із застосуванням другого Борнового наближення та оптичної моделі та доведено, що обидва використані підходи дозволяють задовільно описати наявні експериментальні дані при енергіях 150 та 200 MeV.

Практичне значення отриманих результатів.

У дисертації розвинуто підхід, який дозволяє дослідити спостережувані характеристики різноманітних реакцій взаємодії частинок і слабкозв'язаних дейтроноподібних легких ядер з ядрами в області низьких та середніх енергій. За допомогою запропонованого підходу описано низку експериментальних даних із пружного та непружного розсіяння протонів, дейтронів і дейтроноподібних частинок легкими, середніми та важкими ядрами. Значний науковий інтерес представляють описані перерізи пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{208}Pb , ^{124}Sn та $^{58, 62}\text{Ni}$ за підбар'єрних енергій. Запропоноване узагальнення методу деформованих хвиль, в якому емпірично враховувалась внутрішня структура налітаючого дейтрона, дозволяє в подальшому вивчати перерізи реакції розщеплення слабкозв'язаних дейтроноподібних легких ядер ядрами за надбар'єрних енергій. Важливе значення мають розраховані диференціальні перерізи, а також розраховані та передбачені поляризаційні характеристики, які спостерігаються в пружному розсіянні протонів ядрами ^{40}Ca . Запропонований підхід та здобуті в дисертаційній роботі результати можуть бути застосовані для планування та аналізу майбутніх експериментальних досліджень, а також є

важливими для подальшого вивчення структури легких слабкозв'язаних дейтроноподібних ядер і механізмів ядерної взаємодії.

Особистий внесок здобувача.

Науково-дослідна робота, результати якої викладені в роботах, зазначених у списку опублікованих робіт за темою дисертації [44]-[49], [80]-[83], [128],[129] та представлені в самій дисертації, виконана автором у відділі структури ядра Інституту ядерних досліджень НАН України. Усі результати отримано за безпосередньої участі здобувача, а матеріали публікацій, які розкривають основний зміст дисертаційної роботи були підготовлені разом із співаторами. Інтерпретація результатів дисертаційної роботи, написання наукових робіт, представлення результатів на конференціях та семінарах різного рівня проведена у творчій співпраці із співавторами.

У роботах [44]-[49] автором дисертації було здобуто аналітичний вираз для електричного оптичного потенціалу слабкозв'язаного дейтроноподібного ядра в полі ядра-мішені та запропоновано схему побудови ядерного оптичного потенціалу з урахуванням поляризованості налітаючої частинки. На основі запропонованого підходу виконано розрахунки та аналіз перерізів пружного підбар'єрного розсіяння дейтронів важкими ядрами.

У роботах [80]-[83] автором досліджувались реакції розщеплення дейтронів ядрами за надбар'єрних енергій. З використанням різних моделей оптичного потенціалу розроблено алгоритм для розрахунків перерізів реакції розщеплення дейтронів ядрами та запропоновано модель, у якій враховується внутрішня структура налітаючої частинки.

У роботах [128],[129] автором дисертації знайдено аналітичні вирази для амплітуд і спостережуваних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами в другому Борновому наближенні.

Апробація матеріалів дисертації.

Результати, наведені в дисертації, доповідалися на наступних міжнародних конференціях та школах: XVIII-а Міжнародна конференція з фізики радіаційних явищ і радіаційного матеріалознавства (Алушта, Україна, 2008 р.); щорічних

наукових конференціях Інституту ядерних досліджень НАН України у 2007, 2009, 2014, 2015, 2019 та 2020 роках. Результати дисертації доповідалися на наукових семінарах Інституту ядерних досліджень НАН України.

Публікації.

Основні результати дисертаційної роботи опубліковані в 12 наукових роботах, з них 5 статей у фахових реферованих вітчизняних та міжнародних журналах [44]-[46], [82], [128] та 7 тезах наукових конференцій [47]-[49], [80], [81], [83], [129]. До бази Scopus включено 5 статей [44]-[46], [82], [128].

Структура та обсяг роботи.

Дисертаційна робота містить вступ, 3 розділи та список використаної літератури, що включає 144 найменувань. Обсяг дисертації складає 138 сторінок (обсяг основного тексту – 124 сторінки, які містять 49 рисунків і 6 таблиць).

РОЗДІЛ 1. ПІДБАР'ЄРНЕ РОЗСІЯННЯ СЛАБКОВ'ЯЗАНИХ ЯДЕР ВАЖКИМИ ЯДРАМИ.

1.1 Вступ.

Інтерес до вивчення взаємодії слабков'язаних легких дейтроноподібних ядер (d , ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{9,11,14}\text{Be}$ та ін.) з важкими атомними ядрами при підбар'єрних енергіях пов'язаний з тим, що в процесі цієї взаємодії проявляються їх особливі властивості (поляризованість, розщеплення, наявність нейтронного "гало" та різноманітних кластерних конфігурацій та ін.). Виявляється, що у багатьох випадках впливом ядра-мішені можна знехтувати, тобто розглядати його як точковий нескінченно важкий заряд.

Особливості взаємодії таких ядер з важкими ядрами-мішенями розглядались, наприклад, в роботах [1]-[33], в яких було доведено, що поляризованість налітаючої частинки може помітно впливати на спостережувані диференціальні перерізи розсіяння навіть при суттєво підбар'єрних енергіях. В подальшому даний факт було підтверджено прецизійним експериментом [34].

Ще одним процесом, що істотно впливає на диференціальні перерізи розсіяння є кулонове розщеплення налітаючого ядра. Вперше теорія перебігу даної реакції була запропонована в роботі [35], в якій були виконані наближені розрахунки диференціальних перерізів розщеплення.

Можливість вивчення взаємодії екзотичних (в тому числі і слабков'язаних) ядер з атомними ядрами з'явилась в результаті розвитку техніки отримання вторинних пучків. Це стимулювало в першу чергу проведення експериментальних досліджень щодо найбільш інтенсивного процесу - пружного розсіяння таких ядер при підбар'єрних і білябар'єрних енергіях [5]-[25]. Інформація, отримана в таких експериментах, важлива для дослідження динаміки ядерних реакцій поблизу бар'єру і визначення потенціалів взаємодії ядер, які необхідні для розрахунків амплітуд інших реакцій.

Останнім часом інтенсивно обговорюються питання, пов'язані з впливом нейтронного "гало" і малої енергії зв'язку взаємодіючих ядер на механізми реакцій за їх участю (див., наприклад, [6], [10], [11], [26]). Інтерес до даних досліджень пов'язаний з тим, що особливості взаємодії "гало" і слабкозв'язаних нейтроннонадлишкових ядер з ядрами можуть достовірно відповісти на питання про причини посилення підбар'єрного злиття ядер.

Дані, отримані в експериментах по пружному розсіянню слабкозв'язаних нейтроннонадлишкових ядер, вказують на визначальний вплив процесів поляризованості і розщеплення на формування спостережуваних диференціальних перерізів. Теоретичні інтерпретації цих даних в рамках традиційних підходів щодо вивчення пружного розсіяння (оптична модель, метод зв'язаних каналів та ін.) дозволяють задовільно описати наявні експериментальні дані, але призводять або до нефізичних значень параметрів використаних потенціалів (див., наприклад, [8], [26]), або до їх аномальної залежності від енергії налітаючих ядер [36].

У роботах [37], [38], [40] було розроблено адіабатичну модель пружного розсіяння легких слабкозв'язаних дейтроноподібних ядер за підбар'єрних енергій, яка дозволяє розраховувати диференціальні перерізи пружного розсіяння таких ядер з урахуванням їх поляризованості і розщеплення в кулоновому полі нескінченно важкого ядра мішені. Основою цієї моделі є припущення про те, що стаціонарний стан налітаючої частинки в зовнішньому полі ядра мішені стає квазістаціонарним з характеристиками, параметрично залежними від прицільного параметру.

При більш високих енергіях налітаючих частинок має помітно проявлятися вплив ядерної взаємодії. В дисертаційній роботі для дослідження реакцій взаємодії легких слабкозв'язаних дейтроноподібних ядер адіабатична модель [44]-[49] розвинута на випадок реакцій взаємодії таких ядер в області білябар'єрних енергій.

1.2. Кулонове розсіяння слабкозв'язаних ядер важкими ядрами.

Розглянемо процес взаємодії слабкозв'язаних легких дейтроноподібних частинок з важкими ядрами на прикладі розсіяння дейтрона ядром-мішенню.

В даному випадку загальне тричастинкове рівняння такої реакції має вигляд

$$[E - T_R - T_r - V_n(\mathbf{r}_n) - V_p(\mathbf{r}_p) - V_c(\mathbf{r}_p) - V_{np}(r)]\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = 0, \quad (1.1)$$

де \mathbf{R} радіус-вектор центра мас налітаючого дейтрона, $\mathbf{r}_n = \mathbf{R} + \mathbf{r}/2$ - координата нейтрона, $\mathbf{r}_p = \mathbf{R} - \mathbf{r}/2$ - координата протона, \mathbf{r} - внутрішня координата дейтрона, $E = E_d - \varepsilon_0$ - повна, а E_d - кінетична енергія дейтрона у системі центра мас відповідно, $\varepsilon_0 = \hbar^2 \alpha^2 / 2\mu$ - енергія зв'язку вільного дейтрона, T_R - оператор кінетичної енергії центру мас дейтрона, T_r - оператор внутрішньої енергії дейтрона, $V_c(\mathbf{r}_p)$ - кулоновий потенціал, $\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r})$ - повна хвильова функція дейтрона, V_n та V_p - потенціали ядерної взаємодії нейтрона і протона з ядром мішенню, відповідно, $V_{np}(r)$ - потенціал взаємодії нуклонів у дейтроні.

Умову застосування адіабатичного наближення можна представити у вигляді [32]

$$\gamma \equiv \frac{\varepsilon_0 R_t}{\hbar v_d} \gg 1, \quad (1.2)$$

де v_d - швидкість дейтрона, $R_t = Z_T Z_p e^2 / E_d$ - відстань найбільшого зближення дейтрона з ядром, Z_p - заряд протона.

З наведених формул видно, що адіабатичне наближення можна використовувати лише тоді, коли частота віртуальних збуджень $\omega = \varepsilon_0 / \hbar$ значно перевищує зворотній час зіткнення v_d / R_t .

Дана умова запозичена з теорії молекул, де при квантово-механічному дослідженні властивостей молекул розглядалися системи, що склалися з електронів та атомних ядер. В такому підході атомні ядра вважаються нескінченно важкими і в нульовому наближенні розглядаються як нерухомі. Умовою застосування адіабатичного наближення була малість частот коливання ядер у порівнянні з частотами, що відповідають електронним станам [39].

В адіабатичному наближенні повна хвильова функція дорівнює [38], [40]

$$\Psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \approx \chi_d(\mathbf{R})\varphi_R(\mathbf{r}), \quad (1.3)$$

де $\chi_d(\mathbf{R})$ - хвильова функція відносного руху дейтрона, $\varphi_R(\mathbf{r})$ - функція внутрішнього стану дейтрона у зовнішньому електричному полі, яка параметрично залежить від координати \mathbf{R} і задовольняє рівнянню

$$[-\varepsilon_R - T_r - \Delta V(\mathbf{R}, \mathbf{r}) - V_{np}(r)]\varphi_R(\mathbf{r}) = 0, \quad (1.4)$$

де внутрішня енергія дейтрона в кулоновому полі ядра-мішені $\varepsilon_R = \varepsilon_0 - \delta V(R)$, $\delta V(R)$ - малий комплексний додатак, а $\Delta V(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = Z_T e^2/R - Z_T e^2/r$.

В наближенні нульового радіуса дії n - p сил в дейтроні в [40], [42] добуток потенціалу $V_{np}(r)$ на хвильову функцію $\varphi_R(\mathbf{r})$ представлявся у вигляді:

$$V_{np}(r)\varphi_R(\mathbf{r}) \approx V_{np}(r)\varphi_0(r) = D_0\delta(\mathbf{r}). \quad (1.5)$$

В цій формулі $D_0 = -\hbar^2\sqrt{2\pi\alpha}/\mu$, $\delta(\vec{r})$ – дельта-функція Дірака, а хвильова функція дейтрона для потенціалу $V_{np}(r)$ нульового радіуса дії має наступний вигляд

$$\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{u_0(r)}{r}, \quad (1.6)$$

де $u_0(r) = \exp(-\alpha r)$.

В такому підході було використано модель “точкового” дейтрона (МТД), в якій потенціал взаємодії між протоном і нейтроном апроксимується δ -функцією Дірака.

Враховуючи вирази (1.3) та (1.5) рівняння (1.4) можна представити у вигляді [38]

$$\left[-\varepsilon_R - \hat{T}_r + \Delta V \right] \varphi_R(\mathbf{r}) = D_0 \delta(\mathbf{r}), \quad (1.7)$$

з граничною умовою [43]

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left\{ (\partial/\partial r) \ln [r \varphi_R(\mathbf{r})] \right\} = -\alpha. \quad (1.8)$$

Для того, щоб знайти розв’язок рівняння (1.4), потрібно, щоб ліва і права частини рівняння залежали від одних і тих самих змінних. В даному випадку було вибрано вектори \mathbf{R} та \mathbf{r}_p , при цьому вектор \mathbf{R} являється параметром для системи нейтрон-протон (адіабатичне наближення). Підставляючи дані вектори у вираз для $\delta(\mathbf{r})$ -функції Дірака та використовуючи її властивості отримуємо

$$\delta(\mathbf{r}) = \left(\frac{m_n}{m_d} \right)^3 \delta(\mathbf{r}_p - \mathbf{R}). \quad (1.9)$$

В адіабатичному наближенні $\Delta_r = \left(\frac{m_n}{m_d} \right)^2 \Delta_{r_p}$, і оператор кінетичної енергії протона \hat{T}_r можна представити у вигляді

$$\hat{T}_r = \frac{m_n}{m_d} \hat{T}_{r_p}, \quad (1.10)$$

де $\hat{T}_{r_p} = -\hbar^2 \Delta_{r_p} / 2m_p$ - оператор кінетичної енергії поступального руху протона.

Підставляючи вирази (1.10), (1.9) в рівняння (1.7) та виконуючи необхідні перетворення, отримуємо:

$$\left[\frac{m_d}{m_n} (V_d(R) - \varepsilon_R) - \hat{T}_{r_p} - \frac{m_d}{m_n} V_p(r_p) \right] \left(\frac{m_d}{m_n} \right)^2 D_0^{-1} \varphi_R(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}_p - \mathbf{R}). \quad (1.11)$$

Розв'язком рівняння (1.11) являється функція Гріна $G_C(E_p, \mathbf{R}, \mathbf{r}_p)$ для задачі розсіяння зарядженої частинки з енергією $\tilde{E}_p = (m_d / m_n)(V_d(R) - \varepsilon_R)$ в кулоновому полі з потенціалом $V_p(r_p)m_d / m_n$, тобто

$$\varphi_R(\mathbf{r}) = D_0 (m_n / m_d)^2 G_C(\tilde{E}_p, \mathbf{R}, \mathbf{r}_p). \quad (1.12)$$

Кулонову функцію Гріна $G_C(\tilde{E}_p, \mathbf{R}, \mathbf{r}_p)$ можна представити у вигляді [50]

$$G_C = \frac{2\mu i}{\hbar^2} \frac{\Gamma(1+i\eta)}{8\pi |\vec{r}_p - \vec{R}|} \left[\frac{\partial}{\partial \rho_1} - \frac{\partial}{\partial \rho_2} \right] W_{-i\eta, 1/2}(-2i\rho_1) M_{-i\eta, 1/2}(-2i\rho_2), \quad (1.13)$$

де

$$\rho_{1,2} = \frac{k_R}{2} \left[R + r_p \pm |\mathbf{r}_p - \mathbf{R}| \right] = \frac{k_R R}{2} \left[1 \pm \frac{m_n}{m_d} \frac{r}{R} + \frac{1}{R} \left| \mathbf{R} - \frac{m_n}{m_d} \mathbf{r} \right| \right], \quad (1.14)$$

а W , M – функції Уітекера [51].

Можна показати, що при малому кулоновому параметрі $\eta \rightarrow 0$ (зовнішнє поле відсутнє) кулонова функція Гріна переходить в функцію Гріна для вільної частинки.

Вираз для кулонової функції Гріна (1.13) можна представити у наступному вигляді [52]

$$G_C(\tilde{E}_p, \mathbf{R}, \mathbf{r}_p) = \frac{2\mu}{\hbar^2} \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}_p - \mathbf{R}|} \left[\frac{\partial}{\partial \rho_1} - \frac{\partial}{\partial \rho_2} \right] H_0^+(\rho_1) F_0(\rho_2). \quad (1.15)$$

Використовуючи рівняння (1.15), вираз (1.12) після певних перетворень набуває вигляду

$$\varphi_R(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{u_R(\mathbf{r})}{r}, \quad (1.16)$$

де

$$u_R(\mathbf{r}) = - \left[\frac{\partial}{\partial \rho_1} - \frac{\partial}{\partial \rho_2} \right] H_0^+(\rho_1) F_0(\rho_2). \quad (1.17)$$

В результаті виконаних теоретичних розрахунків можна отримати вираз для хвильової функції дейтрона у зовнішньому електричному полі, який за великих значень R прямує до своєї незбуреної границі $\varphi_0(r)$. Величина $\varphi_R(\mathbf{r})$ є комплексною, тобто в зовнішньому полі внутрішній стан частинки стає квазістаціонарним. Цей стан має певну ширину, пропорційну уявній частині

$\delta V(R)$, є поляризованим і може розпадатися з утворенням незв'язаної $n-p$ пари. Спосіб розрахунку $\Phi_R(\mathbf{r})$ та її основні властивості досліджено у роботах [38], [37].

Комплексна добавка представляє собою ЕОП або потенціал динамічної поляризованості. Цей доданок в попередніх роботах [37], [38] знаходився шляхом вирішення рівняння (1.17) за методом Ньютона.

Результати таких розрахунків наведено на рис. 1.1, 1.2. На даних рисунку наведено порівняння розрахованих дійсних і уявних частин ЕОП, нормованих до відповідних енергій зв'язку для розсіяння дейтронів і іонів ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$.

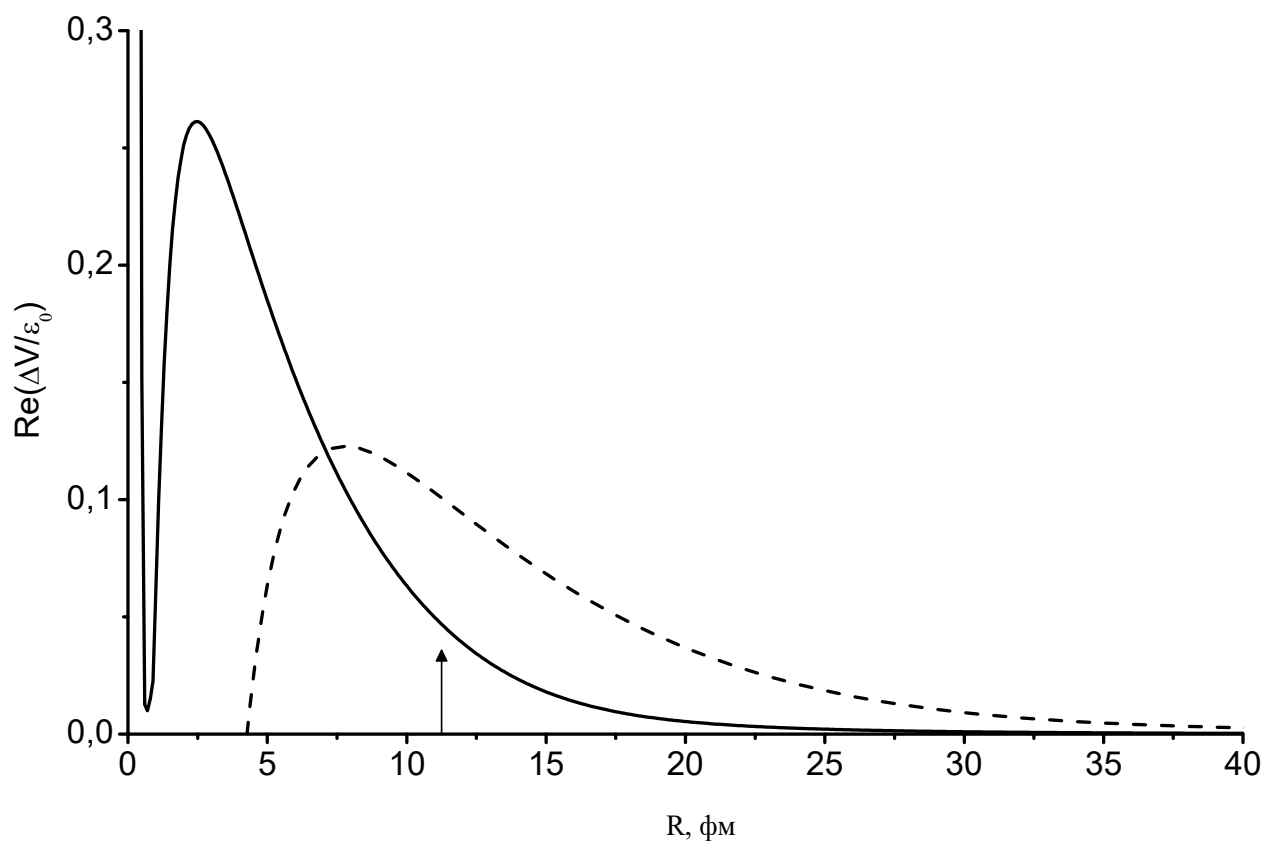


Рис. 1.1. Радіальна залежність дійсної частини ЕОП для випадку розсіяння дейтронів (суцільна крива) і ядер ${}^6\text{He}$ (штрихова крива) ядрами ${}^{208}\text{Pb}$.

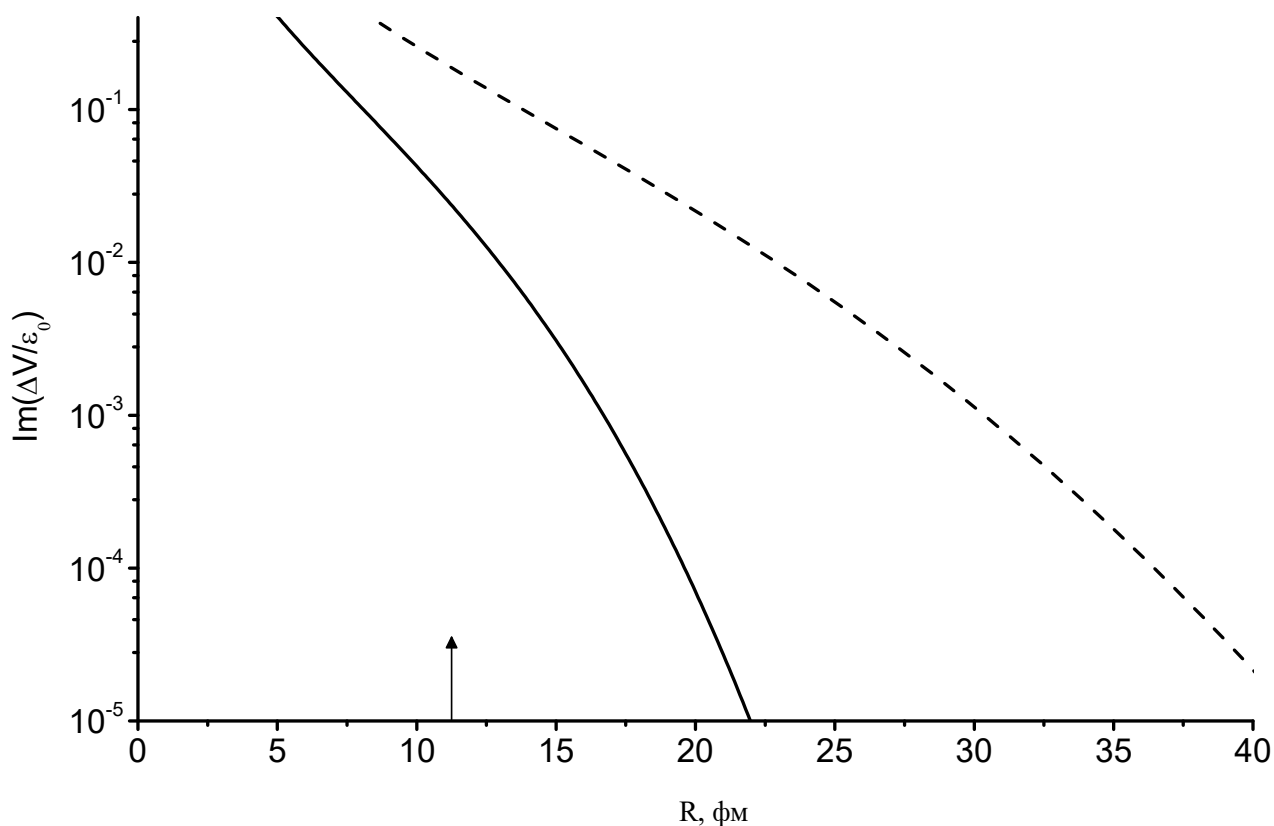


Рис. 1.2. Радіальна залежність уявної частини ЕОП для випадку розсіяння дейтронів (суцільна крива) і ядер ${}^6\text{He}$ (штрихова крива) ядрами ${}^{208}\text{Pb}$.

З рис. 1.1, 1.2 видно що ЕОП для вказаних іонів має суттєво далекодіючий характер, у порівнянні з звичайними ядерними потенціалами. Як було показано в роботі [38], незважаючи на мале абсолютне значення величини, він суттєво впливає на поведінку диференціальних перерізів пружного розсіяння вказаних частинок у підбар'єрній області енергій. Також з рис. 1.1, 1.2 видно що умова $|\Delta V / \varepsilon_0| \ll 1$ виконується практично в усій області конфігураційного простору.

Область дії розрахованого потенціалу можна розділити на дві частини. В першій області превалює ядерна взаємодія і вплив ЕОП є малим, а в другій області основний внесок дає кулонова взаємодія. Стрілками на рис. 1.1, 1.2 показано умовну границю між цими областями, яка відповідає сумі радіусів взаємодіючих ядер. Зазначимо, що в області де превалює ядерна взаємодія можуть порушуватися умови застосування адіабатичного наближення.

Траекторія руху налітаючої частинки в кулоновому полі характеризується інтегралом дії

$$S = \int_{\rho < 2\eta}^{2\eta} \sqrt{\left(\frac{2\eta}{\rho} - 1\right)} d\rho \quad (1.18)$$

На рис. 1.3, 1.4 представлено ЕОП як функція інтегралу дії кулонового типу. З рис. 1.3, 1.4 видно, що не зважаючи на істотну відмінність частинок і їх енергій зв'язку, значення ЕОП, як функції дії S , виявилися близькими. Це дозволяє в подальшому проводити розрахунки, не прив'язуючись до конкретних властивостей певного ядра.

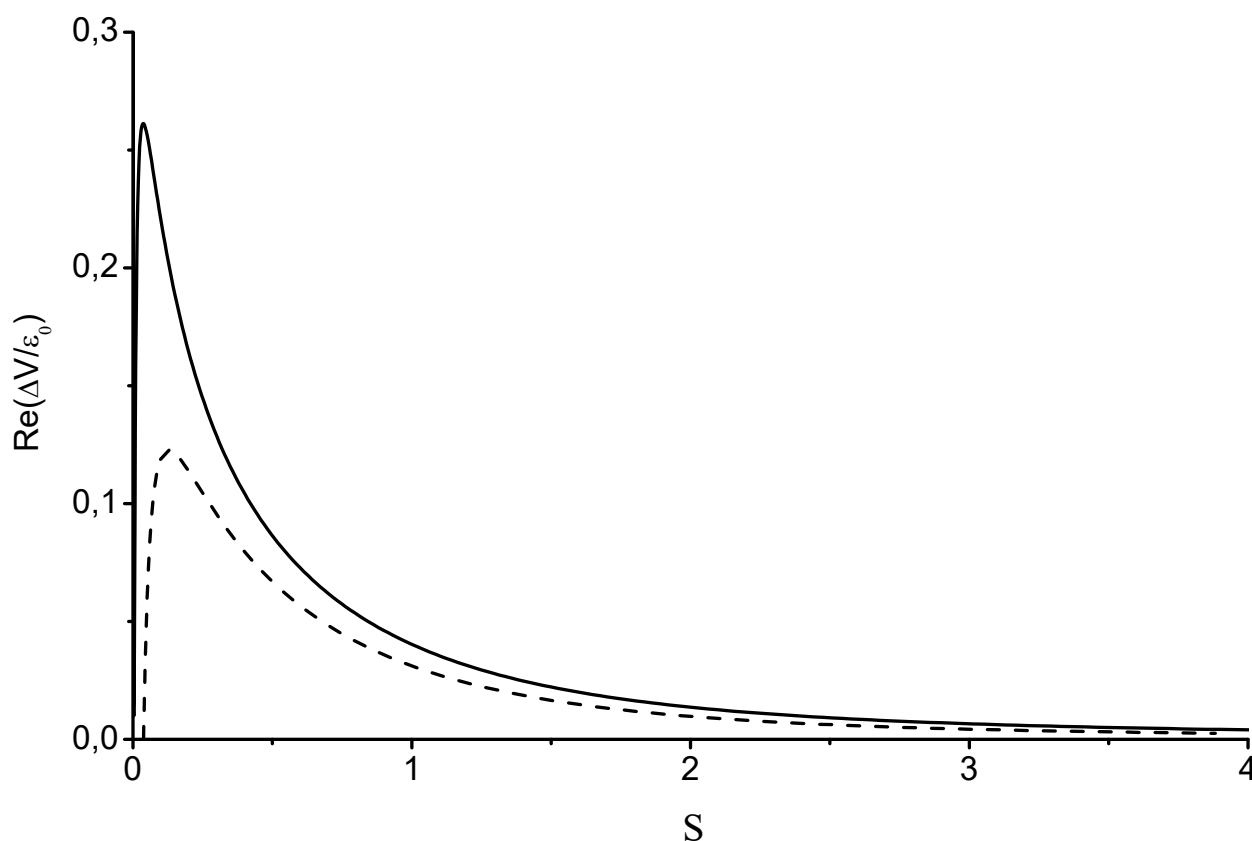


Рис. 1.3. Залежність дійсної частини ЕОП від інтегралу дії для випадку розсіяння дейтронів (суцільна крива) і ядер ${}^6\text{He}$ (штрихова крива) ядрами ${}^{208}\text{Pb}$.

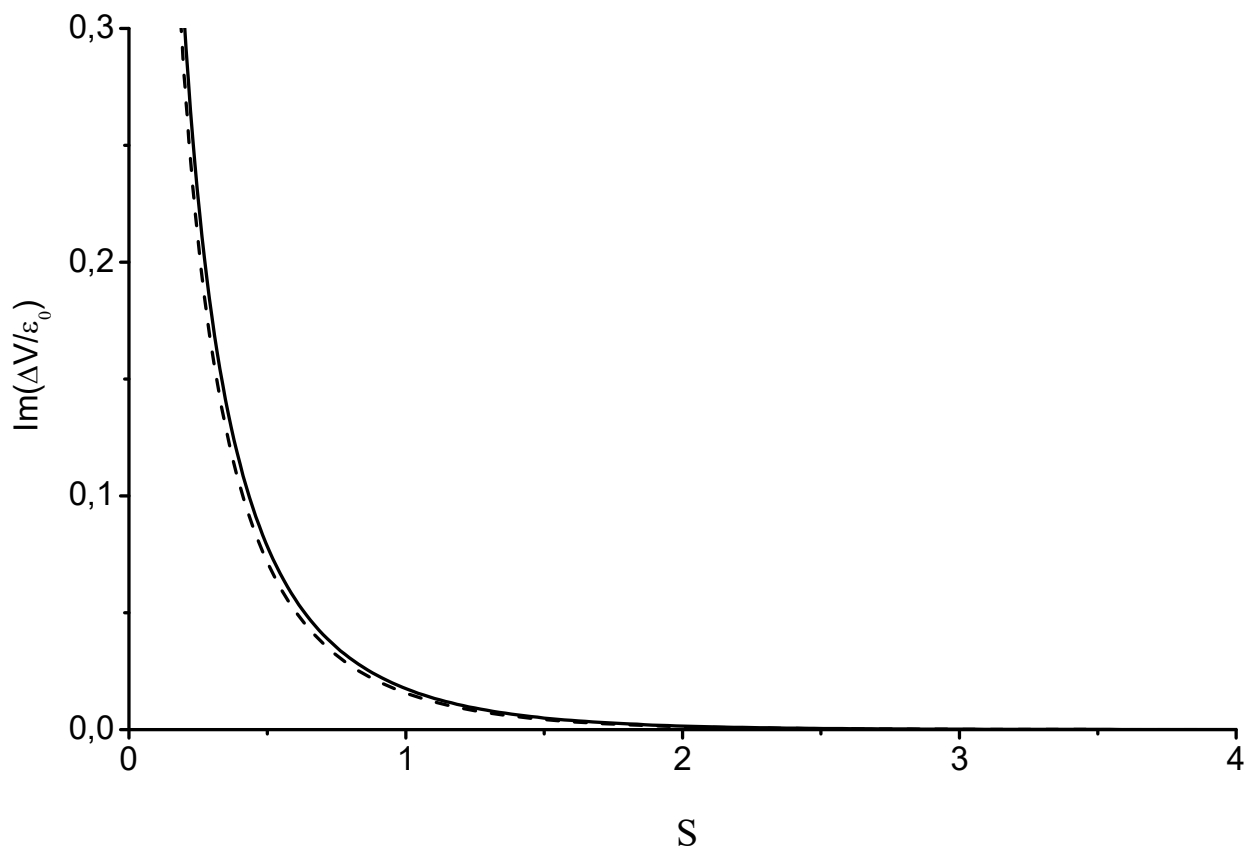


Рис. 1.4. Залежність уявної частини ЕОП від інтегралу дії для випадку розсіювання дейтронів (суцільна крива) і ядер ${}^6\text{He}$ (штрихова крива) ядрами ${}^{208}\text{Pb}$.

Користуючись визначеннями величин, що входять до рівняння (1.17), можна показати, що $\frac{2\eta}{\rho} = \frac{V_p}{V_d - \varepsilon_0}$ і тоді (1.17) можна перетворити до вигляду

$$\left[\left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} H_0(\eta, \rho) F_0(\eta, \rho) - H'_0(\eta, \rho) F'_0(\eta, \rho) \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \right] = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta V}{\varepsilon_0}}}. \quad (1.19)$$

З структури цього рівняння видно, що якщо адіабатичне наближення є придатним, тобто $|\Delta V / \varepsilon_0| \ll 1$, вираз в квадратних дужках має бути близьким до одиниці.

Розглянемо більш детально властивості виразу (1.19). Для цього введемо позначення

$$d = 1 - D \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.20)$$

де

$$D = \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right) H_0(\eta, \rho) F_0(\eta, \rho) - H_0'(\eta, \rho) F_0'(\eta, \rho). \quad (1.21)$$

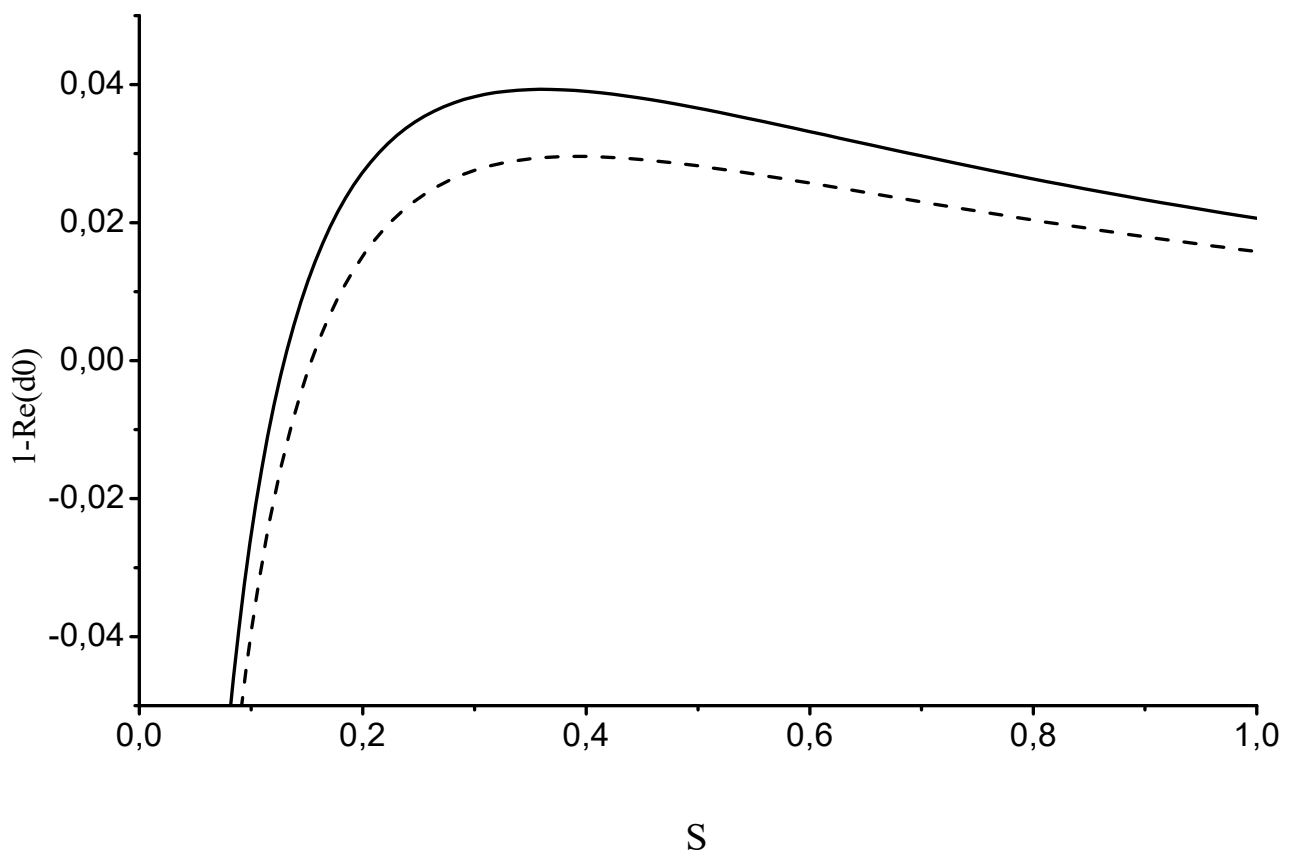


Рис. 1.5. Залежність дійсної частини $d_0 = d|_{\Delta V=0}$ як функції змінної дії S для випадку взаємодії дейтронів (суцільні криві) і іонів ${}^6\text{He}$ (штрихові криві) з ядрами ${}^{208}\text{Pb}$.

На рис. 1.5, 1.6 показано залежність дійсної і уявної частини $d_0 = d|_{\Delta V=0}$ як функції змінної дії S (1.18) для випадку взаємодії дейтронів і іонів ${}^6\text{He}$ з ядрами ${}^{208}\text{Pb}$. З наведених рисунків видно що в області $S \geq 1/3$ дійсна частина $\text{Re} d_0$ є плавною функцією S , а уявна частина $\text{Im} d_0$ наближено експоненціальна для усіх значень S .

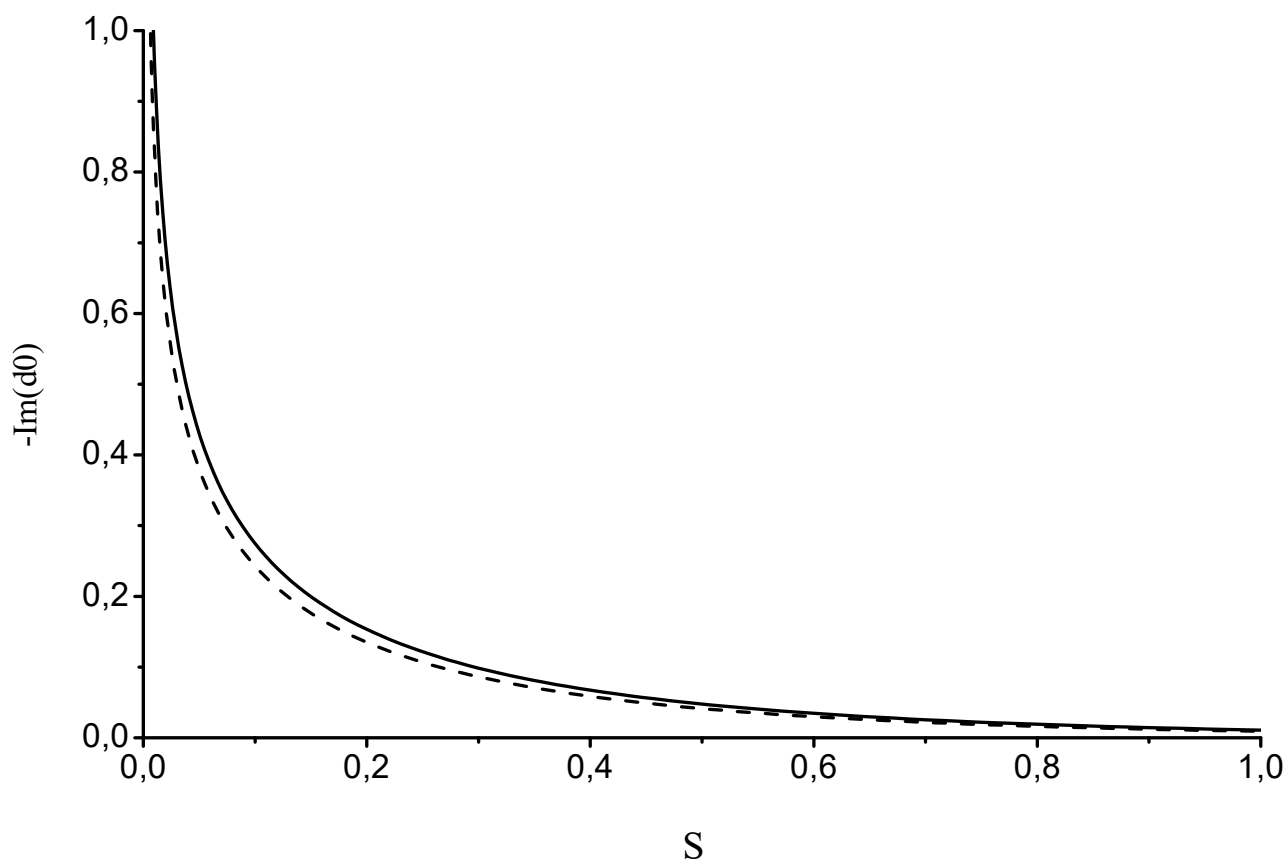


Рис. 1.6. Залежність уявної частини $d_0 = d|_{\Delta V=0}$ як функції змінної дії S для випадку взаємодії дейтронів (суцільні криві) і іонів ${}^6\text{He}$ (штрихові криві) з ядрами ${}^{208}\text{Pb}$.

Зважаючи на те, що в дисертаційній роботі розглядається розсіяння дейтроноподібної частинки важкими ядрами, розглянемо квазікласичне наближення для виразу (1.19) за умови, що кулоновий параметр $\eta \gg 1$.

За цієї умови точки повороту можуть лежати в межах суттєвого впливу ядерного поля ядра-мішені. При цьому, слід зазначити, що використання такого квазікласичного наближення, як, наприклад, ВКБ (Вентцеля-Крамерса-Бріллюена) [53] не описує хвильову функцію поблизу точок повороту, тобто тих точок, у яких частинка відбивається від бар'єру. В околі таких точок хвильова функція сильно зростає, а, отже, це точки, в яких квантовомеханічна частинка перебуватиме з найбільшою ймовірністю. Для врахування поляризованості дейтроноподібних частинок поблизу точок повороту траєкторії в кулоновому полі, скористаємося рівномірним наближенням [54].

Сутність рівномірного наближення полягає в представленні розв'язку загального рівняння другого порядку

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \chi(x)\psi(x) = 0, \quad (1.22)$$

через відомий розв'язок рівняння

$$\frac{d^2\varphi(\sigma)}{d\sigma^2} + g(\sigma)\varphi(\sigma) = 0. \quad (1.23)$$

В даному підході функція $g(\sigma)$ обирається такою щоб, з одного боку, вона рівномірно описувала (накривала) функцію $\chi(x)$ області точок повороту, а з іншого боку, щоб розв'язок рівняння (1.23) був достатньо простим.

Шукана функція $\psi(x)$ виражається через функцію $\varphi(\sigma)$ наступним чином

$$\psi(x) = f(x)\varphi(\sigma(x)). \quad (1.24)$$

Підставляючи (1.24) в (1.22) і використовуючи (1.23), отримуємо

$$\frac{d^2 f}{dx^2} \varphi + \chi f \varphi - f \left(\frac{d\sigma}{dx} \right)^2 g \varphi + \frac{d\varphi}{d\sigma} \left(\frac{2df}{dx} \frac{d\sigma}{dx} + f \frac{d^2 \sigma}{dx^2} \right) = 0. \quad (1.25)$$

Обираючи функцію f у вигляді

$$f = \left(\frac{d\sigma}{dx} \right)^{-1/2}, \quad (1.26)$$

для функції $\sigma(x)$ (1.25) отримуємо наступне рівняння

$$\chi(x) = g(x) \left(\frac{d\sigma}{dx} \right)^2 - \left(\frac{d\sigma}{dx} \right)^{1/2} \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{d\sigma}{dx} \right)^{-1/2}. \quad (1.27)$$

Оскільки функція $g(\sigma)$ обиралася подібною до $\chi(x)$, функція σ має повільно залежати від x , а отже другий доданок в (1.27) має бути суттєво менший за перший:

$$\frac{d\sigma}{dx} \approx \left(\frac{\chi(x)}{g(\sigma)} \right)^{1/2}. \quad (1.28)$$

Підставляючи (1.26) і (1.28) в (1.24) можна отримати

$$\psi(x) \approx \left(\frac{\chi(x)}{g(\sigma(x))} \right)^{-1/4} \varphi(\sigma(x)). \quad (1.29)$$

У випадку кулонового потенціалу функція $\chi(x) = \left(1 - \frac{2\eta}{x} \right)$ і поблизу точки повороту $x = 2\eta$ накриваючу функцію можна вибрати у вигляді $g(\sigma) = -\sigma$.

Рівняння для накриваючої функції має наступний вигляд

$$\frac{d^2\varphi(\sigma)}{d\sigma^2} - \sigma\varphi(\sigma) = 0. \quad (1.30)$$

Розв'язком цього рівняння є функції Ейрі [52], які можна виразити через модифіковані функції Бесселя першого роду:

$$Ai(\sigma) = \frac{1}{3}\sqrt{\sigma} \left[I_{-1/3} \left(\frac{2}{3}\sigma^{3/2} \right) - I_{1/3} \left(\frac{2}{3}\sigma^{3/2} \right) \right] \quad (1.31)$$

$$Bi(\sigma) = \sqrt{\sigma/3} \left[I_{-1/3} \left(\frac{2}{3}\sigma^{3/2} \right) + I_{1/3} \left(\frac{2}{3}\sigma^{3/2} \right) \right] \quad (1.32)$$

Використовуючи такий підхід можна отримати наступні вирази для наближених кулонових функцій поблизу точок повороту

$$F_0(\eta, \rho) \approx \sqrt{\pi}\sigma^{1/4} \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{-1/4} Ai(\sigma), \quad (1.33)$$

$$G_0(\eta, \rho) \approx \sqrt{\pi}\sigma^{1/4} \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{-1/4} Bi(\sigma), \quad (1.34)$$

$$F'_0(\eta, \rho) = \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \{1 - f(\sigma) + h(\eta, \rho)\} F_0(\eta, \rho), \quad (1.35)$$

$$G'_0(\eta, \rho) = - \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \{1 - g(\sigma) - h(\eta, \rho)\} G_0(\eta, \rho), \quad (1.36)$$

де $\sigma = \left(\frac{3}{2}S \right)^{\frac{2}{3}}$.

У вищенаведених формулах

$$f(\sigma) = 1 + \frac{Ai'(\sigma)}{\frac{1}{\sigma^2} Ai(\sigma)} + \frac{1}{4\sigma^{\frac{3}{2}}}, \quad (1.37)$$

$$g(\sigma) = 1 - \frac{Bi'(\sigma)}{\frac{1}{\sigma^2} Bi(\sigma)} - \frac{1}{4\sigma^{\frac{3}{2}}}, \quad (1.38)$$

$$h(\eta, \rho) = \frac{1}{8\eta} \left(\frac{2\eta}{\rho} \right)^2 \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{-\frac{3}{2}}. \quad (1.39)$$

Використання формул (1.33) – (1.36) за умови виконання наближення (1.28) дозволяє отримати критерій використання рівномірного наближення [54]

$$\varepsilon(\rho) = \left| \left(\frac{2\eta}{\rho} - 1 \right)^{-1} \left(\frac{d\sigma}{d\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d^2}{d\rho^2} \left(\frac{d\sigma}{d\rho} \right)^{-\frac{1}{2}} \right| \ll 1. \quad (1.40)$$

Зазначимо, що вирази (1.33)-(1.36) близькі до квазікласичних виразів для кулонових функцій, наведених, наприклад, в [52].

За допомогою отриманих виразів можна побудувати відповідний вираз для функції d (1.20) і показати, що функція $\text{Im } d \cdot e^{2S}$, як і $\text{Re } d$, є плавною функцією змінної S .

На рис. 1.7 наведено розрахунок $\varepsilon(R)$ для випадку розсіяння дейтронів та іонів ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$ в залежності від відстані між взаємодіючими частинками.

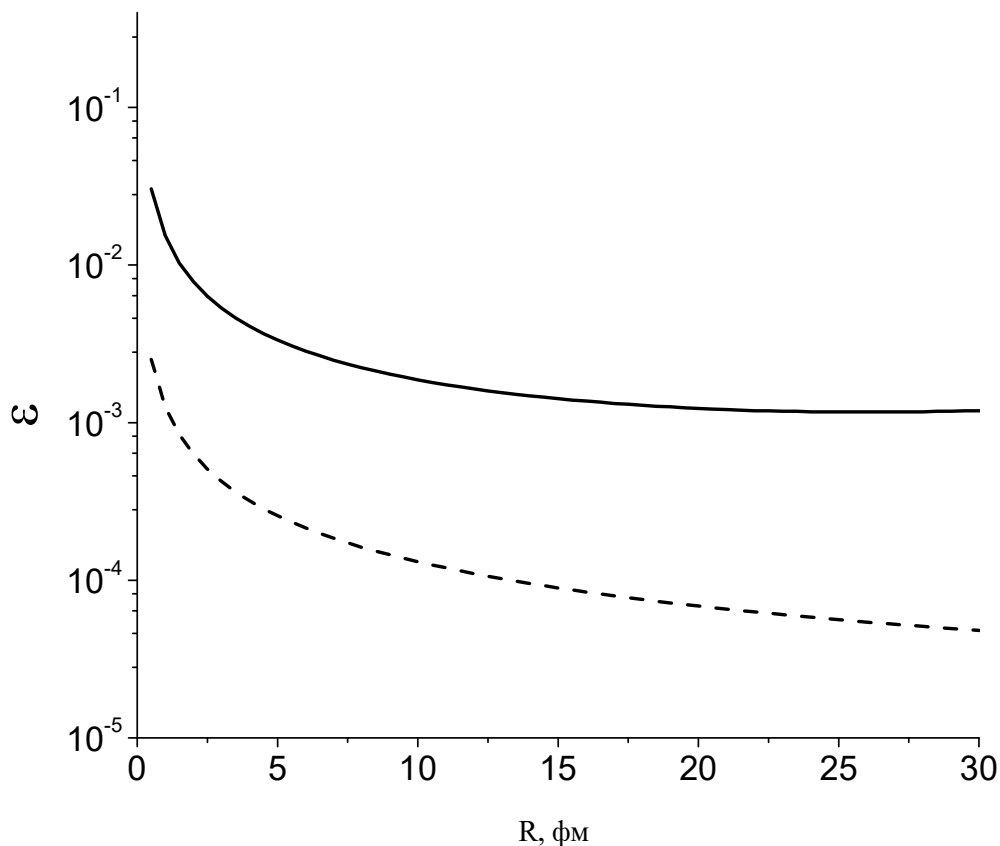


Рис. 1.7. Критерій застосовності рівномірного наближення для розсіяння дейтрона (суцільна крива) і ${}^6\text{He}$ (штрихова крива) в кулоновому полі важких ядер.

З рис. 1.7 видно, що в кожному з розглянутих випадків існує область, де ϵ суттєво менше одиниці. Крім того, враховуючи що за підбар'єрних енергій класичні кулонові точки повороту R_0 знаходяться достатньо далеко від ядра (для системи $d + \text{Pb}$ $R_0 > 10$ фм, а для ${}^6\text{He} + \text{Pb}$ - $R_0 > 15$ фм відповідно), можна вважати, що розглянуте наближення є придатним.

Зазначимо, що вирази (1.33)-(1.36) близькі до квазікласичних виразів для кулонових функцій, наведених, наприклад, в [52].

За допомогою отриманих виразів можна побудувати відповідний вираз для функції d (1.20) і показати, що функція $\text{Im} d \cdot e^{2S}$, як і $\text{Re} d$, є плавною функцією змінної S .

Для отримання замкнутого виразу для розрахунку ΔV розкладемо (1.19) в ряд по малому відношенню $\Delta V/\varepsilon_0$, зберігаючи доданки першого порядку

$$\left(1 - \frac{\Delta V}{2\varepsilon_0}\right) = 1 - \operatorname{Re} d - i \operatorname{Im} d. \quad (1.41)$$

Плавність функцій $\operatorname{Re} d$ і $\operatorname{Im} d \cdot e^{2S}$ та відповідність точності наближення дозволяє вважати $\operatorname{Re} d = \operatorname{Re} d_0$, а для уявної частини d

$$\operatorname{Im} d \approx \operatorname{Im} d_0 - 2 \operatorname{Im} d_0 \left(\frac{dS}{d\Delta V} \right)_{\Delta V=0} \Delta V. \quad (1.42)$$

Підставляючи вирази для функції d до рівняння (1.41), отримуємо

$$\Delta V \approx 2\varepsilon_0 \frac{\operatorname{Re} d_0 + i \operatorname{Im} d_0}{1 + 2i S'_0 \varepsilon_0 \operatorname{Im} d_0}, \quad (1.43)$$

де

$$S'_0 = 2 \left(\frac{dS}{d\Delta V} \right)_{\Delta V=0} = \frac{1}{V_p} \frac{2\eta}{\rho} \left\{ S_0 + 2\rho \sqrt{\frac{2\eta}{\rho} - 1} \right\}, \quad (1.44)$$

а $S_0 = S(\Delta V = 0)$.

На рис.1.8, 1.9 представлено порівняння результатів розрахунків електричного оптичного потенціалу для випадку розсіяння дейтронів ядрами ^{208}Pb за точним розв'язком рівняння (1.19), за отриманим наближеним виразом (1.43), а також за дипольним наближенням для дійсної та уявної частини ЕОП [37]

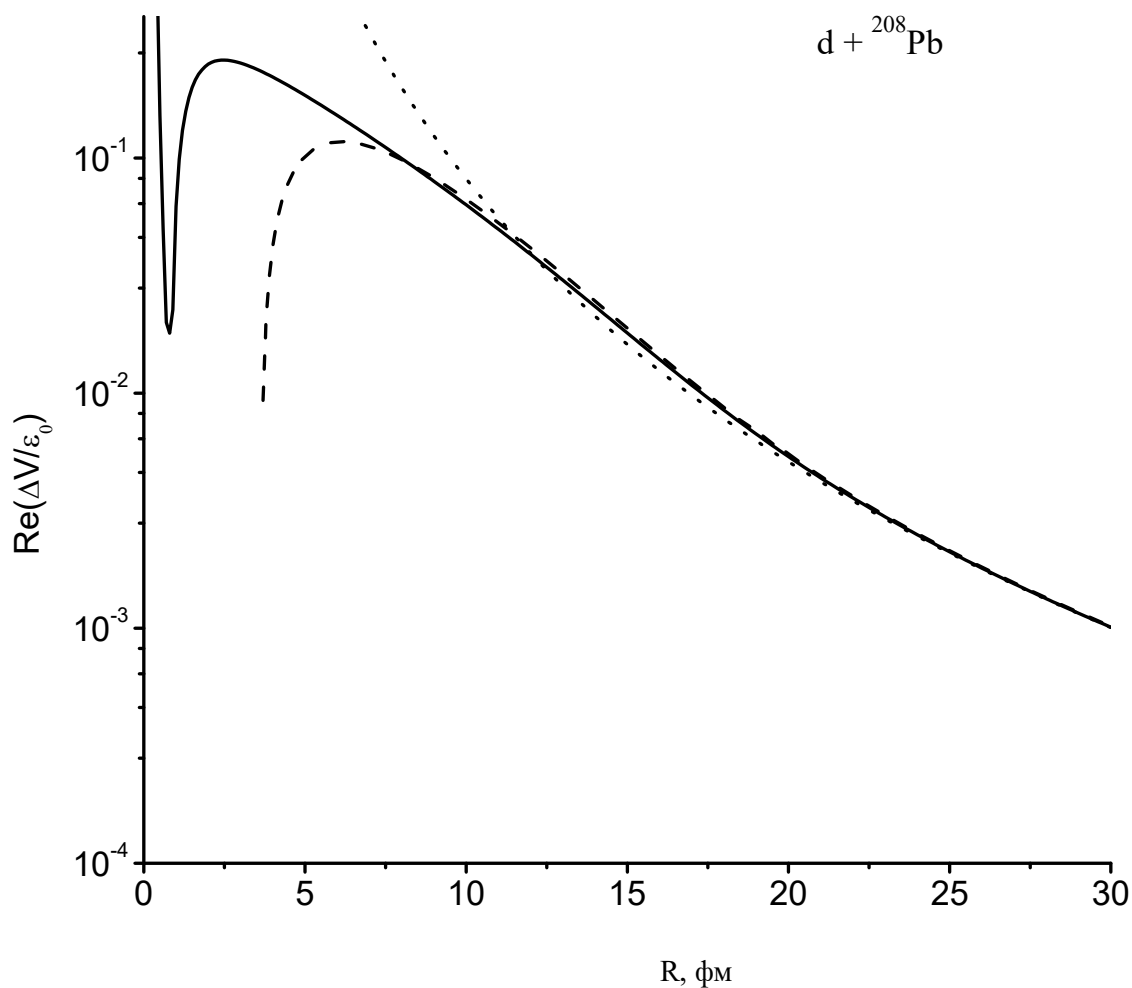


Рис. 1.8. Дійсна частина ЕОП для розсіяння дейтронів ядрами ^{208}Pb . Потенціал з наближеної формули (1.43) – суцільна крива, точний розв'язок рівняння (1.19) – штрихова крива, дипольне наближення – пунктирна крива.

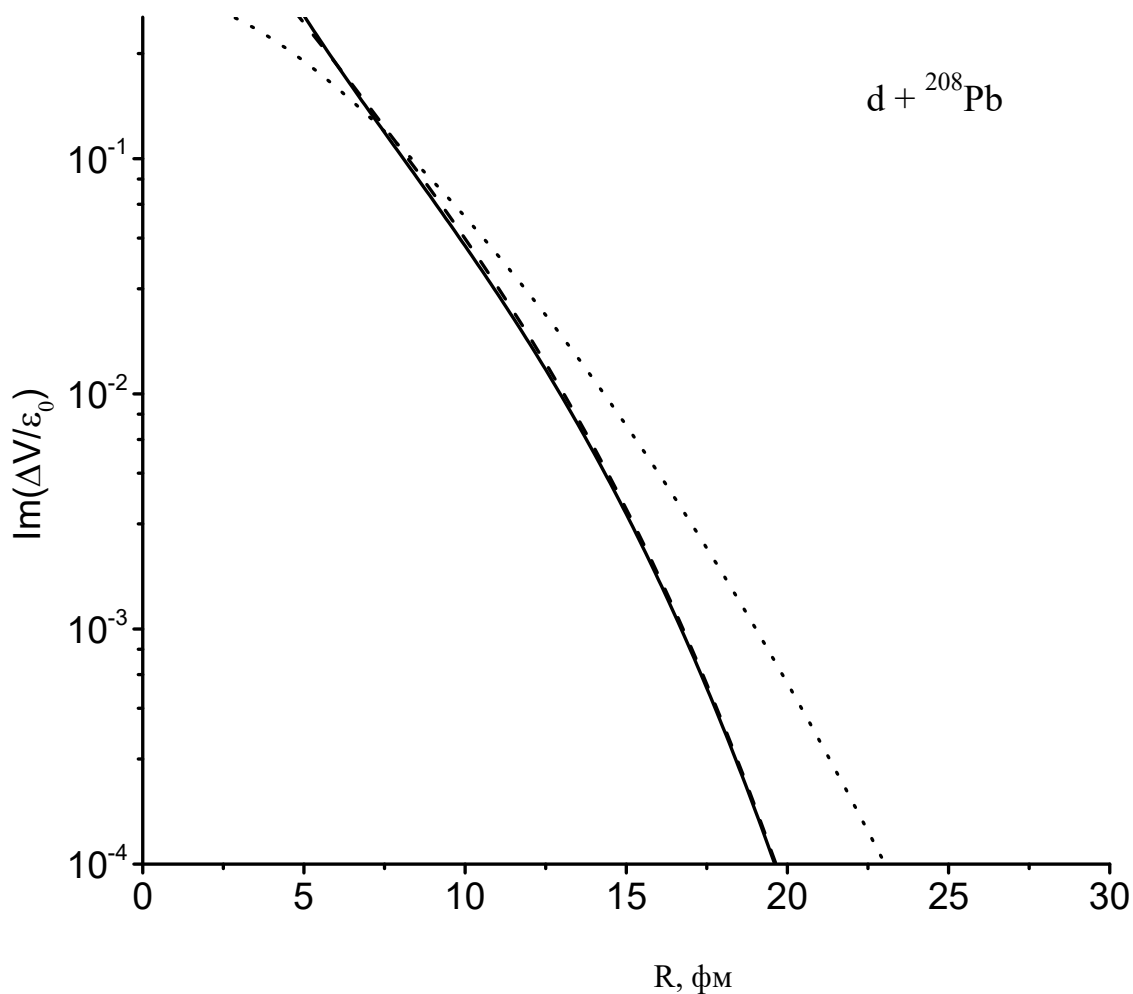


Рис. 1.9. Уявна частина ЕОП для розсіяння дейтронів ядрами ${}^{208}\text{Pb}$. Потенціал з наближеної формули (1.43) – суцільна крива, точний розв’язок рівняння (1.19) – штрихова крива, дипольне наближення – пунктирна крива.

З рис.1.8, 1.9 можна бачити, що отриманий аналітичний вираз (1.43) для електричного оптичного потенціалу дейтрону співпадає з точним розв’язком рівняння (1.19), а розбіжність на малих відстанях пов’язана з порушенням умови критерію застосовності рівномірного наближення (1.40).

Завищення ЕОП дейтрону, отриманого у дипольному наближенні, вочевидь, пов’язане з максимальною оцінкою ймовірності кластеризації дейтрону [37].

На рис.1.10, 1.11 представлено (подібно до рис 1.8, 1.9) порівняння результатів розрахунків електричного оптичного потенціалу для випадку розсіяння ядер ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$.

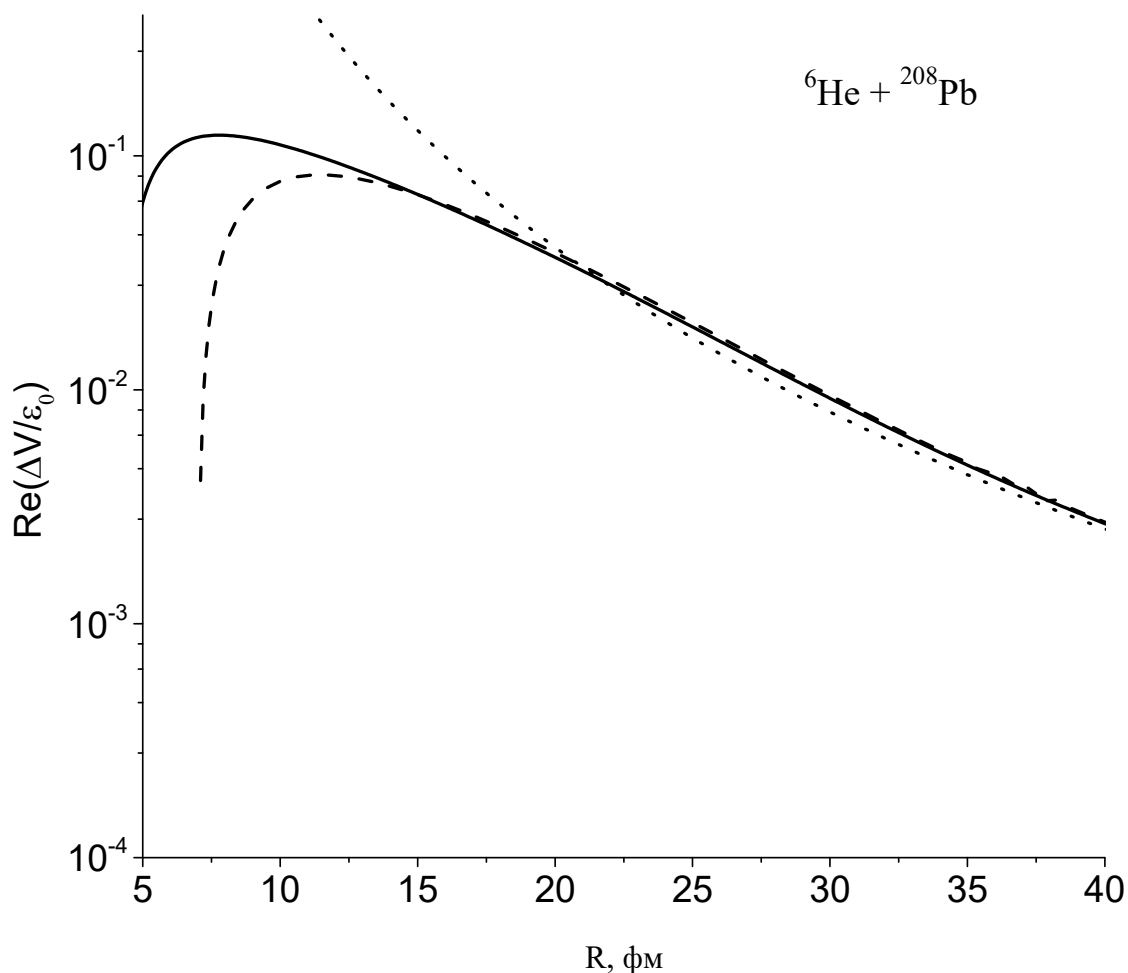


Рис. 1.10. Дійсна частина ЕОП для розсіяння ядер ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$. Потенціал з наближеної формули (1.43) – суцільна крива, точний розв’язок рівняння (1.19) – штрихова крива, дипольне наближення – пунктирна крива.

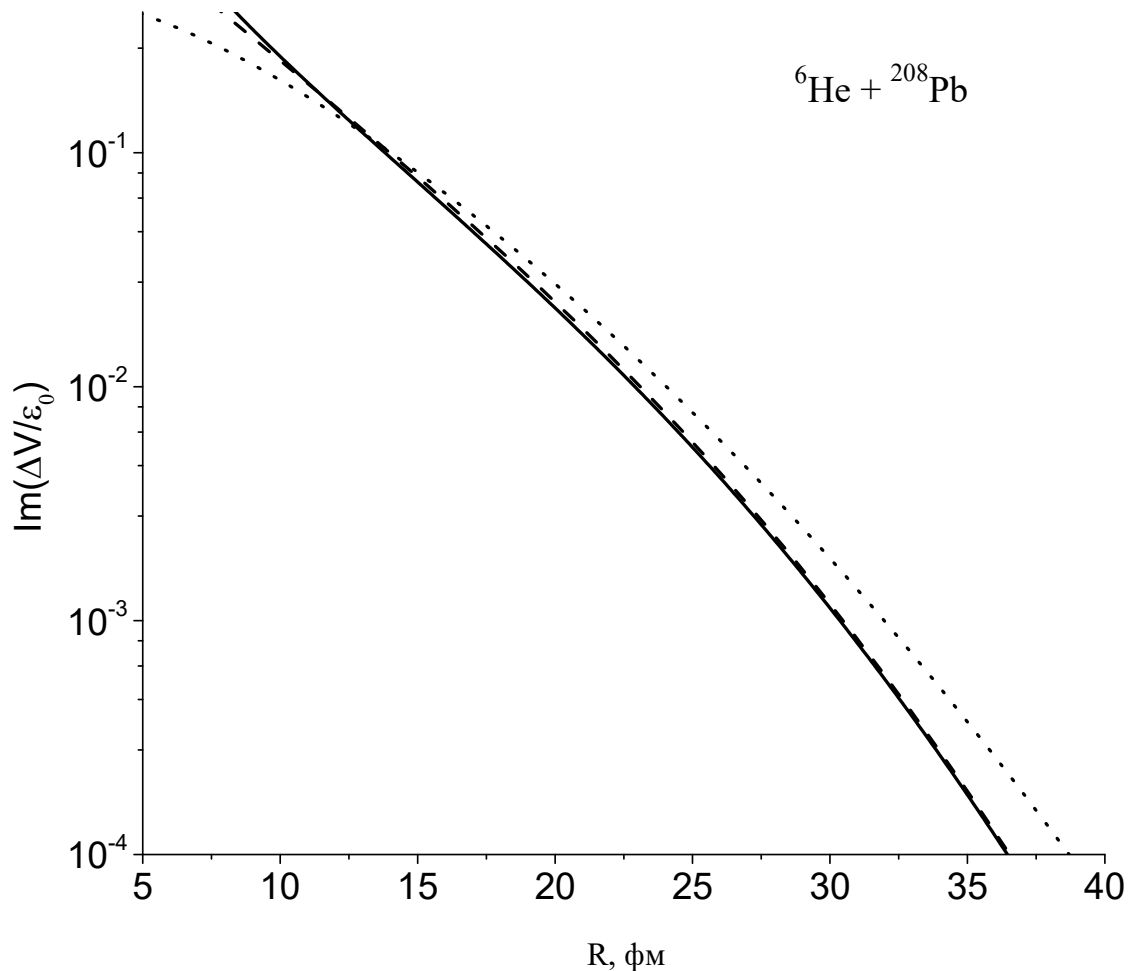


Рис. 1.11. Уявна частина ЕОП для розсіяння ядер ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$. Потенціал з наближеної формули (1.43) – суцільна крива, точний розв’язок рівняння (1.19) – штрихова крива, дипольне наближення – пунктирна крива.

З рисунків 1.8-1.11 видно, що результати розрахунків добре узгоджуються практично у всій області зміни R . Крім того, видно, що починаючи з деяких відстаней $\text{Re}\Delta V$ стає чисто дипольним (тобто пропорційно $1/R^4$), а поведінка $\text{Im}\Delta V$ істотно відрізняється від дипольного наближення. Практично у всій області простору S для розглянутих систем ядер виконується умова адиабатичності $|\Delta V / \varepsilon_0| \ll 1$.

Незважаючи на малу абсолютну величину, ЕОП має далекодіючий характер,

що можна легко показати, перейшовши від змінної S до звичайних радіусів R .

Далекодійний характер взаємодії легких слабкозв'язаних дейтроноподібних частинок з важкими ядрами мішеней і є причиною нефізичної поведінки параметрів уявної частини оптичних потенціалів (занадто великі радіуси або дифузності), одержаних при підгонці перерізів пружного розсіяння таких частинок за традиційною оптичною моделлю [8], [26].

1.3 Підбар'єрне розсіяння дейтроноподібних частинок ядрами з урахуванням ядерного оптичного потенціалу.

В той час коли вибування налітаючих частинок з пружного каналу на передніх кутах розсіяння практично повністю описується при врахуванні поляризованості та розщеплення в кулоновому полі ядра мішені [58]-[60], на кутах більших за 90° відхилення перерізів від резерфордівських є суттєво більшим.

Для пояснення специфічної поведінки перерізів пружного розсіяння розглянемо наступну фізичну модель цього процесу. В рамках адіабатичного наближення, при русі по кулоновій траєкторії, дейтрон, маючи асиметричний розподіл заряду та маси, взаємодіє з електричним полем ядра і поляризується. Не дивлячись на те, що класичні кулонові точки повороту дейтрона за вказаних енергій знаходяться за областю ядерної взаємодії, скінченні розміри та поляризованість дейтрона електричним полем ядра призводить до того, що нейтрон і протон можуть проникати під бар'єр, де на них діють ядерні сили (рис.1.12). Описання цього процесу можливе шляхом конструювання потенціалу взаємодії дейтрона з ядром в моделі однократної згортки. Для цього оптичні потенціали взаємодії окремих нуклонів дейтрона з мішенню [61] згортаються разом з густинами розподілу матерії дейтрона, які розраховуються на основі хвильових функцій його стану у зовнішньому полі ЕОП (1.36). Подібний підхід було запропоновано в роботі [57].

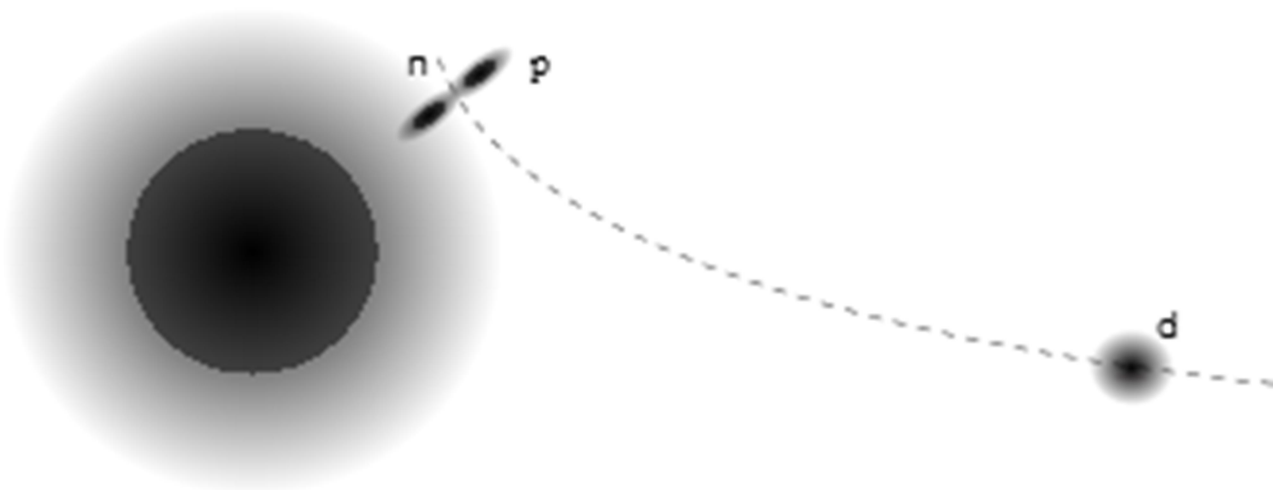


Рис. 1.12. Поляризованість дейтрона при розсіянні на ядрі.

Для врахування ядерного поля ядра-мішені виконаємо проектування рівняння (1.1) за допомогою функцій (1.16) з врахуванням наближення (1.2). В результаті отримуємо наступне рівняння

$$\left[E_d - \hat{K}_R - \bar{V}_N(R) - \Delta V(R) + V_C(R) \right] \chi_d(\mathbf{R}) = 0, \quad (1.45)$$

де

$$\bar{V}_N(R) = N \langle \Phi_R(\mathbf{r}) | V_n(r_n) + V_p(r_p) | \Phi_R(\mathbf{r}) \rangle \quad (1.46)$$

потенціал ядерної взаємодії нейтрона з ядром-мішенню в моделі однократної згортки [57]. З метою спрощення розрахунків можна використати наближене аналітичне представлення для хвильової функції $\Phi_R(\mathbf{r})$, отримане в роботі [40]

$$\Phi_R(\mathbf{r}) = \sqrt{\alpha/2\pi r}^{-1} e^{-\alpha r} \left[1 - \beta(\mathbf{n}_R \cdot \mathbf{n}_r)(\alpha r)^2 \right], \quad (1.47)$$

де $\beta \approx F_R/(8\alpha\epsilon_0)$, $F_R = Z_T e^2/R^2$ - зовнішня сила, що діє на дейтрон, \mathbf{n}_R та \mathbf{n}_r - орти, що визначають напрями відповідних векторів.

При виконанні розрахунків потенціали взаємодії складових дейтрона з ядром-мішенню обиралися як потенціали взаємодії вільних нуклонів з ядром [61].

Зважаючи на те, що дейтрон є слабкозв'язаною частинкою і реальна взаємодія його складових частинок з ядрами послаблюється та зазвичай виникає необхідність введення нормувального коефіцієнту N . В даних розрахунках нормувальний коефіцієнт обирався таким, що дорівнює 1. Зазначимо, що в роботі [55] показано, що для слабкозв'язаних частинок $N \leq 1$.

Рівняння (1.45) описує процес розсіяння складеної зарядженої частинки з масою $m_p + m_n$, який моделюється сумою потенціалів $V = \bar{V}_N + \Delta V + V_C$ і враховує скінченність розмірів дейтрона, можливість вибування дейтронів з пружного каналу в результаті процесів кулонового розщеплення та поляризованості.

Результати розрахунків потенціалів взаємодії дейтрона з ядром ^{208}Pb наведено на рис. 1.13-1.16. Виконані оцінки показують, що за вказаної енергії для даної системи взаємодіючих частинок класична кулонова точка повороту знаходиться на відстані ~ 16 фм.

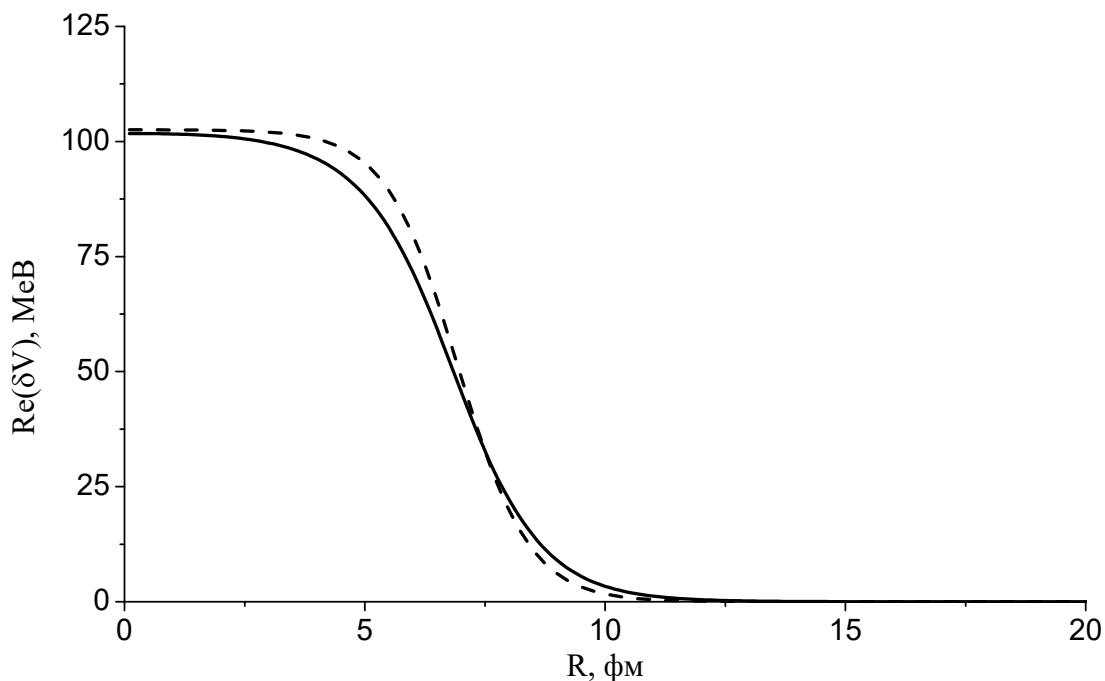


Рис.1.13. Дійсна частина суми оптичних потенціалів протона і нейтрона. Суцільною кривою показано потенціал у моделі згортки, штриховою – потенціал у наближенні точкового дейтрона.

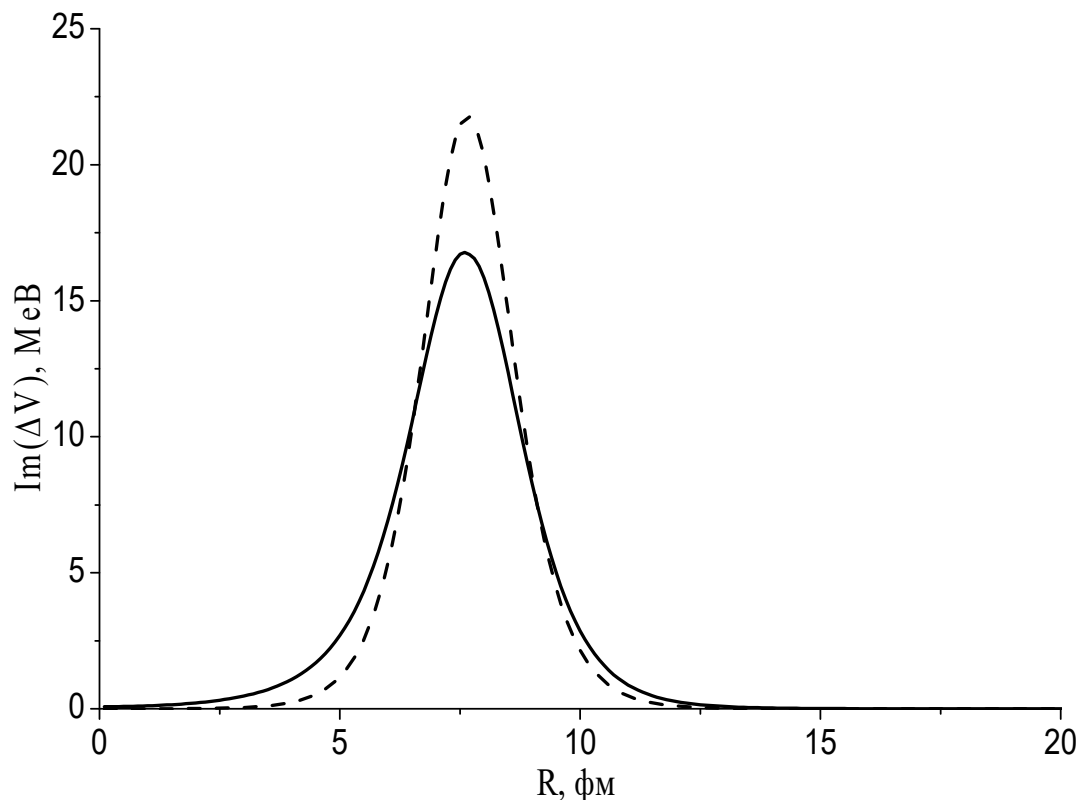


Рис.1.14. Уявна частина суми оптичних потенціалів протона і нейтрона. Суцільною кривою показано потенціал у моделі згортки, штриховою – потенціал у наближенні точкового дейтрона.

З рис. 1.13, 1.14 видно зростання як дійсної, так і уявної частини оптичного потенціалу у моделі згортки, у порівняння з моделлю точкового дейтрона, в області 7 фм, яка для ядра ^{208}Pb є областю домінування сильної взаємодії. Але за білябар'єрних енергій, на таких відстанях, оптичний потенціал має малий вплив на хвильову функцію налітаючої частинки, яка має малу ймовірність потрапити у таку область.

Використання процедури згортки призводить до суттєвого посилення ядерних потенціалів (як дійсної, так і уявної частин) у периферійній області взаємодії.

На рис.1.15 в логарифмічному масштабі наведено уявна частина суми оптичних потенціалів протона та нейтрона.

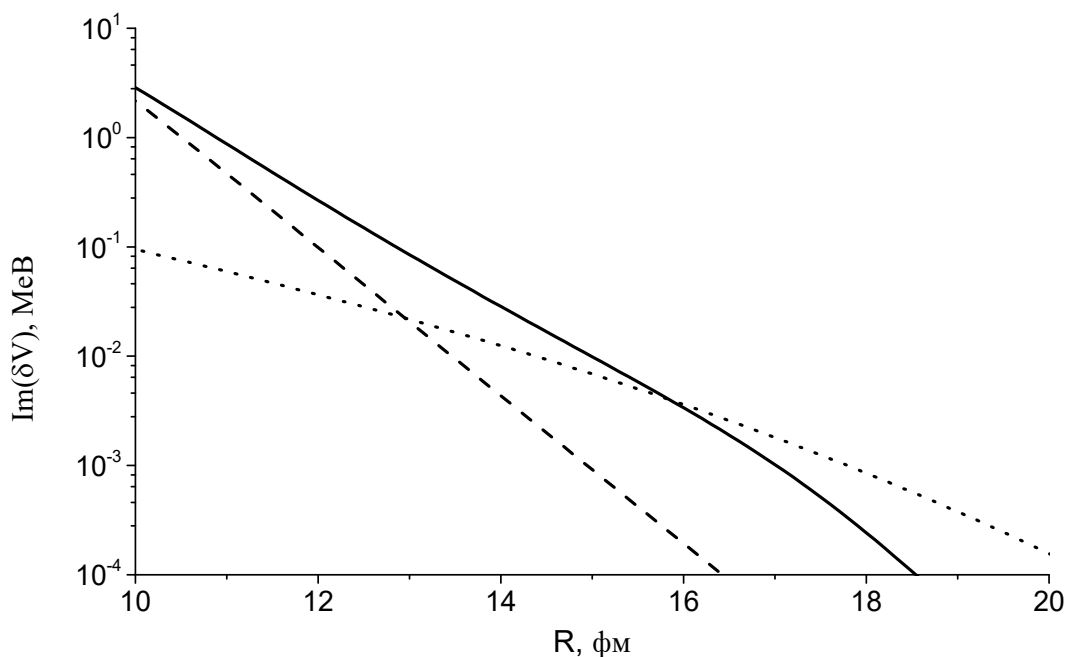


Рис.1.15. Уявна частина суми оптичних потенціалів протона та нейтрона в логарифмічному масштабі. Суцільна крива - потенціал у моделі згортки, штрихова крива – модель “точкового” дейтрона, пунктирна крива – потенціал поляризованості та розщеплення дейтрона $\delta V(R)$.

З рис. 1.15. видно, що в області точки повороту (біля 16 фм) ядерний оптичний потенціал в моделі згортки більш ніж у десять разів перевищує оптичний потенціал в моделі “точкового” дейтрона. Хоча на такій відстані від ядра мішені дійсна частина ЕОП домінує над ядерними потенціалом, нівелюючи внесок моделі згортки, уявна частина ЕОП є одного порядку з ядерним оптичним потенціалом в моделі згортки.

На рис.1.16 в логарифмічному масштабі наведено уявна частина суми оптичних потенціалів протона та нейтрона.

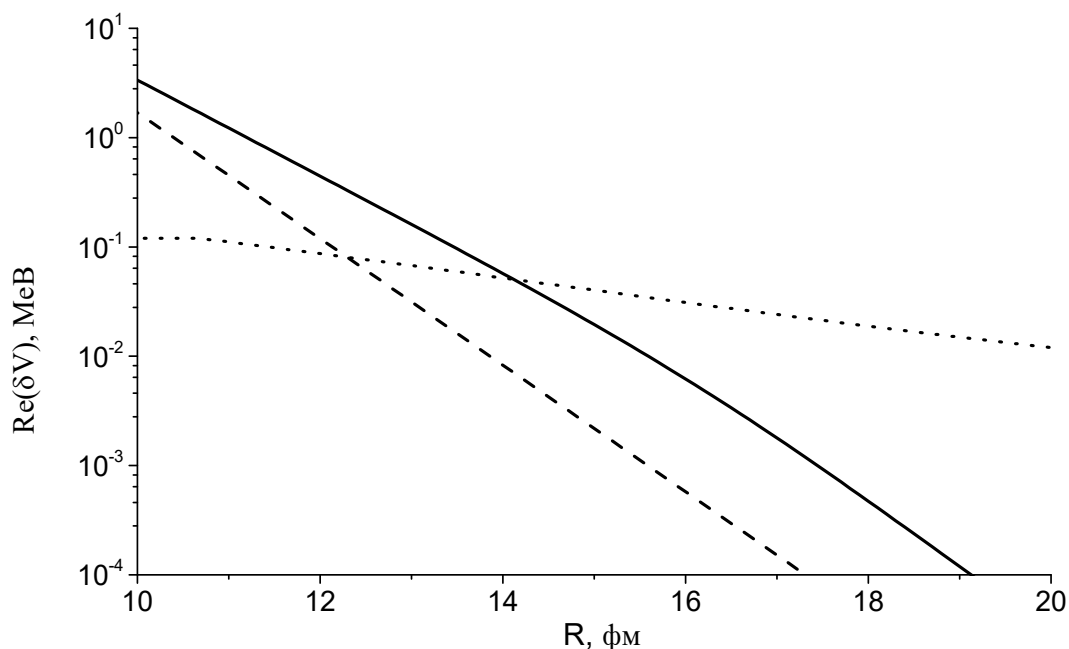


Рис.1.16. Дійсна частина суми оптичних потенціалів протона та нейтрона в логарифмічному масштабі. Суцільна крива - потенціал у моделі згортки, штрихова крива – модель “точкового” дейтрона, пунктирна крива – потенціал поляризованості та розщеплення дейтрона $\delta V(R)$.

Таким чином, з аналізу рис. 1.13-1.16, видно що врахування поляризованості дейтрона в кулоновому полі ядра-мішені призводить до суттєвого посилення в периферійній області як дійсної, так і уявної частини ЯОП у моделі згортки. Хоча вплив на переріз реакції пружного розсіяння дейтрона дійсної частини отриманого ЯОП є суттєво меншим за внесок від дійсної частини ЕОП, посилення уявної частини ЕОП призводить до збільшеної ймовірності поглинання дейтрона ядром-мішенню.

Представлений підхід було використано для опису наявних експериментальних даних для диференціальних перерізів пружного розсіяння дейтронів за енергій 7, 7,3 та 8 МеВ ядрами ^{208}Pb [56], 4, 5,5 та 5 МеВ ядрами ^{124}Sn [46] і 3,5, 4,5 та 5,16 МеВ ядрами $^{58,62}\text{Ni}$ [62].

На рис.1.17 представлено результати розрахунків диференціального перерізу пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{208}Pb за енергії 7.3 МеВ.

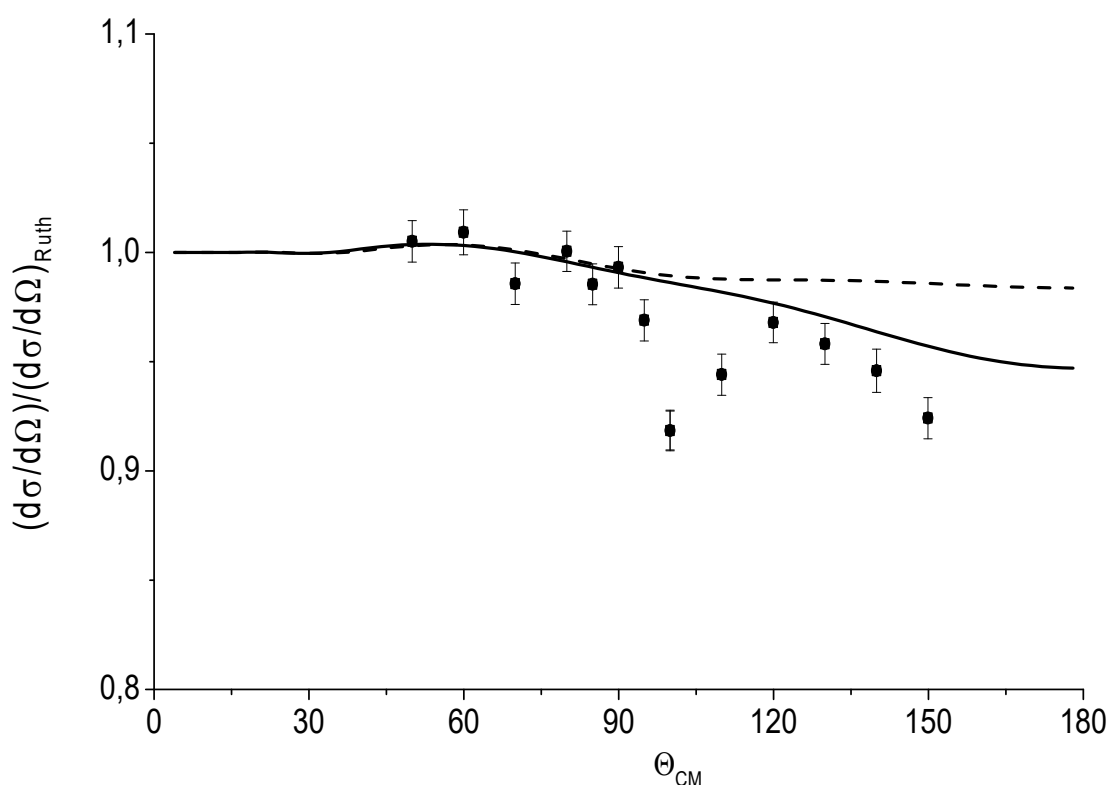


Рис. 1.17. Диференціальний переріз пружного розсіяння дейтронів за енергії 7.3 МеВ ядрами ^{208}Pb . Експериментальні дані з роботи [56]. Суцільна крива – результати розрахунків з урахуванням ядерного оптичного потенціалу в моделі згортки, штрихова крива - результати розрахунків з урахуванням впливу поляризованості та розщеплення налітаючих дейтронів.

На рис.1.18 представлено результати розрахунків диференціального перерізу пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{208}Pb за енергії 7 МеВ.

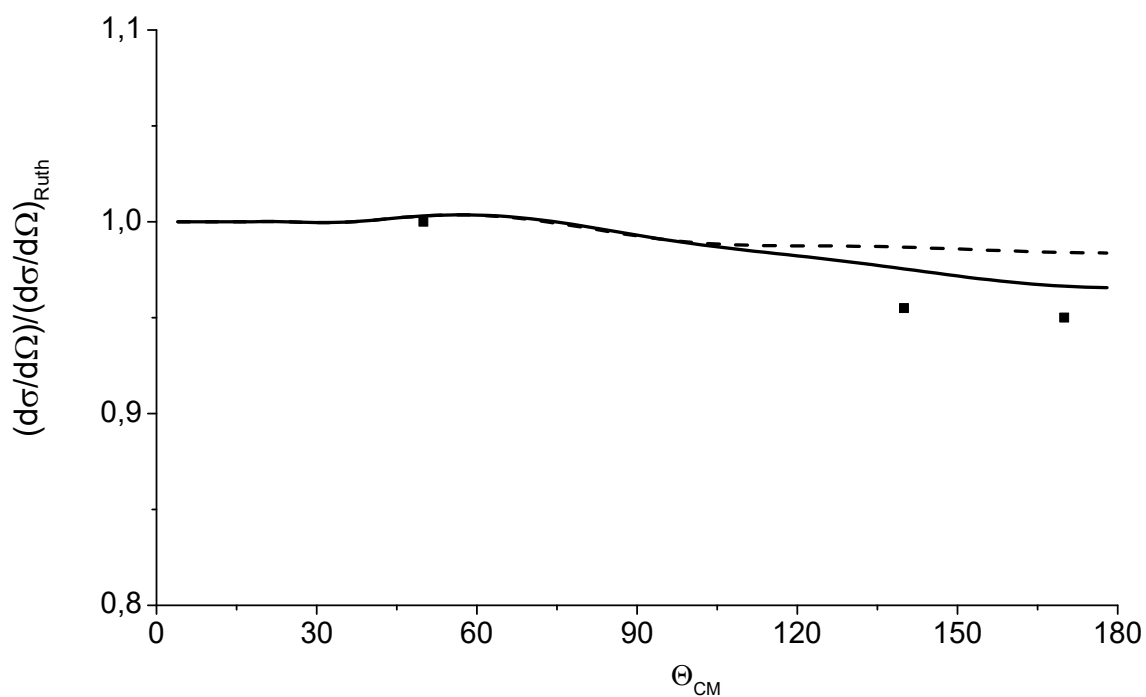


Рис. 1.18 Диференціальний переріз пружного розсіяння дейтронів за енергії 7 МеВ ядрами ^{208}Pb . Експериментальні дані з роботи [56]. Суцільна крива – результати розрахунків з урахуванням ядерного оптичного потенціалу в моделі згортки, штрихова крива - результати розрахунків з урахуванням впливу поляризованості та розщеплення налітаючих дейтронів.

На рис.1.19 представлено результати розрахунків диференціального перерізу пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{208}Pb за енергії 8 МеВ.

Штрих-пунктирна крива на рис. 1.19 представляє собою результати розрахунків диференціального перерізу з ядерним оптичним потенціалом без урахування поляризованості налітаючого дейтрона та використання процедури згортки.

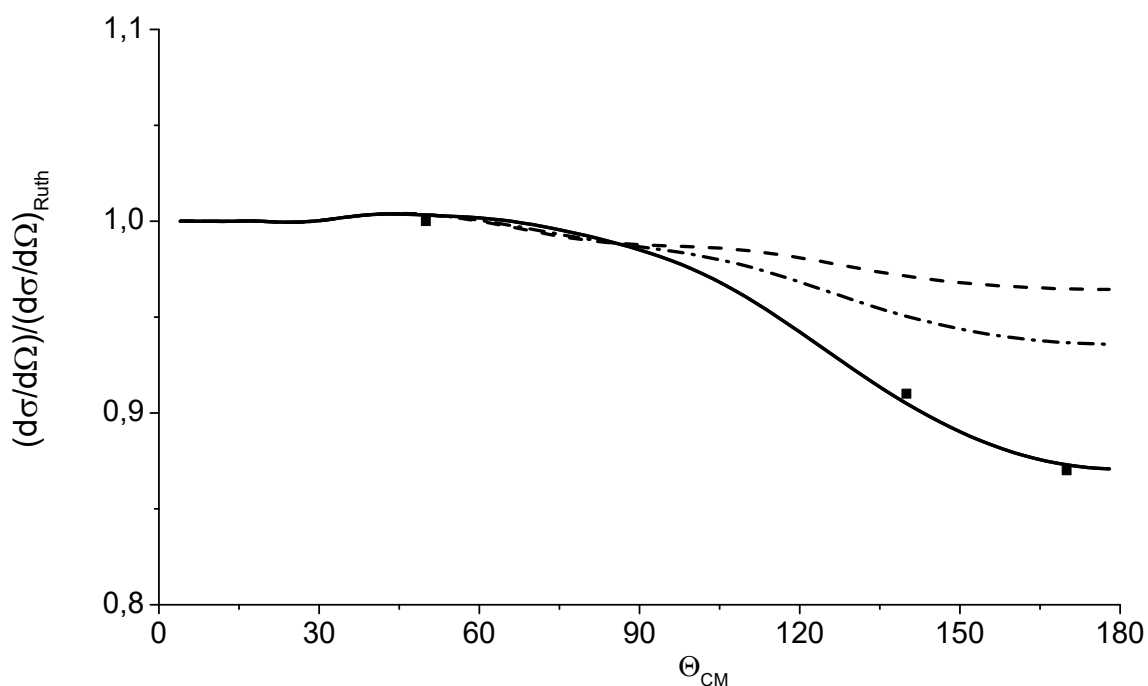


Рис. 1.19 Диференціальний переріз пружного розсіяння дейтронів за енергії 8 МеВ ядрами ^{208}Pb . Експериментальні дані з роботи [56]. Суцільна крива – результати розрахунків з урахуванням ядерного оптичного потенціалу в моделі згортки, штрихова крива - результати розрахунків з урахуванням впливу поляризованості та розщеплення налітаючих дейтронів, штрих-пунктирна крива - результати розрахунків диференціального перерізу з ядерним оптичним потенціалом без урахування поляризованості налітаючого дейтрона та використання процедури згортки..

З рис.1.17-1.19 видно, що саме згортка по функціям поляризованого дейтрона дає значний внесок і дозволяє задовільно описати наявні експериментальні дані.

Диференціальні перерізи в моделі згортки (суцільні криві) зі зростанням кута розсіяння починають різко спадати (у порівнянні з розрахунками у моделі ЕОП, які представлені штриховими кривими). Зі зростанням кута розсіяння, точка повороту наближається до границі ядерного поля ядра мішені, з яким дейтрон починає взаємодіяти. За рахунок поляризованості в кулоновому полі дейтрон значно ефективніше взаємодіє з ядерним потенціалом мішені.

На рис. 1.20 представлено результати розрахунків диференціального перерізу пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{58}Ni за енергії 3,5 МеВ.

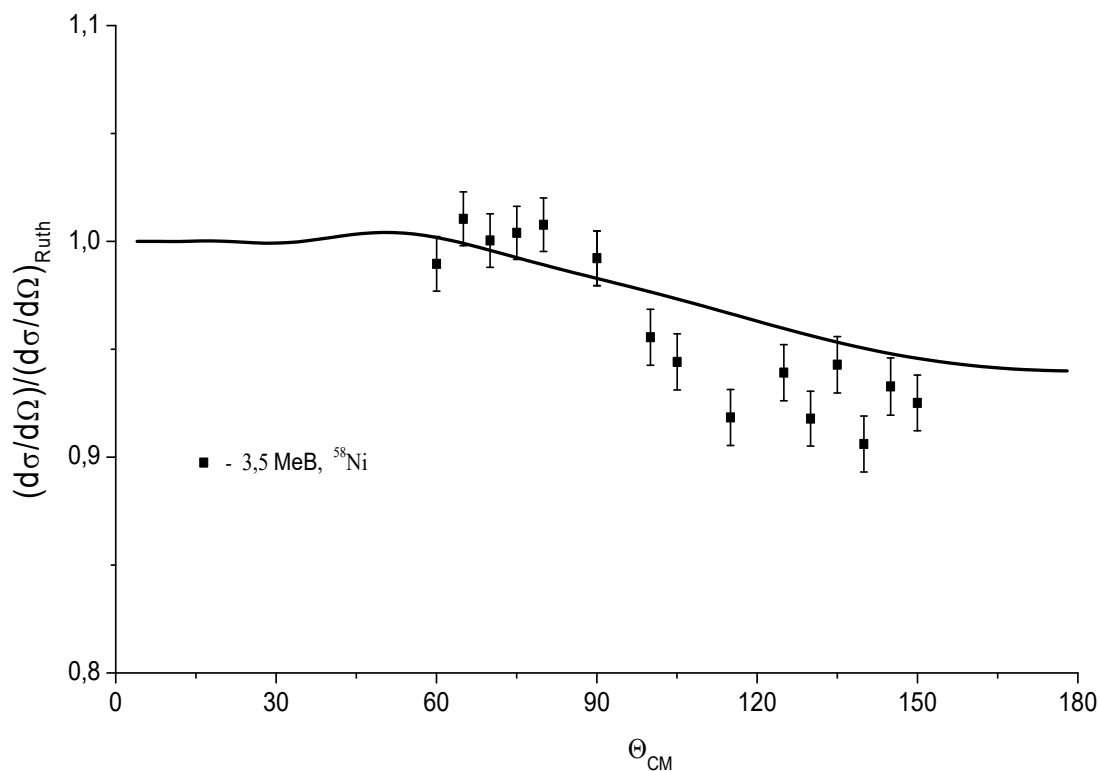


Рис. 1.20. Диференціальний переріз пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{58}Ni за енергії 3,5 МеВ. Експериментальні дані з роботи [62].

На рис. 1.17, 1.20 можна бачити наявність помітного мінімуму в області середніх кутів, що не відтворюється оптичним потенціалом (1.46). Схожа поведінка перерізів спостерігається і в експериментах [10] по пружному розсіянню ядер ^6He на ядрах ^{209}Bi за підбар'єрних енергій. Теоретична крива передає досить плавну усереднену залежність перерізу від кута спостереження.

На рис. 1.21 представлено результати розрахунків диференціальних перерізів пружного розсіяння дейтронів ядрами $^{58,62}\text{Ni}$ за енергій 4,5 MeV і 5,16 MeV.

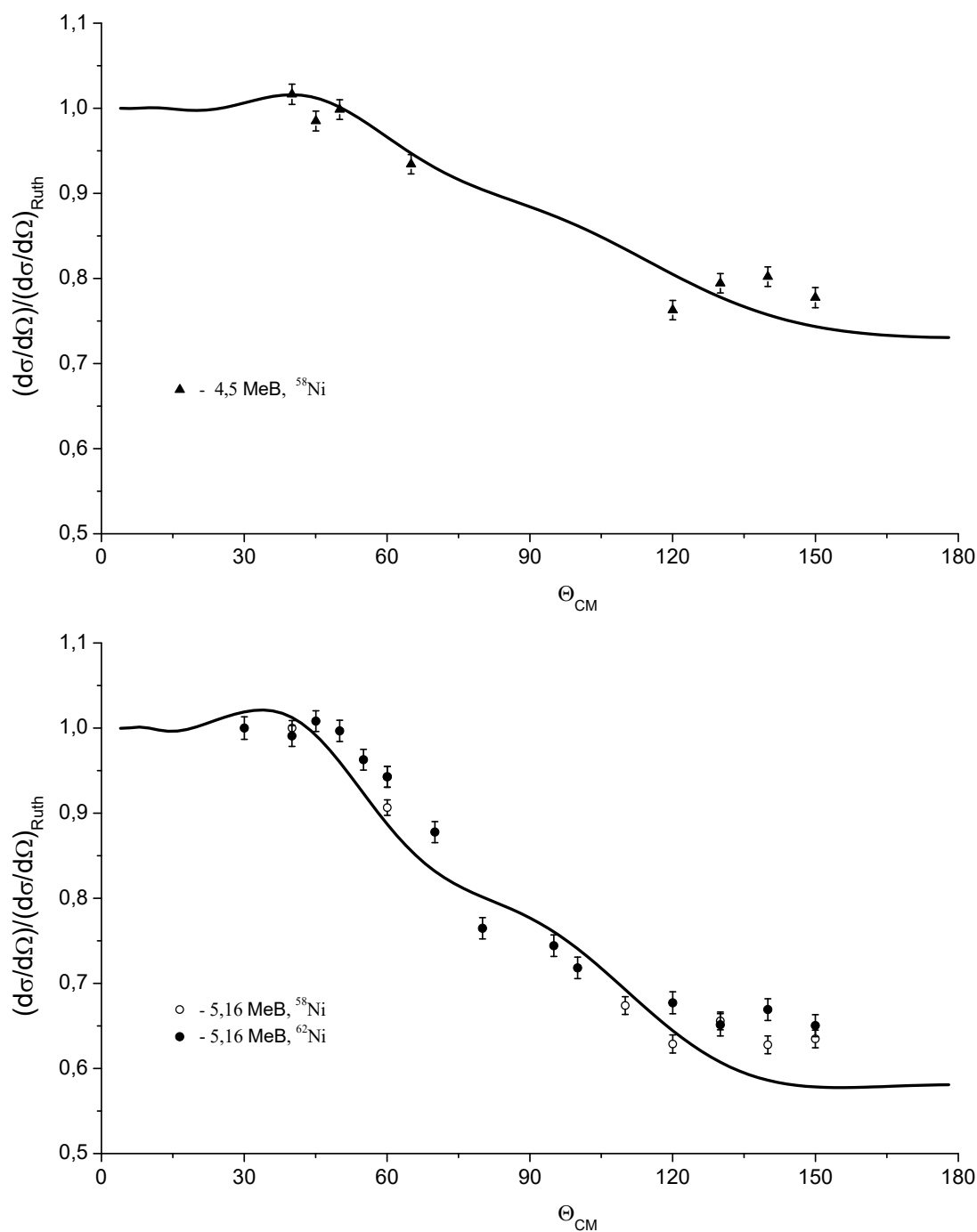


Рис. 1.21. Диференціальні перерізи пружного розсіяння дейтронів ядрами $^{58,62}\text{Ni}$ за енергій 4,5 MeV і 5,16 MeV. Експериментальні дані з роботи [62].

На рис. 1.22 представлено результати розрахунків диференціальних перерізів пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{128}Sn за енергій 4 MeV і 5,5 MeV.

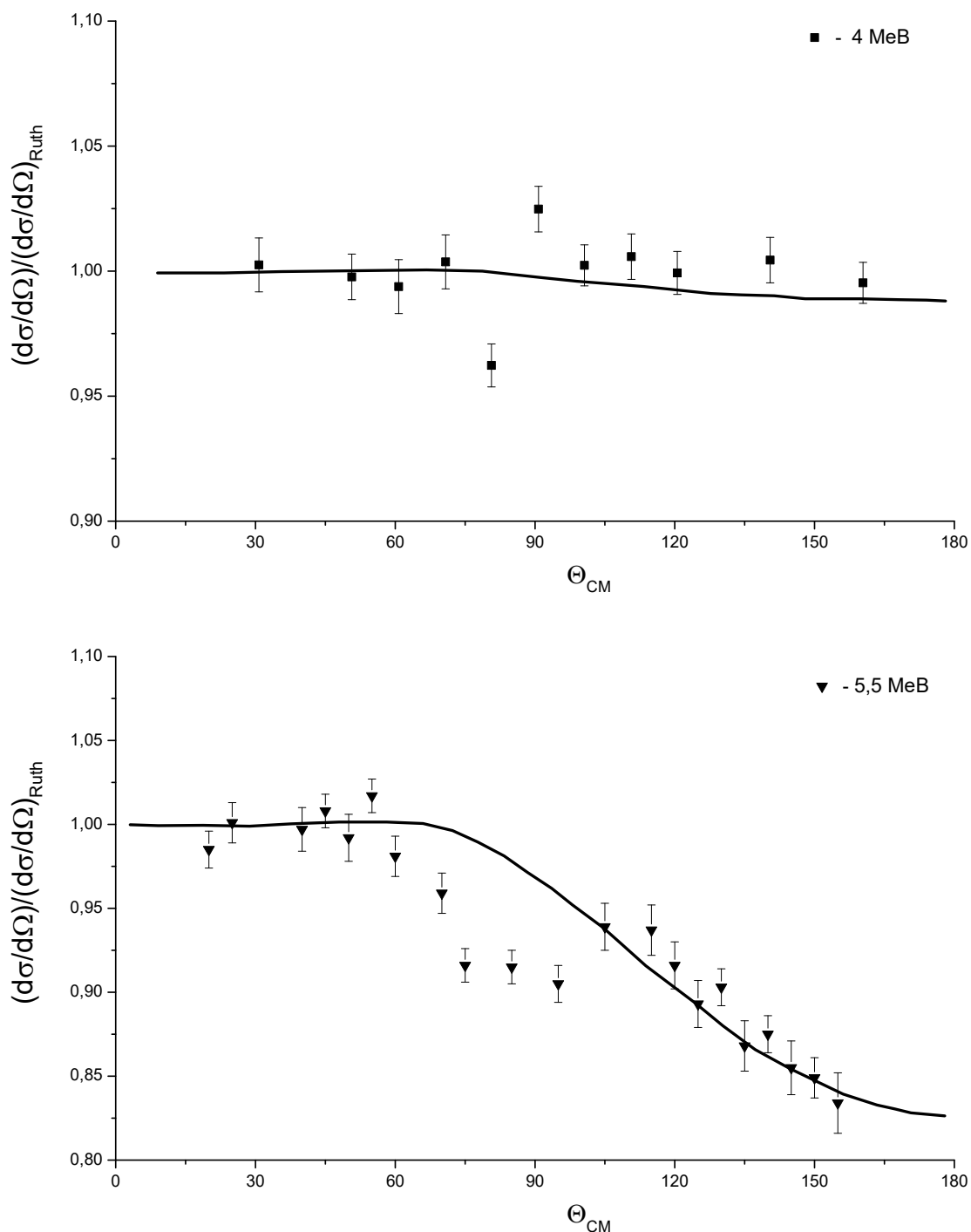


Рис. 1.22. Диференціальні перерізи пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{128}Sn за енергій 4 MeV і 5,5 MeV. Експериментальні дані з роботи [46].

На рис. 1.23 представлено результати розрахунків диференціального перерізу пружного розсіяння дейтронів ядрами ^{128}Sn за енергії 5 MeV.

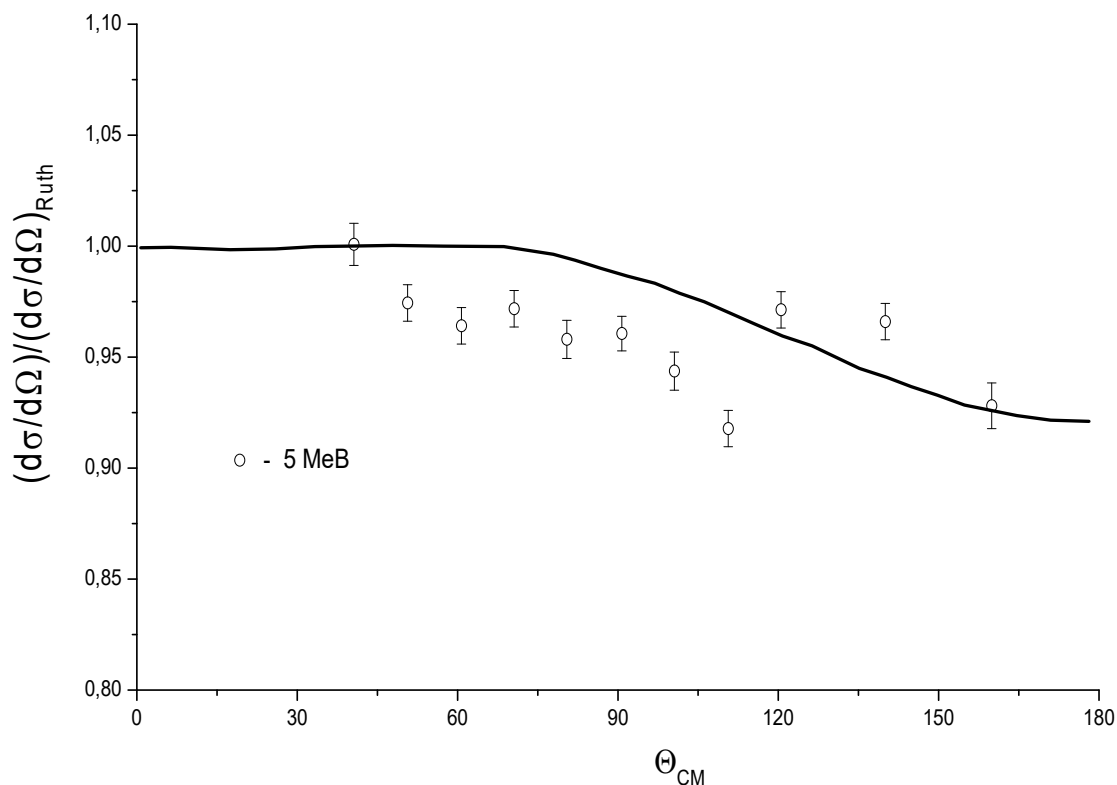


Рис. 1.23. Диференціальний переріз пружного розсіяння дейтронів на ядрах ^{128}Sn за енергій 5 MeV. Експериментальні дані з роботи [46].

Виконані розрахунки (див. рис. 1.17–1.23) вказують на те, що використання моделі згортки дозволяє задовільно описати реакцію пружного розсіяння дейтронів важкими ядрами як в області підбар'єрних енергій (4–5,5 MeV для ядер ^{128}Sn), так і за білябар'єрних енергій (5,16 MeV для ядер $^{58,62}\text{Ni}$).

1.4 Висновки до розділу 1.

У даному розділі на основі адіабатичної моделі пружного розсіяння легких нейтронадлишкових ядер ядрами за підбар'єрних енергій з використанням електричного оптичного потенціалу запропоновано модель для врахування впливу ядерного поля важкого ядра мішені за умови поляризованості налітаючої частинки в кулоновому полі.

Здобуто наближений аналітичний вираз для електричного оптичного потенціалу в області поворотних точок, досліджено його властивості для випадку розсіяння дейтронів та іонів ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$ і доведено, що критерій використаного наближення виконується до границі ядра-мішені.

Побудовано ядерний оптичний потенціал, який враховує поляризованість налітаючої дейтроноподібної частинки в області поворотних точок і доведено, що такий потенціал дозволяє задовільно описати перерізи пружного розсіяння дейтронів ядрами ${}^{208}\text{Pb}$, ${}^{124}\text{Sn}$ та ${}^{58,62}\text{Ni}$ за підбар'єрних енергій.

Знайдено, що врахування поляризованості налітаючих дейтронів посилює ядерний оптичний потенціал у периферійній області, що дозволяє пояснити причину виникнення нефізичних параметрів традиційних оптичних потенціалів при теоретичній інтерпретації даних із пружного розсіяння.

РОЗДІЛ 2. РОЗЩЕПЛЕННЯ СЛАБКОВ'ЯЗАНИХ ЯДЕР ЯДРАМИ ЗА НАДБАР'ЄРНИХ ЕНЕРГІЙ.

2.1 Вступ.

У попередньому розділі розглядалось пружне розсіяння легких нейтронадлишкових ядер на ядрах-мішенях за підбар'єрних і білябар'єрних енергій. При більш високих енергіях налітаючих частинок ($E \geq 10$ МеВ/нуклон) має помітно проявлятися вплив ядерної взаємодії та зростає вплив непружних каналів реакції, таких як розщеплення дейтрона ($d, n+p$) та зрив нуклонів в реакціях (d, n), (d, p). Такі реакції не описуються адіабатичною моделлю в зв'язку з тим, що кулоновий потенціал наростає з наближенням частинки до ядра-мішені надто швидко, порушуючи умову адіабатичності. Окрім того, поворотні точки за таких енергій можуть лежати глибоко в області дії ядерного поля ядра-мішені, що порушує умови використання рівномірного наближення.

Реакції взаємодії слабков'язаних частинок з важкими ядрами-мішенями за надбар'єрних енергій широко досліджуються в ядерній фізиці (див., наприклад, [63]-[73] та наведені там посилання).

В даний час існує велика кількість експериментальних даних щодо диференціальних перерізів розщеплення дейтронів важкими атомними ядрами в широкій області енергій та кутів вильоту продуктів реакції. Інтерпретація цих даних в рамках існуючих теоретичних підходів (метод деформованих хвиль [75]-[78], адіабатичний [79] та дифракційний підхід [130], метод зв'язаних каналів [84] та ін.) показала, що якість опису експериментальних даних суттєво залежить від кінематичних умов реакції, а саме енергії налітаючих частинок, кутів реєстрації продуктів вильоту та ін.

За підбар'єрних енергій, коли розщеплення дейтрона переважно відбувається в кулоновому полі, а потім продукти розщеплення взаємодіють з ядром-мішенню, перерізи реакції розщеплення добре описуються вищезгаданими

моделями, зокрема методом деформованих хвиль [78].

За надбар'єрних енергій, коли кути вильоту протона і нейтрона знаходяться по одну сторону пучка, узгодження значно погіршується, а при кутах вильоту близьких до нуля розраховані перерізи розщеплення перевищують експериментальні дані приблизно в два рази [63], [80], [81]. Слід зазначити, що у дифракційному наближенні [74], узагальненому на випадок непружних процесів, з введенням передачі поздовжнього імпульсу та використанням юкавівської функції дейтрона, було отримано узгодження розрахованих диференціальних перерізів розщеплення дейтронів з наявними експериментальними даними.

В даному розділі запропоновано модель [82], [83] для вивчення реакції розщеплення дейтронів важкими атомними ядрами, в якій емпірично враховувалась внутрішня структура налітаючого дейтрона. Проведено порівняння розрахованих диференціальних перерізів реакції розщеплення дейтронів за енергії 56 МеВ ядрами ^{12}C , ^{40}Ca та ^{90}Zr з наявними експериментальними даними.

2.2 Наближення викривлених хвиль для взаємодії слабкозв'язаних ядер з ядрами.

Реакція розщеплення дейтрона ядром-мішеню описується рівнянням Шредінгера

$$\hat{H} = \hat{K} + V_{pt}(\mathbf{r}_{pt}) + V_{nt}(\mathbf{r}_{nt}) + V_{np}(\mathbf{r}_{np}) \quad (2.1)$$

Використовуючи підхід, запропонований в роботах [75], [78], гамільтоніан (2.1) розкладемо на суму гамільтоніанів вхідного та вихідного каналів $H_i(H_f)$ з функціями власного стану $\psi_i(\psi_f)$ і збурюючого потенціалу $V_i(V_f)$.

В результаті отримуємо

$$\begin{aligned}
H_i &= \hat{K} + V_{dt}(\mathbf{R}) + V_{np}(\mathbf{r}), & V_i &= V_{pt}(\mathbf{r}_{pt}) + V_{nt}(\mathbf{r}_{nt}) - V_{dt}(\mathbf{R}), \\
\psi_i^{(+)} &= \chi_{dt}^{(+)}(\mathbf{R})\phi_0(\mathbf{r}_{np}), & &
\end{aligned} \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned}
H_f &= \hat{K} + V_{pt}(\mathbf{r}_{pt}) + V_{nt}(\mathbf{r}_{nt}), & V_f &= V_{pt}(\mathbf{r}_{pt}) + V_{nt}(\mathbf{r}_{nt}), \\
\psi_f^{(-)} &= \chi_{pt}^{(-)}(\mathbf{r}_p)\chi_{nt}^{(-)}(\mathbf{r}_{nt}), & &
\end{aligned} \tag{2.3}$$

де $V_{dt}(\mathbf{R})$ - потенціал взаємодії дейтрона з ядром-мішенню.

Амплітуда переходу для такого процесу дорівнює

$$T = \left\langle \chi_{pt}^{(-)}(\mathbf{r}_{pt})\chi_{nt}^{(-)}(\mathbf{r}_{nt}) \left| V_{np}(\mathbf{r}) \right| \Psi_d^{(+)}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) \right\rangle. \tag{2.4}$$

Функція $\Psi_d^{(+)}$ є розв'язком рівняння Шредінгера з повним гамільтоніаном (2.1) і у представленні Ліпмана-Швінгера має наступний вигляд:

$$\Psi_d^{(+)} = \chi_{dt}^{(+)}(\mathbf{R})\phi_0(\mathbf{r}) + \frac{V_{pt}(\mathbf{r}_{pt}) + V_{nt}(\mathbf{r}_{nt}) - V_{dt}(\mathbf{R})}{E - \hat{K} - V_{dt}(\mathbf{R}) - V_{np}(\mathbf{r}_{np}) + i\varepsilon} \Psi_d^{(+)}$$

Сутність наближення викривлених хвиль полягає в тому, що хвильова функція $\Psi_d^{(+)}$ може бути наближено представлена у вигляді Борнового наближення по малому збуренню V_i [75], [77].

У такому підході амплітуда переходу (2.4) дорівнює

$$T = \left\langle \chi_{pt}^{(-)}(\mathbf{r}_{pt})\chi_{nt}^{(-)}(\mathbf{r}_{nt}) \left| V_{np}(\mathbf{r}) \right| \chi_{dt}^{(+)}(\mathbf{R})\phi_0(\mathbf{r}) \right\rangle. \tag{2.5}$$

Видно, що поведінка амплітуди переходу (2.5) в основному визначається вибором явного виду потенціалу взаємодії між нейтроном і протоном $V_{np}(\mathbf{r})$, а

також видом хвильової функції основного стану дейтрона $\varphi_0(r)$.

Хвильову функцію $\varphi_0(r)$ та потенціал $V_{np}(r)$ оберемо у Хюльтенівій формі

$$V_{np}(r) = -\frac{\hbar^2}{2M} \mu(\mu + 2\alpha) \frac{e^{-\mu r}}{1 - e^{-\mu r}}, \quad (2.6)$$

$$\varphi_0(r) = \sqrt{\frac{2\alpha \mu(\alpha + \mu)}{(\alpha - \mu)^2}} \frac{e^{-\alpha r}}{r} (1 - e^{-\mu r}), \quad \mu = 5.39\alpha, \quad \alpha = 0.22 \text{ фм}^{-1}. \quad (2.7)$$

У наближенні нульового радіуса взаємодії $n-p$ пари

$$V_{np}(r)\varphi_0(r) \approx \delta(\mathbf{r})D_0, \quad D_0 = \int V_{np}(r)\varphi_0(r) dr \approx -124 \text{ MeV} \cdot \text{фм}^{3/2}, \quad (2.8)$$

а амплітуда переходу (2.5) дорівнює

$$T = D_0 \left\langle \chi_{pt}^{(-)}(\mathbf{R}) \chi_{nt}^{(-)}(\mathbf{R}) \middle| \chi_{dt}^{(+)}(\mathbf{R}) \right\rangle. \quad (2.9)$$

2.3. Кулонове розщеплення легких слабкозв'язаних ядер.

Зазначимо, що розглядаючи поле ядра-мішені лише кулоновим, інтеграл (2.9) можна отримати в аналітичному вигляді [77]. У такому підході хвильові функції протона, нейтрона і дейтрона дорівнюють:

$${}^{Coul} \chi_{dt}^{(+)}(\mathbf{R}) = e^{-\pi\eta_d/2} \Gamma(1 + i\eta_d) e^{ik_d \mathbf{R}} {}_1F_1[-i\eta_d, 1; i(k_d R - \mathbf{k}_d \mathbf{R})] \quad (2.10)$$

$${}^{Coul} \chi_{pt}^{(-)*}(\mathbf{R}) = e^{-\pi\eta_p/2} \Gamma(1 + i\eta_p) e^{-ik_p \mathbf{R}} {}_1F_1[-i\eta_p, 1; i(k_p R - \mathbf{k}_p \mathbf{R})] \quad (2.11)$$

$${}^{Coul} \chi_{nt}^{(-)*}(\mathbf{R}) = e^{-i\mathbf{k}_n \mathbf{R}} \quad (2.12)$$

Амплітуда переходу (2.9) для випадку чисто кулонової взаємодії дорівнює

$$\left\langle {}^{Coul} \chi_{pt}^{(-)}(\mathbf{R}) {}^{Coul} \chi_{nt}^{(-)}(\mathbf{R}) \left| {}^{Coul} \chi_{dt}^{(+)}(\mathbf{R}) \right. \right\rangle = e^{-\pi(\eta_d + \eta_p)} \Gamma(1 + i\eta_d) \Gamma(1 + i\eta_p) I, \quad (2.13)$$

де

$$I = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d}{d\varepsilon} \left\{ A(\varepsilon) {}_2F_1[-i\eta_d, -i\eta_p; 1; z(\varepsilon)] \right\}, \quad (2.14)$$

$$A(\varepsilon) = \frac{4\pi}{(Q^2 + \varepsilon^2)^{1+i\eta_d+i\eta_p}} (Q^2 + \varepsilon^2 - 2\mathbf{Q}\mathbf{k}_d - 2i\varepsilon k_d)^{i\eta_d} \times \\ \times (Q^2 + \varepsilon^2 + 2\mathbf{Q}\mathbf{k}_p - 2i\varepsilon k_p)^{i\eta_p}, \quad (2.15)$$

$$z(\varepsilon) = \frac{2(Q^2 + \varepsilon^2)(k_d k_p + \mathbf{k}_d \mathbf{k}_p) - 4(\mathbf{Q}\mathbf{k}_d + i\varepsilon k_d)(\mathbf{Q}\mathbf{k}_p - i\varepsilon k_p)}{(Q^2 + \varepsilon^2 - 2\mathbf{Q}\mathbf{k}_d - 2i\varepsilon k_d)(Q^2 + \varepsilon^2 + 2\mathbf{Q}\mathbf{k}_p - 2i\varepsilon k_p)}, \quad (2.16)$$

В цих формулах переданий імпульс

$$\mathbf{Q} = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_n. \quad (2.17)$$

Як відзначалось вище, за надбар'єрних енергій продукти реакції розщеплення (протон і нейтрон) вилітають переважно під малими кутами.

Розглянемо граничний випадок нульових кутів, коли імпульси дейтрона, протона і нейтрона паралельні. За таких умов, вираз для функції $z(\varepsilon)$ можна спростити, а саме можна не враховувати квадратичні доданки пропорційні ε^2 , оскільки імпульси частинок не дорівнюють нулю.

В результаті отримуємо

$$z(\varepsilon) \approx \frac{4k_d k_p \varepsilon^2}{(Q^2 - 2Qk_d - 2i\varepsilon k_d)(Q^2 + 2Qk_p - 2i\varepsilon k_p)}. \quad (2.18)$$

За умови малого аргумента $z(\varepsilon)$ гіпергеометричну функцію в (2.14) можна розкласти в ряд:

$${}_2F_1[-i\eta_d, -i\eta_p; 1; z(\varepsilon)] \approx 1 - \eta_d \eta_p z(\varepsilon). \quad (2.19)$$

Підставивши (2.18) і (2.19) до виразу (2.14) отримаємо

$$I = \frac{4\pi}{Q^{2(1+i\eta_d+i\eta_p)}} (Q^2 - 2Qk_d)^{i\eta_d} (Q^2 + 2Qk_p)^{i\eta_p} \left[\frac{2\eta_d k_d}{Q^2 - 2Qk_d} + \frac{2\eta_p k_p}{Q^2 + 2Qk_p} \right]. \quad (2.20)$$

Враховуючи співвідношення

$$\eta_d k_d = \frac{Z_p Z_d m_d}{\hbar}; \quad \eta_p k_p = \frac{Z_p Z_d m_p}{\hbar}, \quad (2.21)$$

для інтегралу (2.20) отримуємо

$$\begin{aligned} I &= \frac{8\pi m_p}{\hbar Q^{2(1+i\eta_d+i\eta_p)}} (Q^2 - 2Qk_d)^{i\eta_d} (Q^2 + 2Qk_p)^{i\eta_p} \left[\frac{m_d}{Q^2 - 2Qk_d} + \frac{m_p}{Q^2 + 2Qk_p} \right] = \\ &= \frac{8\pi m_p}{\hbar Q^{2(1+i\eta_d+i\eta_p)}} (Q^2 - 2Qk_d)^{i\eta_d} (Q^2 + 2Qk_p)^{i\eta_p} \left[\frac{m_p}{k_d + k_p - k_n} - \frac{m_d}{k_d + k_p + k_n} \right] \frac{1}{Q} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Зазначимо, що вираз у квадратних дужках (2.22) прямує до нуля при $k_p \approx k_n \approx \frac{k_d}{2}$, що за зазначених кінематичних умов призводить до мінімуму перерізу реакції розщеплення.

2.4. Розщеплення легких слабкозв'язаних ядер з урахуванням ядерного та кулонового оптичного потенціалу.

При одночасному врахуванні ядерної та кулонової взаємодії, амплітуду переходу (2.9) в аналітичному вигляді отримати доволі складно і тому при розрахунках необхідно використовувати наближені методи.

При виконанні подальших розрахунків оптичні потенціали V_{jt} , $j = p, n, d$, обирались у формі Вудса-Саксона

$$V_{jt}(r) = -V_R f(r_R, a_R; r) - iW_V f(r_I, a_I; r) + i4a_I W_D \frac{\partial}{\partial r} f(r_I, a_I; r) + V_{Coulomb}, \quad (2.23)$$

$$\text{де } f(r_i, a_i; r) = \left[1 + \exp\left(\frac{r - r_i A^{1/3}}{a_i}\right) \right].$$

Отримані з порівняння експериментальних даних по пружному розсіянню дейтронів ядрами ^{12}C , ^{40}Ca та ^{90}Zr [85]-[87] параметри оптичних потенціалів (див. нижче) наведено в Табл. 2.1, в якій E – енергія налітаючої частинки.

В дисертаційній роботі при розрахунках амплітуди переходу використовувався підхід, в якому функції, що входять у підінтегральні вирази (2.9), розкладалися в ряд по сферичним гармонікам.

В такому підході амплітуда переходу може бути представлена в вигляді

$$T = D_0 (4\pi)^2 \sum_{l_d, l_p, l_n=0}^{\infty} i^{l_d+l_p+l_n} e^{i\sigma_{l_d} + i\sigma_{l_p}} \begin{pmatrix} l_d & l_p & l_n \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y_{l_d}^{l_n l_p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_n) R_{l_d l_p l_n}, \quad (2.24)$$

де σ_{l_d} і σ_{l_p} - кулонові фази дейтрона і протона, $Y_{l_d}^{l_n l_p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_n)$ - скалярна триполярна гармоніка по сферичним функціям протона, нейтрона і дейтрона [88], а $R_{l_d l_p l_n}$ - інтеграл по радіальним хвильовим функціям, який було розраховано з використанням оптичного потенціалу (2.23):

$$R_{l_d l_p l_n} = \frac{1}{k_d k_p k_n} \int_0^{\infty} dR \frac{\chi_{l_d}(k_d, R) \chi_{l_n}(k_n, R) \chi_{l_p}(k_p, R)}{R}. \quad (2.25)$$

Табл. 2.1. Параметри оптичного потенціалу.

		V_R, MeV	$r_R, \text{фм}$	$a_R, \text{фм}$	$W_V, \text{фм}$	$W_D, \text{фм}$	$r_l, \text{фм}$	$a_l, \text{фм}$
^{40}Ca	$d, \text{ наб. 1}$	75,47	1,20	0,769	2,452	9,775	1,32	0,783
	$d, \text{ наб. 2}$	94,19	1,16	0,810	8,08	9,43	1,27	0,631
	p	56,34- 0,32E	1,17	0,75	-2,7+ 0,22E	11,8- 0,25E	1,32	0,51
	n	56,34- 0,32E	1,17	0,75	-1,6+ 0,22E	13,0- 0,25E	1,26	0,58
^{12}C	$d, \text{ наб. 1}$	79,79	1,12	0,742	0	11,55	1,23	0,666
	$d, \text{ наб. 2}$	103,62	1,10	0,637	1,28	13,33	1,11	0,579
	p, n	61,05- 0,277E	1,15- 0,001E	0,57	0	9,6- 0,055E	1,15- 0,001E	0,50
^{90}Zr	$d, \text{ наб. 1}$	89,16	1,11	0,816	5,034	8,289	1,36	0,786
	$d, \text{ наб. 2}$	95,89	1,16	0,810	8,03	9,45	1,29	0,668
	p	60,24- 0,32E	1,17	0,75	-2,7+ 0,22E	13,1- 0,25E	1,32	0,588
	n	53,63- 0,32E	1,17	0,75	-1,56+ 0,22E	11,67- 0,25E	1,26	0,58

Зважаючи на те, що підінтегральна функція пропорційна $1/R$, інтеграл (2.25) має асимптотичну збіжність.

Для обчислення даного інтегралу використовувався алгоритм, представлений в роботі [89]. Функції χ_l розраховувались чисельно від нуля до границі дії ядерного потенціалу R_0 , а радіальні хвильові функції за межами ядерного поля мішені представлялись у вигляді

$$\chi_{l_j}(k_j, R) = \frac{i}{2} \left(H_{l_j}^+(\eta_j, k_j R) - S_{l_j} H_{l_j}^-(\eta_j, k_j R) \right), \quad j = n, p, d, \quad (2.26)$$

де S_j - матричний елемент реакції пружного розсіяння, η_j - кулоновий параметр, а $H_{l_j}^\pm(\eta, k_j R)$ - комбінація іррегулярної та регулярної кулонової функції

$$H_{l_j}^\pm(\eta_j, k_j R) = G_{l_j}(\eta_j, k_j R) \pm i F_{l_j}(\eta_j, k_j R), \quad (2.27)$$

яка має асимптотичну поведінку

$$H_{l_j}^\pm(\eta_j, k_j R) \rightarrow e^{\pm i(k_j R - \eta_j \ln 2k_j R - l_j \pi / 2 + \sigma_{l_j})}, \quad (2.28)$$

де $\sigma_{l_j} = \arg \Gamma(l_j + 1 + i\eta_j)$ - кулонова фаза.

Зважаючи на кінематичні умови $k_d > k_p + k_n$ (k_d - абсолютне значення хвильового вектора дейтрона), підінтегральну функцію в (2.25) можна розбити на дві складові з множниками $e^{i(k_d - k_p - k_n)R}$ та $e^{-i(k_d - k_p - k_n)R}$, відповідно. Послугуючись інтегральною теоремою Коші, інтегрування за межами радіуса ядерних сил проводилось по комплексному шляху $R = R_0 \pm ix$, $x \in [0, \infty)$, що призводить до експоненціальної збіжності розрахунків.

Для збіжності суми по індексам l_d , l_p і l_n , введемо чисто кулоновий радіальний інтеграл $R_{l_d l_p l_n}^{PC}$. Тоді амплітуду переходу (2.24) можна представити в вигляді

$$T = T_{pC} + D_0 (4\pi)^2 \sum_{l_d, l_p, l_n=0}^{\infty} i^{l_d + l_p + l_n} e^{i\sigma_{l_d} + i\sigma_{l_p}} \begin{pmatrix} l_d & l_p & l_n \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y_{l_d}^{l_n l_p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_n) (R_{l_d l_p l_n} - R_{l_d l_p l_n}^{PC}). \quad (2.29)$$

В (2.29) T_{pC} - амплітуда переходу з урахуванням лише кулонової взаємодії [77].

Диференціальний переріз реакції розщеплення дейтронів ядрами дорівнює

$$\frac{d^3\sigma}{d\theta_n d\theta_p dE_p} = \frac{1}{(2\pi)^5 \hbar^8} |T|^2 \frac{m_d m_p m_n k_p k_n}{k_d}, \quad (2.30)$$

де m_d , m_p і m_n - маса дейтрона, протона та нейтрона, а амплітуда переходу при подальших розрахунках визначалась формулою (2.9).

На рис. 2.1 представлено результати розрахунків диференціального перерізу реакції розщеплення дейтронів ядрами ^{12}C

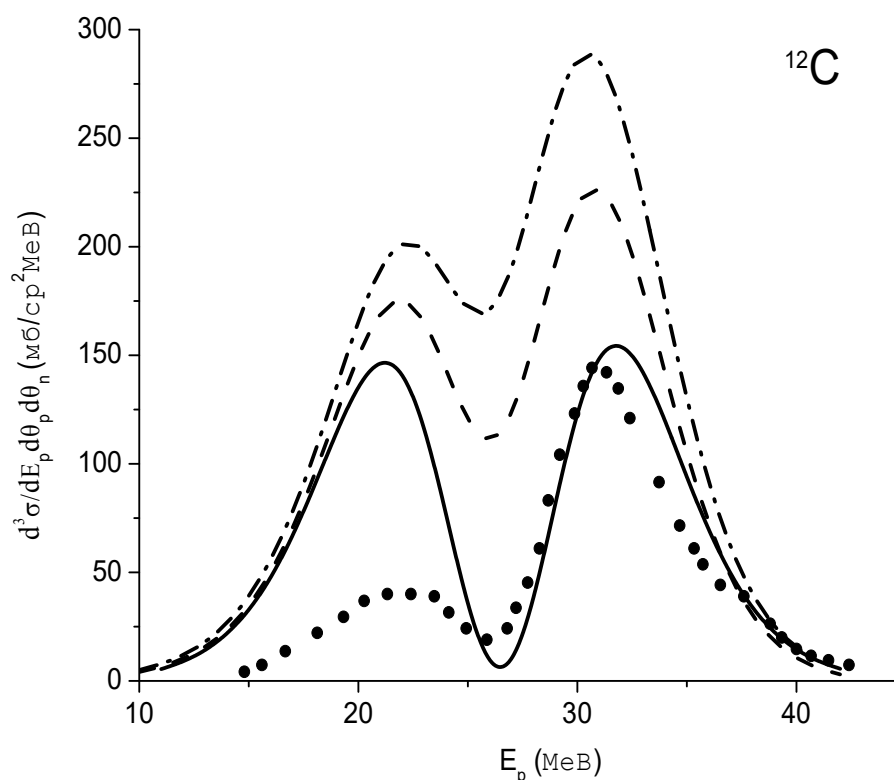


Рис. 2.1. Диференціальний переріз розщеплення дейтронів ядрами ^{12}C за енергії 56 МеВ. Експериментальні дані взяті з роботи [63]. Суцільна крива – результати розрахунків у наближенні нульового радіуса дейтрона з урахуванням лише кулонової взаємодії, пунктирна та штрих-пунктирна криві – результати розрахунків з урахуванням ядерної взаємодії.

На рис. 2.1 суцільною кривою представлено результати розрахунків, отримані у наближенні нульового радіуса дейтрона та з урахуванням лише кулонової взаємодії. Пунктирна та штрих-пунктирна криві на даному рисунку представляють диференціальні перерізи реакції розщеплення дейтронів при розсіянні на ядрах ^{12}C з урахуванням ядерної взаємодії. При виконанні таких розрахунків використовувались оптичні потенціали з параметрами, наведеними в Табл. 2.1 (пунктир – набір 1, штрих-пунктир – набір 2).

На рис. 2.2 представлено результати розрахунків диференціального перерізу реакції розщеплення дейтронів ядрами ^{40}Ca за енергії 56 MeV.

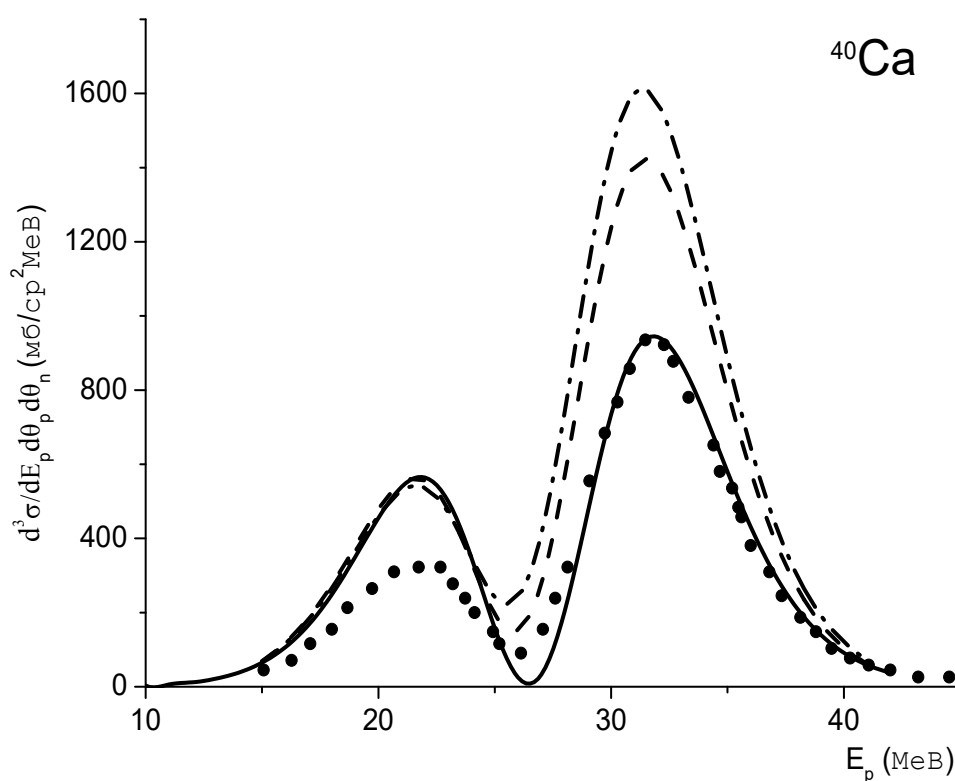


Рис. 2.2. Те саме, що й рис. 2.1, але для реакції розщеплення дейтронів ядрами ^{40}Ca за енергії 56 MeV. Експериментальні дані взяті з роботи [64].

На рис. 2.3 представлено результати розрахунків диференціального перерізу реакції розщеплення дейтронів ядрами ^{90}Zr за енергії 56 MeV.

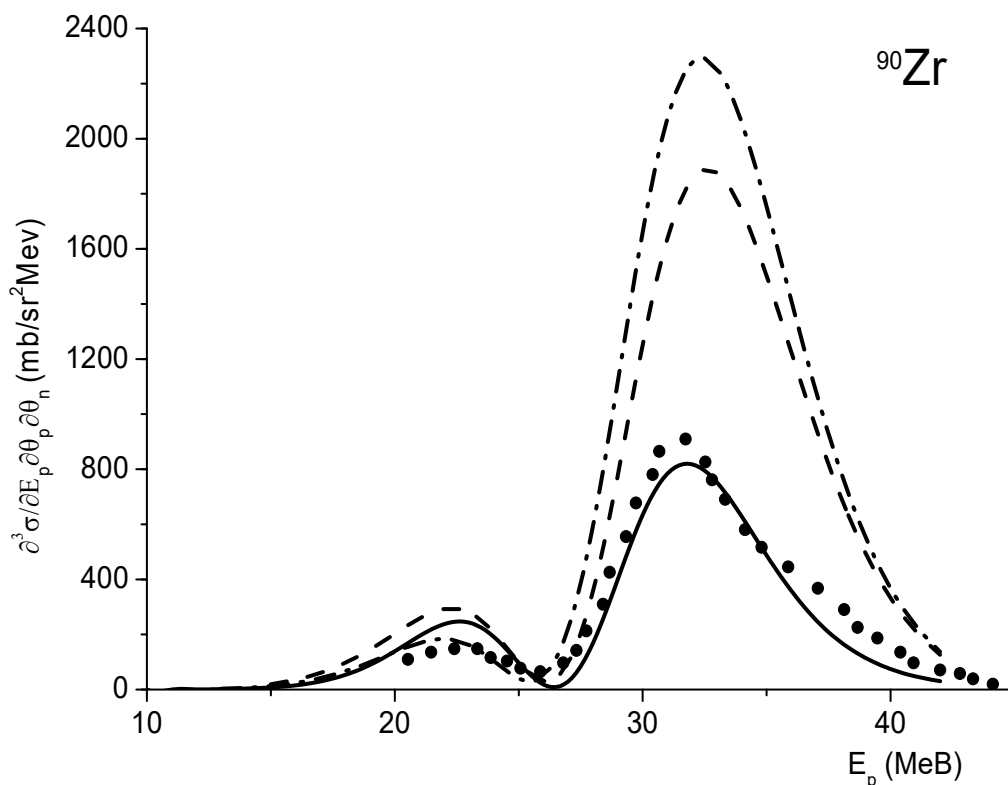


Рис. 2.3. Те саме, що й рис. 2.1, але для реакції розщеплення дейтронів ядрами ^{90}Zr за енергії 56 MeV. Експериментальні дані взяті з роботи [64].

З рис. 2.1-2.3. видно, що енергетична залежність диференціальних перерізів розщеплення дейтронів має характерний вигляд з двома екстремумами і мінімумом за умови $k_p \approx k_n \approx \frac{k_d}{2}$, що підтверджує переважно кулоновий механізм реакції розщеплення дейтронів за таких енергій.

Виконані розрахунки свідчать про те, що врахування лише кулонової взаємодії дозволяє описати диференціальні перерізи реакції розщеплення дейтронів в області енергій $E_p \geq 27$ MeV ($E_p \geq E_n$).

В області енергій, де $E_p < E_n$ спостерігається суттєве завищення в поведінці розрахованих перерізів по відношенню до наявних експериментальних даних.

Зазначимо, що наведені результати розрахунків узгоджуються з результатами, отриманими в роботах [63], [79].

З рис. 2.1-2.3 також видно, що врахування ядерного оптичного потенціалу призводить до суттєвого завищення диференціальних перерізів у порівнянні як з експериментальними даними, так і з розрахунками, виконаними лише з урахуванням кулонової взаємодії. Такий значний вплив ядерної взаємодії на поведінку перерізів реакції розщеплення викликає подив і може бути пов'язаний, в першу чергу, з використаними в моделі параметрами оптичного потенціалу.

Дійсно, в представленому підході було використано оптичні потенціали з параметрами, отриманими з порівняння експериментальних даних по пружному розсіяню дейтронів ядрами [85]-[87] на великі кути ($\theta > 20^\circ$), в той час як реакція розщеплення дейтрона за енергії 56 МеВ проходить переважно з вильотом продуктів реакції під малими кутами. За таких умов реакція розщеплення являється в основному периферійною і визначається переважно кулоновою взаємодією.

В той же час слід зазначити, що в області енергій менших за 56 МеВ, поведінка перерізу пружного розсіяння дейтронів вкрай чутлива до параметрів ядерного оптичного потенціалу і використання інших модельних оптичних потенціалів дозволяє доволі добре описати наявні експериментальні дані з пружного розсіяння [45].

В даній роботі при розрахунках диференціальних перерізів реакції розщеплення дейтронів ядрами використовувались наступні модельні наближення для оптичних потенціалів: модель згортки по функціям основного стану дейтрона в формі Хюльтена (МЗ) та модель “точкового” дейтрона (МТД).

Оптичний потенціал в МЗ та МТД моделях визначається формулами [57]

$$V_d(\mathbf{R}) = \langle \phi_0(r) | V_p(\mathbf{r}_p) + V_n(\mathbf{r}_n) | \phi_0(r) \rangle, \quad (2.31)$$

в моделі згортки

$$V_d(\mathbf{R}) = V_p(\mathbf{R}) + V_n(\mathbf{R}), \quad (2.32)$$

в моделі “точкового” дейтрона.

Результати розрахунків з використанням таких потенціалів представлено на рис. 2.4.

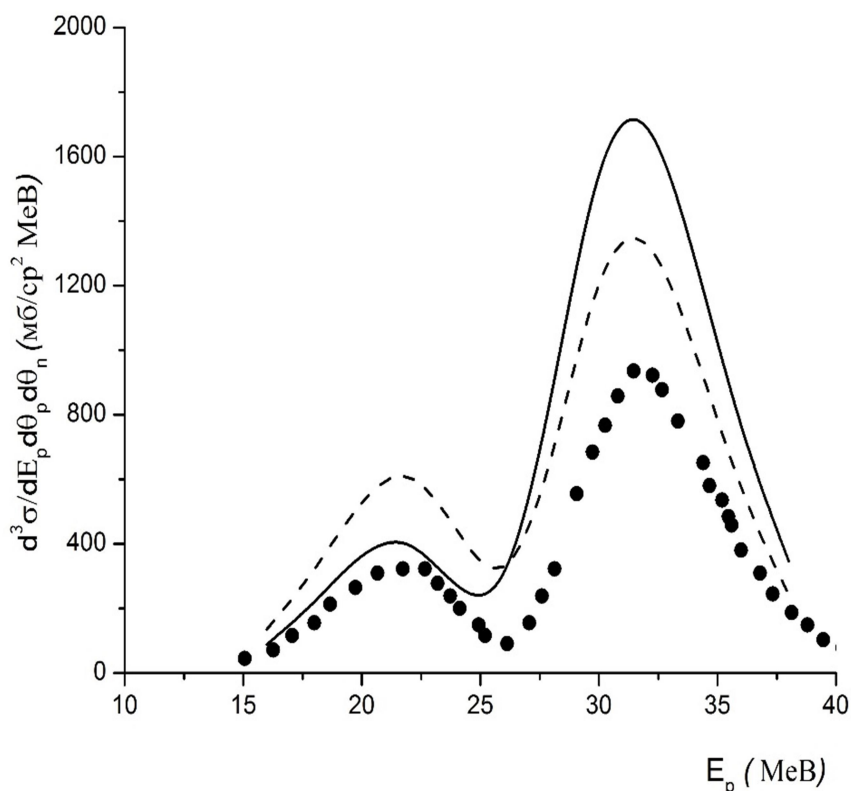


Рис. 2.4. Диференціальний переріз розщеплення дейтронів ядрами ^{40}Ca за енергії 56 MeV. Експериментальні дані взяті з роботи [63]. Суцільна крива розрахована з використанням потенціалу у формі (2.31), штрихова крива – з потенціалом у формі (2.32).

З рис. 2.4 видно, що використання в представленому підході оптичного потенціалу (2.31) дозволяє дещо краще узгодити виконані розрахунки з наявними експериментальними даними в області енергій $E_p < E_n$, однак в області енергій $E_p \geq E_n$ суттєвих змін у поведінці розрахованого перерізу не спостерігається.

Також з рис. 2.4 видно, що використання в представленому підході оптичного потенціалу в формі (2.32) не дозволяє узгодити виконані розрахунки з

наявними експериментальними даними в розглядуваній області енергій.

Наведені на рис. 2.1 - 2.4 результати свідчать про те, що без урахування внутрішньої структури налітаючого дейтрона описати наявні експериментальні дані доволі складно.

Для врахування внутрішньої структури налітаючого дейтрона (див., наприклад, [77]) може бути використано наступне наближення

$$\chi_p^{(-)}(\mathbf{r}_p)\chi_n^{(-)}(\mathbf{r}_n) \approx \chi_p^{(-)}(\mathbf{R})\chi_n^{(-)}(\mathbf{R})e^{-ik_n r/2}. \quad (2.33)$$

В такому підході вважається, що розщеплення дейтрона в полі ядра-мішені в основному відбувається за рахунок кулонової взаємодії протона з ядром, а нейтрон при цьому рухається вільно з відносним імпульсом $k_n/2$.

Підставляючи (2.33) в (2.9) отримуємо

$$\begin{aligned} T &\approx \langle \chi_p^{(-)}(\mathbf{k}_p, \mathbf{R})\chi_n^{(-)}(\mathbf{k}_n, \mathbf{R}) | \chi_d^{(+)}(\mathbf{k}_d, \mathbf{R}) \rangle \langle e^{ik_n r/2} | V_{np}(r)\varphi_0(r) \rangle = \\ &= \langle \chi_p^{(-)}(\mathbf{k}_p, \mathbf{R})\chi_n^{(-)}(\mathbf{k}_n, \mathbf{R}) | \chi_d^{(+)}(\mathbf{k}_d, \mathbf{R}) \rangle \frac{\beta^2}{\beta^2 + k_n^2/4} D_0, \end{aligned} \quad (2.34)$$

де $\beta = \mu + \alpha = 1.4 \text{ фм}^{-1}$.

Результати виконаних в такому підході розрахунків представлено на рис. 2.5, 2.6. Суцільні та штрихові криві на даних рисунках розраховано за формулою (2.34) з використанням оптичних потенціалів (2.23) з параметрами, наведеними в табл. 2.1 (суцільна крива – набір 1, штрих-пунктир – набір 2).

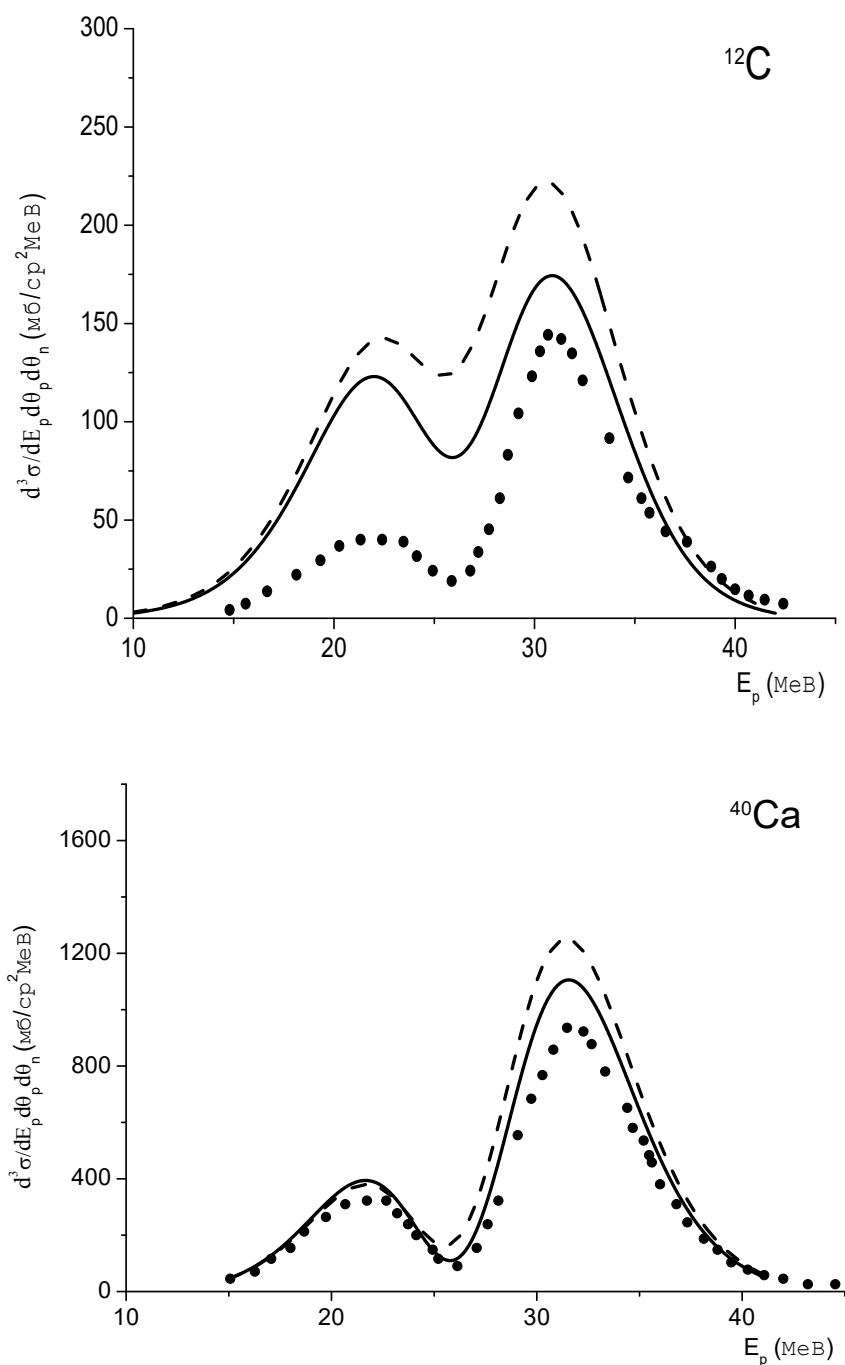


Рис. 2.5. Диференціальні перерізи розщеплення дейтронів ядрами ^{12}C та ^{40}Ca . Суцільні та штрихові криві розраховано з використанням оптичних потенціалів (2.23) з параметрами, наведеними в табл. 2.1 (суцільна крива – набір 1, штрихпунктир – набір 2).

З рис. 2.5 видно, що врахування просторової структури дейтрона за рахунок введення імпульсу між складовими дейтрона в момент його розщеплення, у порівнянні з моделлю точкового дейтрона (див. рис. 2.1-2.3), дозволяє краще

описати наявні експериментальні дані.

На рис. 2.6 представлено результати розрахунків перерізів розщеплення дейтронів ядрами ^{90}Zr за енергії 56 MeV.

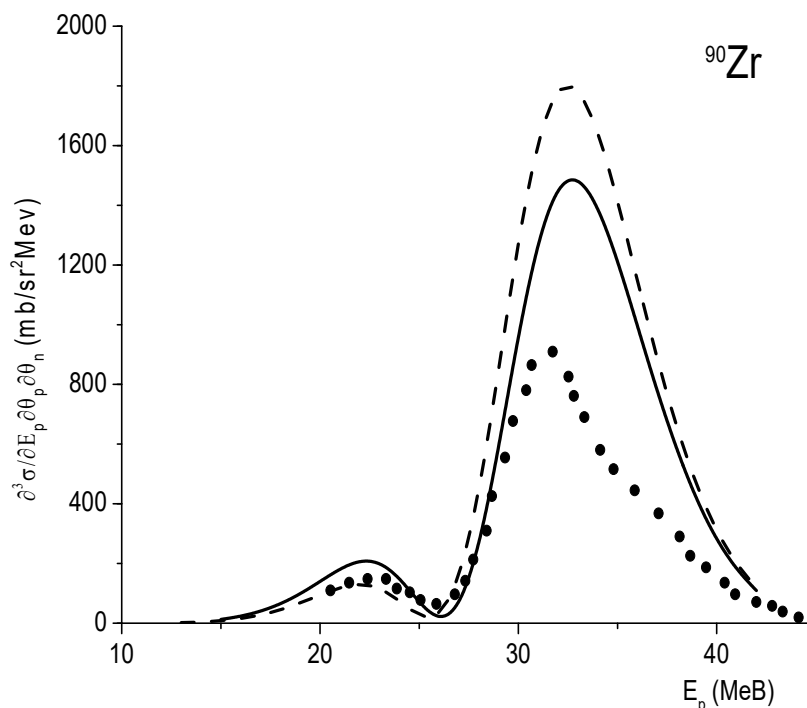


Рис. 2.6. Диференціальний переріз розщеплення дейтронів ядрами ^{90}Zr за енергії 56 MeV. Суцільна та штрихова криві розраховано з використанням оптичних потенціалів (2.23) з параметрами, наведеними в табл. 2.1 (суцільна крива – набір 1, штрих-пунктир – набір 2).

З рис. 2.6 видно, що в представленому підході спостерігається суттєве завищення теоретичних розрахунків у порівнянні з експериментальними даними [64], що, з огляду на зростання відношення між піками енергетичної залежності диференціальних перерізів зі зростанням зарядового числа ядра-мішені, може бути спричинено посиленою інтерференцією між кулоноюю і ядерною взаємодією в реакції розщеплення.

Виконані розрахунки свідчать про те, що розщеплення дейтронів ядрами з вильотом продуктів реакції під малими кутами за надбар'єрних енергій

відбувається переважно в кулоновому полі. Використання Борнового наближення для повної хвильової функції дейтрона і представлення дейтрона як точкового ядра в методі викривлених хвиль, призводить до розбіжності розрахунків з експериментальними даними. Як було показано в першому розділі, навіть за підбар'єрних енергій, поляризованість дейтрона призводить до суттєвого посилення ядерної взаємодії з ядром-мішенню.

2.5 Висновки до розділу 2.

У даному розділі досліджено вплив ядерного оптичного потенціалу на диференціальні перерізи реакції взаємодії дейтронів та його складових з ядрами за надбар'єрних енергій та запропоновано модель ядерного оптичного потенціалу, в якій потенціал взаємодії дейтрона з ядром-мішенню в моделі згортки виражався як сума ядерного оптичного потенціалу нейтрона і протона. Доведено, що поведінка диференціального перерізу реакції розщеплення суттєво залежить від вибору моделі ядерного оптичного потенціалу дейтрона.

На основі методу деформованих хвиль запропоновано модель, в якій емпірично враховувалась внутрішня структура налітаючого дейтрона. Виконано порівняння розрахованих перерізів реакції розщеплення дейтронів ядрами ^{12}C , ^{40}Ca та ^{90}Zr з наявними експериментальними даними та доведено, що врахування внутрішньої структури дейтрона помітно впливає на поведінку розрахованих характеристик реакції розщеплення за надбар'єрних енергій.

РОЗДІЛ 3. ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЗСІЯННЯ ПРОТОНІВ ПРОМІЖНИХ ЕНЕРГІЙ ЯДРАМИ.

3.1 Вступ.

Важливу інформацію про ядерну взаємодію можна отримати з пружного розсіяння високоенергетичних ($E_p \sim 1$ ГеВ) протонів ядрами. У цій області енергій довжина вільного пробігу частинки в ядерній матерії перевищує розміри ядра, а довжина хвилі налітаючої частинки набагато менша області нуклон-нуклонної взаємодії. Тому така високоенергетична частинка при зіткненні з ядром може зазнавати багаторазові зіткнення зі структурними компонентами ядра, тобто розсіюватися на ядрі як на системі розсіювачів. У цьому випадку розсіяння буде носити дифракційний характер, а для вивчення властивостей ядер-мішені можна використовувати теорію багаторазового дифракційного розсіяння Глаубера-Ситенка (ТБДР) [91], [92].

Процеси взаємодії адронів з ядрами при проміжних енергіях успішно вивчаються як на основі ТБДР (див., наприклад, [139] та використані там посилання), так і за допомогою оптичної моделі (див., наприклад, [140] та використані там посилання). В ряді робіт (див., наприклад, [141] та використані там посилання) запропоновано підхід, який базується на використанні α -кластерної моделі з дисперсією легких ядер. Використання такого підходу та ТБДР дозволяє описати значну кількість експериментальних даних щодо пружного та непружного розсіяння протонів легкими ядрами.

Зазначимо, що детальне порівняння розрахунків виконаних із застосуванням ТМДР та оптичної моделі розсіяння протонів, наприклад, ядрами ^{12}C і ^{16}O при енергіях $E_p = 0,8$ і 1 ГеВ показало, що якість опису диференціальних перерізів розсіяння в них практично однакова [142] - [144].

На сьогодні існує велика кількість експериментальних даних щодо поляризаційних характеристик пружного розсіяння нуклонів парними ядрами в

області енергій від 100 до 800 MeV, які є значно чутливішими щодо структури ядер-мішеней у порівнянні до диференціальних перерізів (див., наприклад, [141] та використані там посилання).

В області енергій 100 ÷ 200 MeV наявні експериментальні дані аналізувались на основі стандартної оптичної моделі, яка використовує реальну та уявну частину оптичного потенціалу в формі Вудса-Саксона (див., наприклад, [1], [106]-[114] та використані там посилання).

В області енергій $E_p \geq 200$ MeV для опису таких реакцій використовувалось релятивістське і нерелятивістське імпульсне наближення (див., наприклад, [115]-[131] та використані там посилання), а також феноменологія Дірака (див., наприклад, [121], [126] та використані там посилання).

Якщо енергія налітаючої частинки досить велика, для обчислення амплітуди розсіяння такої частинки ядром можна скористатися Борновим наближенням. Для розсіяння протонів ядрами з нульовим спином до оптичного потенціалу необхідно додати спіно-орбітову частину, яка звичайно вибирається в томасівській формі за аналогією з оболонковою моделлю ядра. Однак, виявляється, що поляризація нуклонів, розрахована в першому Борновому наближенні з ермітовим потенціалом дорівнює нулю. Тому, для визначення поляризаційних характеристик розсіяння необхідно проводити розрахунки як мінімум у другому Борновому наближенні.

В даному розділі з урахування другого Борнового наближення отримано аналітичні вирази для амплітуд розсіяння [128], [129], а також для диференціального перерізу та поляризаційних характеристик розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в широкій області енергій $E_p = 150 \div 800$ MeV, а також проведено порівняння таких розрахунків із результатами, які можна отримати з використанням стандартної оптичної моделі.

3.2 Амплітуда розсіяння протонів ядрами в Борновому наближенні.

У Борновому наближенні (БН) в загальному випадку амплітуда розсіяння частинок ядрами може бути представлена в вигляді ряду по ступенях збурення

$$\hat{F}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \sum_{n=1}^{\infty} f^{(n)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \quad (3.1)$$

де n - порядок збурення.

Залишаючи в (3.1) тільки два перші доданки в БН для амплітуд $f^{(1,2)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ отримуємо

$$f^{(1)}(\mathbf{q}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}} U(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \quad (3.2)$$

$$f^{(2)}(\mathbf{q}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}} U(\mathbf{r}') G_0^{(+)}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) U(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \quad (3.3)$$

де $m = m_p m_t / (m_p + m_t)$ - зведена маса, \mathbf{k} і \mathbf{k}' - хвильові вектори налітаючого та розсіянного нуклона, переданий імпульс $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ ($|\mathbf{q}| = 2k \sin(\theta/2)$), а функція Гріна визначається наступним виразом

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (3.4)$$

Потенціал взаємодії налітаючої частинки з урахуванням спіно-орбітової взаємодії представимо у вигляді [42]

$$U(\mathbf{r}) = U_c(\mathbf{r}) + U_s(\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \mathbf{l}, \quad (3.5)$$

де $U_c(r)$ і $U_s(r)$ - центральна і спіно-орбітова частини оптичного потенціала, $\sigma \mathbf{l}$ - скалярний добуток оператора спіна і орбітового моменту налітаючої частинки, $\mathbf{l} = -i\mathbf{n} \frac{d}{d\theta}$, а \mathbf{n} - вектор нормалі до площини реакції.

Радіальна залежність центральної частини оптичного потенціалу $U(r)$ (3.5) може бути представлена у формі (див., наприклад, [133], [134])

$$U_c(r) = -V_0 \left\{ g_v(r) + \gamma_v R_v^2 \frac{d^2 g_v(r)}{dr^2} + i\zeta_0 g_w(r) \right\}. \quad (3.6)$$

При визначенні форми радіальної частини центральної частини оптичного потенціалу $U(r)$ (3.5) використовувалися наступні аргументи: величина дійсної частини оптичного потенціала $U_c(r)$ близька до функції Хевісайда, але для паралельних (+) і антипаралельних (-) векторів орбітового моменту \mathbf{l} функціональна залежність має різні радіуси і глибини (див., наприклад, [133]-[135]).

Представляючи центральну частину потенціалу у вигляді

$$U_c(r) \equiv U_c(r - R_v) \quad (3.7)$$

$$U_c(r)^{(\pm)} \equiv U_c(r - R_v \mp R_v \gamma_v / 2), \quad \gamma_v \ll 1 \quad (3.8)$$

і розкладаючи функцію $U_c(r)^{(\pm)}$ в ряд, отримуємо

$$U_c(r)^{(+)} - U_c(r)^{(-)} \approx -\gamma_v R_v \frac{dU_c(r)}{dr} \quad (3.9)$$

що дозволяє отримати функціональну залежність (3.6).

В (3.9) безрозмірний параметр $\gamma_v = \frac{\Delta R_v}{R_v}$ визначає відносну зміну дійсної частини потенціалу $U(r)$.

Радіальна залежність спін-орбітового потенціалу зазвичай виражається через градієнт ядерної густини ядра-мішені (див., наприклад, [103]) і може бути представлена в Томасовій формі [42]

$$U_s(r) = \lambda_\pi^2 \frac{V_s}{r} \frac{dg_s}{dr}, \quad (3.10)$$

де $\lambda_\pi^2 = (\hbar / m_\pi c)^2 = 2 \text{ фм}^2$ - комптонівська довжина хвилі піона.

Зазначимо, що в ряді робіт (див., наприклад, [104]) радіальна залежність спін-орбітового потенціалу обиралася у вигляді суми нуклон-нуклонної взаємодії ядра і налітаючої частинки.

В даній роботі радіальна залежність спін-орбітової частини оптичного потенціалу обиралась за аналогією з центральною частиною потенціалу

$$U_s(r) = U_s(r) + \delta U_s(r), \quad (3.11)$$

$$U_s(r) = \lambda_\pi^2 \frac{V_s(1+i\zeta_s)}{r} \left\{ \frac{dg_s}{dr} + \gamma R_s \frac{d^2 g_s}{dr^2} \right\}. \quad (3.12)$$

У формулах (3.6), (3.12) функції $g_j(r)$ обиралися в формі Вудса-Саксона з урахуванням відмінностей між параметрами для дійсної, уявної і спін-орбітової частин

$$g_j(r) = \frac{1}{1 + e^{(r-R_j)/d_j}}, \quad j = v, w, s. \quad (3.13)$$

У формулах (3.6), (3.12) $\zeta_j = \frac{W_j}{V_j}$, а V_j, W_j описують величину дійсної, уявної і спінової частини потенціалу $U(r)$, відповідно.

Зазначимо, що виконані розрахунки вказують на те, що врахування другого доданку в (3.6) мало впливає на поведінку розрахованих характеристик пружного розсіяння протонів ядрами і тому в подальшому ми покладали $\gamma_v = 0$. В той же час виявляється, що врахування другої похідної в виразі для спінової частини потенціалу (3.12) суттєво впливає на поведінку поляризаційних характеристик розсіяння.

Амплітуда розсіяння (3.1) нуклона ядром з нульовим спіном є спіновим оператором з наступною загальною структурою

$$\hat{F}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = F_c(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + F_s(\mathbf{k}, \mathbf{k}')(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}) \quad (3.14)$$

де $F_{c,s}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ - центральна та спіново-орбітова частини амплітуди (3.14), $\boldsymbol{\sigma}$ -оператор

спіна налітаючого нуклона, $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{k}'}{|\mathbf{k} \times \mathbf{k}'|}$.

Диференціальний переріз $\sigma(q) \equiv \frac{d\sigma}{dq}$ (мб/ср) реакції пружного розсіяння

визначається виразом

$$\sigma(q) = |F_c(q)|^2 + |F_s(q)|^2 \quad (3.15)$$

В реакціях розсіяння частинок з відмінним від нуля спіном на ядра-мішенях з нульовим спіном неполяризовані нуклони частково поляризуються. Величина і напрямок поляризації розсіяних нуклонів характеризуються вектором поляризації, який визначається наступним виразом [103]

$$P(q) = \frac{\sum_m \hat{F}_m^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \sigma \hat{F}_m(\mathbf{k}, \mathbf{k}')}{\sum_m \hat{F}_m^*(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \hat{F}_m(\mathbf{k}, \mathbf{k}')}, \quad (3.16)$$

де $m = 1/2, -1/2$ - проекція спіна нуклона на вектор нормалі до площини реакції.

Використовуючи рівняння (3.14) вираз для поляризації нуклонів ядрами можна представити у вигляді

$$P(q)\sigma(q) = 2\text{Re}(F_c(q)F_s^*(q)), \quad (3.17)$$

У випадку розсіяння частинки зі спіном $1/2$ ядром із нульовим спіном для повного визначення матриці зіткнень $\hat{F}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ необхідно дослідити поведінку трьох незалежних спостережуваних розсіяння як функцій кута розсіяння [132]. Однак, зважаючи на невизначеність фаз розсіяння, виявляється, що необхідно провести аналіз також іще однієї спостережуваної характеристики розсіяння [120].

В якості додаткових спостережуваних характеристик розсіяння зазвичай використовуються функція повороту спіну

$$Q(q)\sigma(q) = 2\text{Im}(F_c(q)F_s^*(q)), \quad (3.18)$$

а також кут повороту спіна $\beta(q)$, на який при розсіянні повертається проекція спіна протону на площині розсіяння

$$\sin(\beta(q)) = \frac{Q(q)}{\sqrt{Q^2(q) + S^2(q)}}. \quad (3.19)$$

В (3.19) функція $S(q)$ визначається виразом

$$S(q)\sigma(q) = |F_c(q)|^2 - |F_s(q)|^2. \quad (3.20)$$

Зауважимо, що в представленому підході ми не враховуємо кулонівську взаємодію, оскільки в даній області енергій внесок цієї взаємодії не дуже значний, але теоретичні розрахунки стають помітно складнішими.

3.3. Поляризаційні характеристики розсіяння протонів проміжних енергій ядрами в першому Борновому наближенні.

Використовуючи співвідношення (3.2), (3.5), (3.6), (3.12) та (3.13), для амплітуди розсіяння в 1-му БН отримуємо [5], [136]

$$f^{(1)}(\mathbf{q}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \left[V_c (Y_{cv}^{(1)} + i\zeta_c Y_{cw}^{(1)}) + ik \cos(\theta_k/2) \lambda_\pi^2 V_s Y_s^{(1)} (1 + i\zeta_s) \sigma \mathbf{n} \right], \quad (3.21)$$

де

$$Y_{cj}^{(1)} = \int e^{iqr} g_j(r) dr \quad j = v, w \quad (3.22)$$

$$Y_s^{(1)} = \int e^{iqr} \left\{ \frac{dg_s}{dr} + \gamma R_s \frac{d^2 g_s}{dr^2} \right\} \cos(\theta) dr \quad (3.23)$$

Проінтегрувавши вираз (3.22) по кутових змінних отримуємо

$$Y_{cj}^{(1)} = \int e^{iqr} g_j(r) dr = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty r \sin(qr) g_j(r) dr. \quad (3.24)$$

Зробивши підстановку $r \sin(qr) = -(d/dq) \cos(qr)$ і інтегруючи частинами отримуємо

$$Y_{cj}^{(1)} = \frac{4\pi}{qd_j} \frac{d}{dq} \left\{ \frac{1}{q} \int_0^{\infty} dr \frac{\sin(qr) \exp\left(\frac{r-R_j}{d_j}\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r-R_j}{d_j}\right)\right]^2} \right\}. \quad (3.25)$$

Оскільки підінтегральна функція в (3.25) при $r < 0$ спадає експоненційно, нижню межу інтегрування можна замінити на $-\infty$. В результаті отримуємо

$$Y_{cj}^{(1)} \approx \frac{4\pi}{qd_j} \frac{d}{dq} \left\{ \frac{1}{q} \operatorname{Im} \int_{-\infty}^{\infty} dr \frac{\exp\left(\frac{r-R_j}{d_j} + iqr\right)}{\left[1 + \exp\left(\frac{r-R_j}{d_j}\right)\right]^2} \right\}. \quad (3.26)$$

Малу поправку, яка виникає у зв'язку з розширенням межі інтегрування, можна оцінити як

$$\Delta Y_{cj}^{(1)} \approx \frac{4\pi}{qd_j} \frac{d}{dq} \left\{ \frac{1}{q} \operatorname{Im} \int_0^{-\infty} dr \exp\left(\frac{r-R_j}{d_j} + iqr\right) \right\} = \frac{4\pi d_j}{q} e^{-R_j/d_j} \frac{d}{dq} \left\{ \frac{1}{1 + (qd_j)^2} \right\}. \quad (3.27)$$

Критерієм застосовності наближення (3.26) є виконання умови

$$\varepsilon_A = \left| \Delta Y_{cj}^{(1)} / Y_{cj}^{(1)} \right| \ll 1 \quad (3.28)$$

При інтегруванні виразу (3.26) оберемо контур, який складається з дійсної осі і півкола нескінченного радіуса у верхній напівплощині. У такому контурі підінтегральна функція має полюси другого порядку в точках $r_{nj} = i\pi d_j(1 + 2n) + R_j$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Тоді за інтегральною формулою Коші інтеграл в (3.26) дорівнює

$$Y_{cj}^{(1)} = \frac{8\pi^2 d_j}{q} \frac{d}{dq} \left\{ \operatorname{Im} \exp(iqR_j - \pi q d_j) \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-2\pi n q d_j) \right\} \quad (3.29)$$

Оскільки ряд (3.29) по n є геометричною прогресією, отримуємо

$$Y_{cj}^{(1)} = \frac{4\pi^2 d_j}{q} \frac{d}{dq} \left\{ \frac{\sin(qR_j)}{\sinh(\pi q d_j)} \right\} \quad (3.30)$$

Для отримання аналітичного виразу інтегралу (3.23) виконаємо інтегрування по кутових змінних, враховуючи що

$$\cos(\theta) e^{iqr \cos(\theta)} = \frac{1}{ir} \frac{d}{dq} e^{iqr \cos(\theta)}. \quad (3.31)$$

В результаті отримуємо

$$\begin{aligned} Y_s^{(1)} &= \int e^{i\bar{q}\bar{r}} \left\{ \frac{d\mathbf{g}_s}{dr} + \gamma R_s \frac{d^2 \mathbf{g}_s}{dr^2} \right\} \cos(\theta) d\bar{r} = \\ &= 2\pi \int_0^\infty \int_0^\pi r^2 e^{iqr \cos(\theta)} \left\{ \frac{d\mathbf{g}_s}{dr} + \gamma R_s \frac{d^2 \mathbf{g}_s}{dr^2} \right\} \cos(\theta) \sin(\theta) dr d\theta = \\ &= 4\pi \frac{d}{dq} \left[\frac{1}{q} \int_0^\infty \sin(qr) \left\{ \frac{d\mathbf{g}_s}{dr} + \gamma R_s \frac{d^2 \mathbf{g}_s}{dr^2} \right\} dr \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

Виконуючи інтегрування по частинах в другому доданку в фігурних дужках (3.32), отримуємо

$$Y_s^{(1)} = 4\pi \frac{d}{dq} \left[\frac{1}{q} \int_0^\infty \left\{ \sin(qr) \frac{dg_s}{dr} + q \cos(qr) \gamma R_s \frac{dg_s}{dr} \right\} dr \right] \quad (3.33)$$

Розширивши нижню межу інтегрування до $-\infty$ та помічаючи, що функції у фігурних дужках виразу (3.33) подібні до інтегралу у (3.26), отримуємо

$$Y_s^{(1)} = 4\pi^2 d_s \frac{d}{dq} \left[\frac{\sin(qR_s)}{\sinh(\pi q d_s)} + \gamma R_s q \frac{\cos(qR_s)}{\sinh(\pi q d_s)} \right] \quad (3.34)$$

Введемо наступні позначення

$$A_j(q) = \frac{d}{dq} \left[F_{d_j}(q) j_0(qR_j) \right], \quad B(q) = \frac{d}{dq} \left[qR_s F_{d_s}(q) j_1(qR_s) \right], \quad (3.35)$$

$$F_{d_j}(q) = \frac{\pi q d_j}{\sinh(\pi q d_j)}, \quad j = v, w, s, \quad (3.36)$$

де $j_n(qR)$ - сферичні функції Бесселя, $\sinh(x)$ - гіперболічний синус.

В результаті для амплітуда розсіяння $f^{(1)}(q)$ в 1-му БН остаточно отримуємо

$$f^{(1)}(q) = f_c(q) + f_s(q)(\sigma n) \quad (3.37)$$

$$f_c = -\frac{2mV_0}{\hbar^2 q} \left\{ R_v A_v(q) + i\zeta R_w A_w(q) \right\} \quad (3.38)$$

$$f_s = -i \frac{2mR_s V_s}{\hbar^2 q} (1 + i\zeta_s) \lambda_\pi^2 k^2 \sin \theta \{ (1 - \gamma) A_s(q) + \gamma B(q) \} \quad (3.39)$$

Використовуючи співвідношення (3.15) –(3.20) і покладаючи для простоти в формулах (3.38) і (3.39) $R_v = R_w = R_s \equiv R$, $d_v = d_w = d_s \equiv d$, $W_s = 0$, $V_s = V_0$ аналітичні вирази для спостережуваних характеристик розсіяння в 1-му БН можуть бути представлені у вигляді

$$\sigma(q) = R^2 \left(\frac{2mV_0}{\hbar^2 q} \right)^2 \sigma_1(q) \quad (3.40)$$

$$\sigma_1(q) = (1 + \zeta^2) A^2(q) + \lambda_\pi^4 k^4 \sin^2(\theta) \{ (1 - \gamma) A(q) + \gamma B(q) \}^2 \quad (3.41)$$

$$P(q) \sigma_1(q) = 2\zeta \lambda_\pi^2 k^2 \sin \theta A(q) \{ (1 - \gamma) A(q) + \gamma B(q) \} \quad (3.42)$$

$$Q(q) \sigma_1(q) = -2\lambda_\pi^2 k^2 \sin \theta A(q) \{ (1 - \gamma) A(q) + \gamma B(q) \} \quad (3.43)$$

$$S(q) \sigma_1(q) = (1 + \zeta^2) A^2(q) - \lambda_\pi^4 k^4 \sin^2(\theta) \{ (1 - \gamma) A(q) + \gamma B(q) \}^2 \quad (3.44)$$

Використовуючи співвідношення (3.15) –(3.20) можна розрахувати повний набір спостережуваних характеристик для пружного розсіяння протонів ядрами. Результати таких розрахунків для пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в діапазоні енергій від 200 до 800 MeV наведено на рис. 3.1 - 3.6 [132].

При виконанні даних розрахунків використовувались два альтернативні набори параметрів оптичного потенціалу, отримані з підгонки наявних експериментальних даних із пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в діапазоні енергій від 200 до 800 MeV.

Величини отриманих параметрів наведено у табл. 3.1 і 3.2, а результати

виконаних розрахунків представлено на рис. 3.1 - 3.6 суцільними (набір №1) та штриховими (набір №2) кривими.

Табл. 3.1. Параметри оптичного потенціала, отримані в 1-му БН. Набір №1.

E , MeV	V_0 , MeV	W_0 , MeV	d_V , фм	R_V , фм	d_W , фм	R_W , фм	V_s , MeV	W_s , MeV	d_s , фм	R_s , фм	γ
200	11.39	4.55	0.53	4.96	0.30	3.95	1.22	-0.80	0.82	4.94	0.29
320	16.51	9.35	0.55	4.46	0.43	3.90	-1.10	-1.44	0.70	3.47	-0.30
360	17.98	12.82	0.55	4.45	0.46	3.89	-0.09	-1.32	0.67	3.45	-0.28
500	20.75	14.03	0.56	4.50	0.46	3.89	-0.09	-1.30	0.66	3.43	-0.28
650	27.38	15.92	0.57	4.42	0.46	3.91	-0.05	-0.84	0.65	3.42	-0.28
800	37.72	19.31	0.58	4.31	0.49	4.03	-0.02	-0.57	0.61	3.39	-0.27

Табл. 3.2. Параметри оптичного потенціала, отримані в 1-му БН. Набір №2.

E , MeV	V_0 , MeV	W_0 , MeV	d_V , фм	R_V , фм	d_W , фм	R_W , фм	V_s , MeV	W_s , MeV	d_s , фм	R_s , фм	γ
320	9.70	-10.7	0.39	4.07	0.51	4.63	-1.44	-0.72	0.82	3.25	-0.29
360	2.50	-24.6	0.38	3.51	0.55	4.45	-1.13	0.85	0.64	3.91	-0.03
500	2.49	-36.3	0.37	3.37	0.55	4.36	-0.63	0.66	0.65	3.90	-0.33
650	2.29	-37.7	0.37	3.25	0.55	4.24	-0.28	0.45	0.66	3.90	-0.39
800	1.92	-41.0	0.31	3.11	0.51	4.22	-0.19	0.32	0.68	4.12	-0.43

На рис. 3.1 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 200 МеВ, розрахованих з використанням 1-го БН.

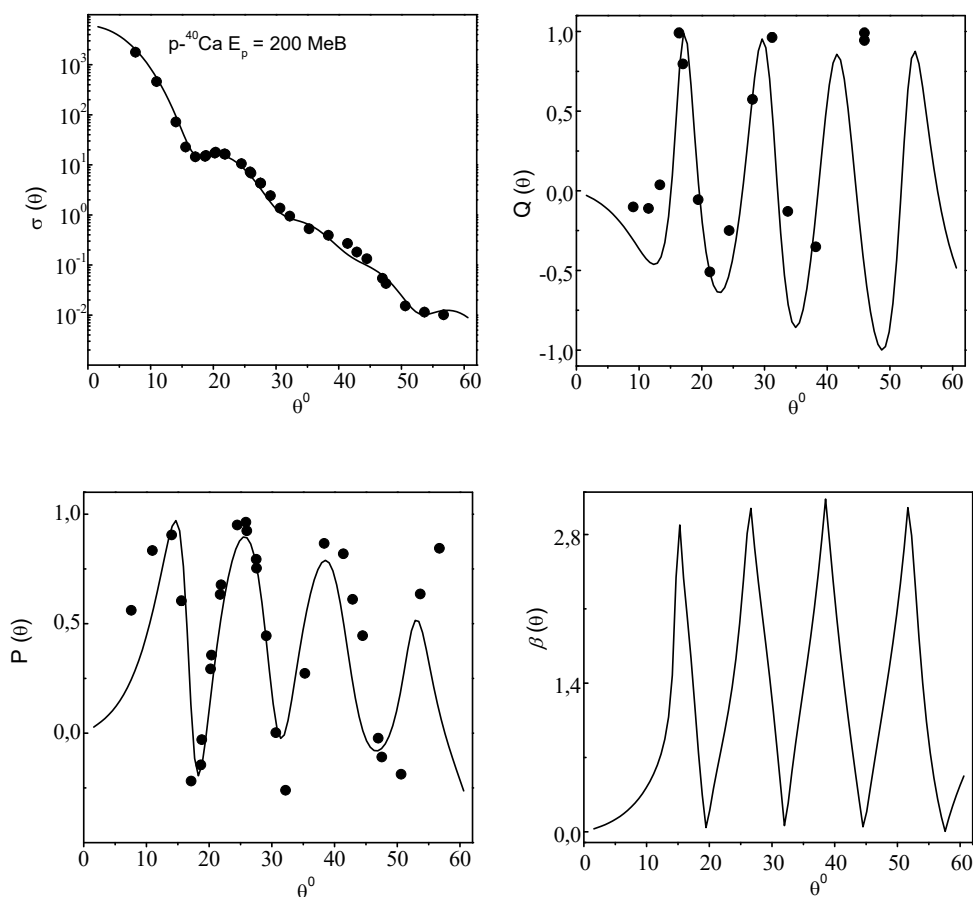


Рис. 3.1. Диференціальний переріз $\sigma(\theta) \equiv d\sigma(\theta)/d\Omega$ (мб/ср), поляризація $P(\theta)$, функція повороту спіну $Q(\theta)$ і кут повороту спіна $\beta(\theta)$ для пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 200 МеВ. Експериментальні дані з робіт [109]-[111], [120].

На рис. 3.2 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 320 MeV, розрахованих з використанням 1-го БН.

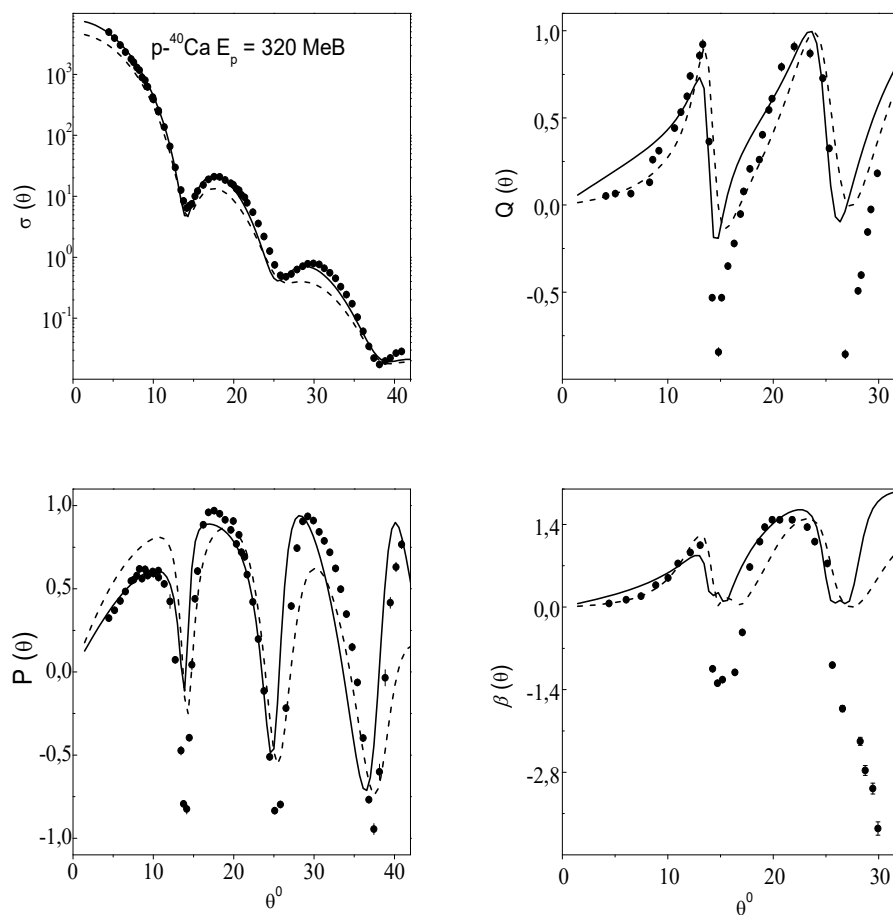


Рис. 3.2. Те саме, що й на рис. 3.1, але для енергії 320 MeV. Експериментальні дані з робіт [109]-[111], [120]. Суцільні криві розраховані з використанням набору № 1, а штрихові криві з використанням набору № 2 з табл. 3.1, 3.2.

На рис. 3.3 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 360 MeV, розрахованих з використанням 1-го БН.

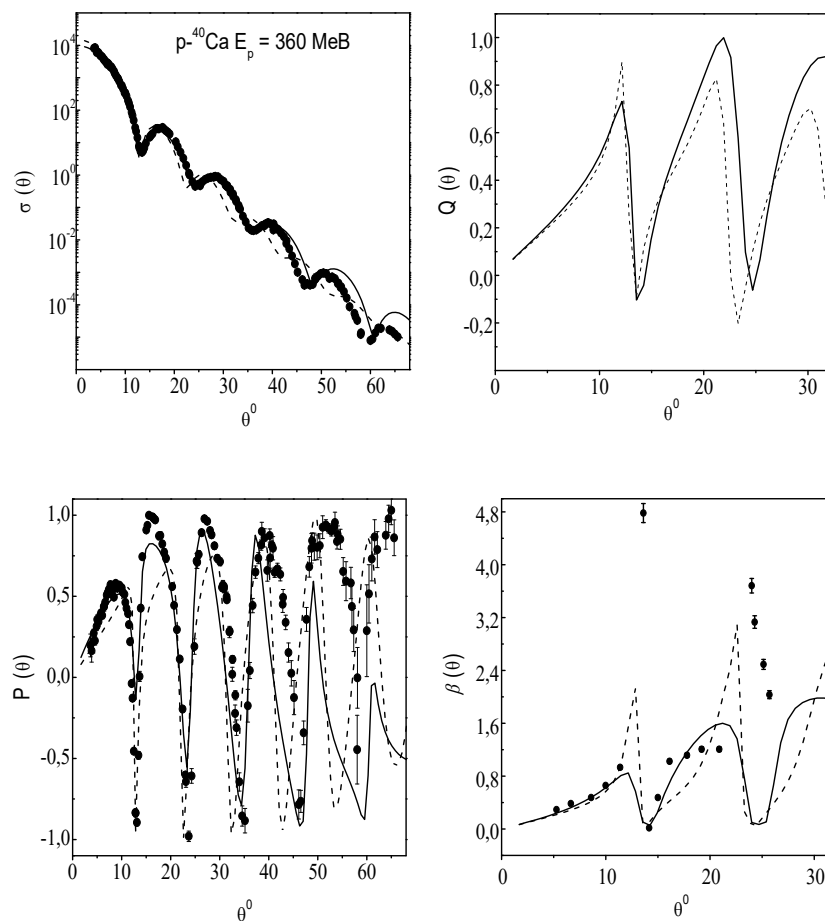


Рис. 3.3. Те саме, що і на рис. 3.2, але за енергії 360 MeV.

На рис. 3.4 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 500 МеВ, розрахованих з використанням 1-го БН.

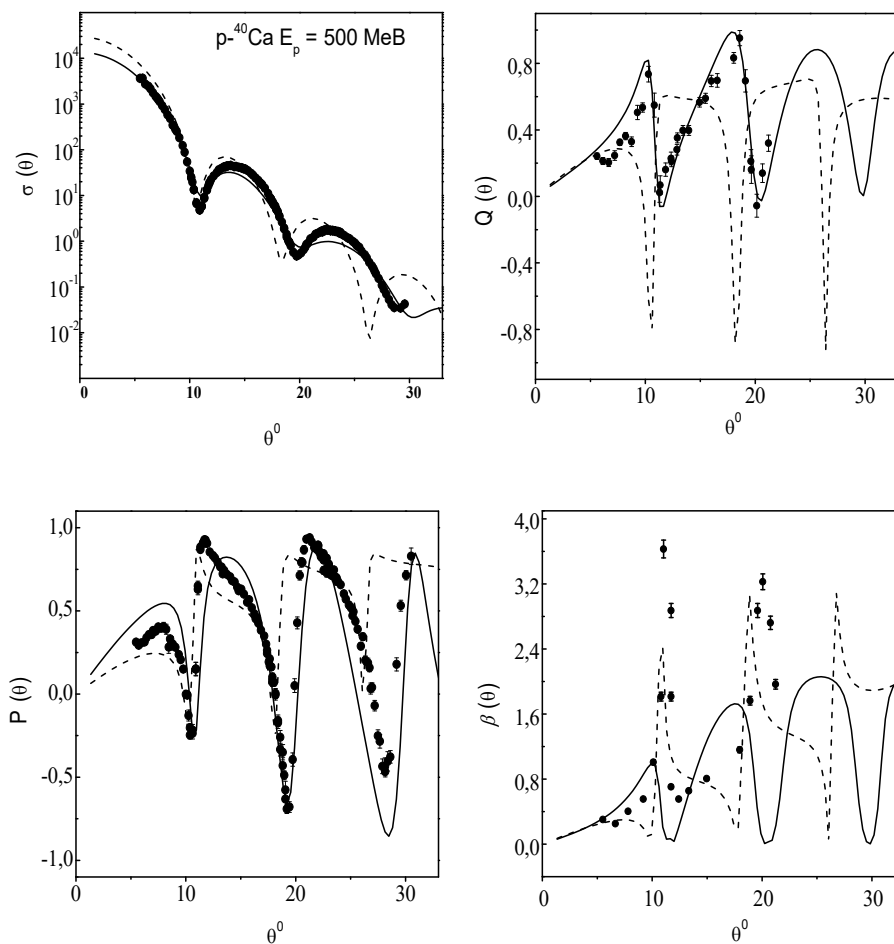


Рис. 3.4. Те саме, що і на рис. 3.2, але за енергії 500 МеВ. Експериментальні дані з роботи [120].

На рис. 3.5 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 650 MeV, розрахованих з використанням 1-го БН.

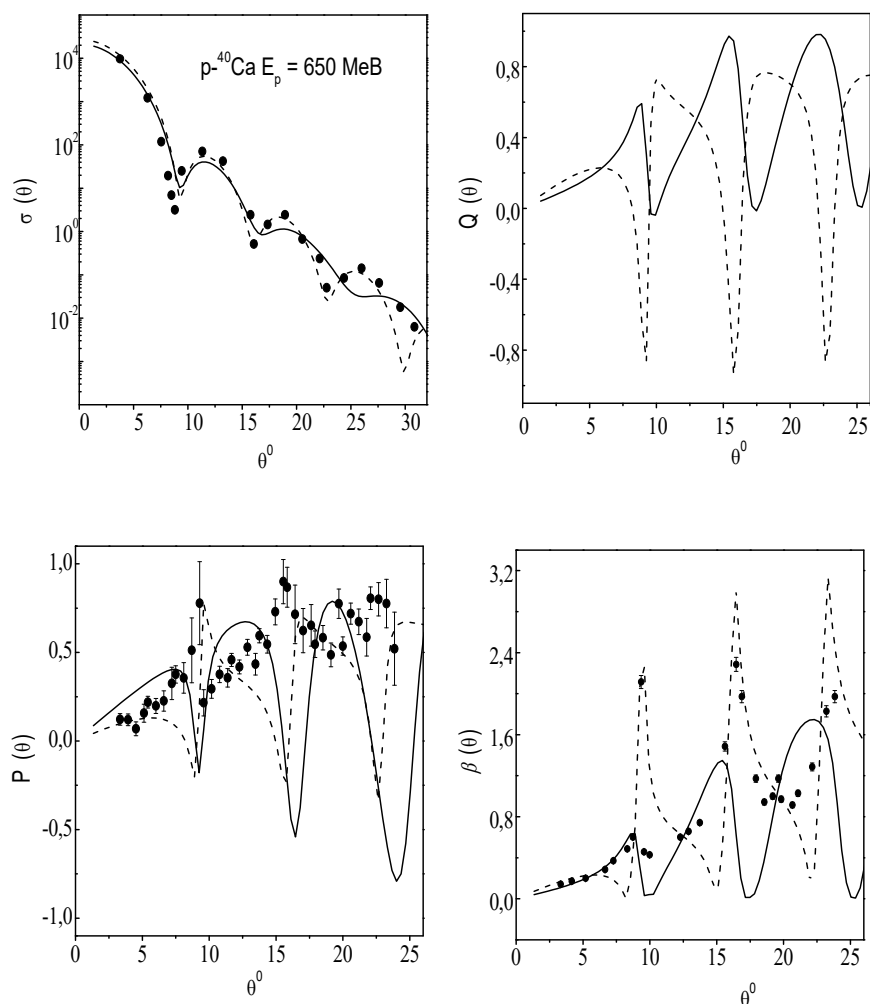


Рис. 3.5. Те саме, що і на рис. 3.4, але за енергії 650 MeV.

На рис. 3.6 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 800 MeV, розрахованих з використанням 1-го БН.

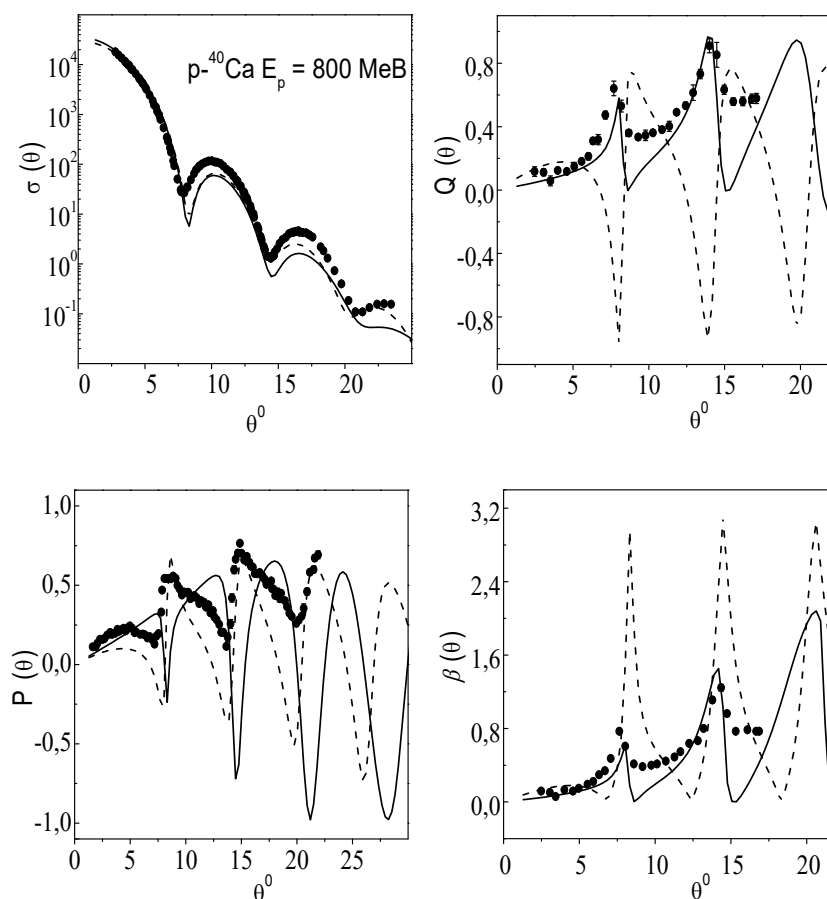


Рис. 3.6. Те саме, що і на рис. 3.4, але за енергії 800 MeV.

З рис. 3.1 - 3.6 видно, що теоретичні розрахунки, виконані в 1-му БН, дозволяють доволі добре описати наявні експериментальні дані щодо спостережуваних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в широкому діапазоні енергій.

В той же час, з формули (3.42) видно, що поляризація, розрахована в 1-му БН з ермітовим потенціалом ($\zeta=0$), дорівнює нулю. Тому для коректного розрахунку поляризації частинок, в якому враховується внесок від комплексної частини оптичного потенціалу, потрібно використовувати принаймні 2-ге Борнове наближення.

3.4. Поляризаційні характеристики розсіяння протонів проміжних енергій ядрами в другому Борновому наближенні.

У 2-му БН амплітуда $f^{(2)}(\mathbf{q})$ визначається формулами (3.3), (3.4), тобто

$$f^{(2)}(\mathbf{q}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' e^{-ik'r'} U(r') \frac{\exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} U(r) e^{ikr}. \quad (3.44)$$

Зробивши заміну $\mathbf{r}-\mathbf{r}'=\mathbf{t}$, отримаємо

$$f^{(2)}(\mathbf{q}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int d\mathbf{r} d\mathbf{t} e^{iqr} U(|\mathbf{r}-\mathbf{t}|) \frac{\exp(ikt)}{t} U(r) e^{-ikt}. \quad (3.45)$$

Оскільки підінтегральна функція в (3.45) має максимум при $kt \rightarrow 0$, розкладемо $U(|\mathbf{r}-\mathbf{t}|)$ в ряд по малому параметру t/r

$$U(|\mathbf{r}-\mathbf{t}|) \simeq U(r) - \frac{rt}{r} \frac{dU(r)}{dr}. \quad (3.46)$$

Амплітуду $f^{(2)}(\mathbf{q})$ розіб'ємо на доданки

$$f^{(2)}(\vec{q}) = f_{cc}(\mathbf{q}) + f_{ss}(\mathbf{q}) + 2f_{cs}(\mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}). \quad (3.47)$$

В такому підході центральо-центральна частина амплітуди $f_{cc}(\mathbf{q})$ дорівнює

$$f_{cc}(\mathbf{q}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int dr \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) U_c(r) \times \\ \times \left\{ U_c(r) \int dt \frac{\exp(ik't + ikt)}{t} - \frac{1}{r} \frac{dU_c(r)}{dr} \int dt \frac{rt \exp(ik't + ikt)}{t} \right\}. \quad (3.48)$$

Оскільки інтеграли по змінній t у виразі (3.48) мають наступне співвідношення

$$\int dt \frac{rt \exp(ik't + ikt)}{t} = -i \frac{\mathbf{r}\mathbf{k}'}{k'} \frac{d}{dk'} \int dt \frac{\exp(ik't + ikt)}{t}, \quad (3.49)$$

то вираз (3.48) можна записати в такому вигляді:

$$f_{cc}(\mathbf{q}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int dr \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) U_c(r) \times \\ \times \left\{ U_c(r) I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + i \frac{\mathbf{r}\mathbf{k}'}{rk'} \frac{dU_c(r)}{dr} \frac{d}{dk'} I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \right\}, \quad (3.50)$$

де

$$I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \int dt \frac{\exp(ik't + ikt)}{t}. \quad (3.51)$$

Інтеграл (3.51) дорівнює

$$I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi}{ik'} \left(\frac{\exp(iR_0(k+k'))}{i(k+k')} - \frac{\exp(iR_0(k-k'))}{i(k-k')} - \frac{1}{i(k+k')} + \frac{1}{i(k-k')} \right). \quad (3.52)$$

Оскільки в даній роботі розглядається реакція пружного розсіяння нуклонів ядрами $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}'|$, вираз (3.52) можна спростити

$$I_1(k) = \lim_{k \rightarrow k'} I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{\pi}{k^2} (1 + 2ikR_0 - \exp(2iR_0k)). \quad (3.53)$$

Отримаємо похідну від виразу (3.51):

$$I_2(k) = \lim_{k \rightarrow k'} \frac{d}{dk'} I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -\frac{\pi}{2k^3} (\exp(2ikR_0)(2ikR_0 - 3) + 3 + 4ikR_0 - 2k^2R_0^2). \quad (3.54)$$

Амплітуду $f_{cc}^{(2)}(\mathbf{q})$ (3.50) представимо у вигляді

$$f_{cc}(\mathbf{q}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 (Y_{cc}^{(1)}(\mathbf{q})I_1(k) + Y_{cc}^{(2)}(\mathbf{q})I_2(k)), \quad (3.55)$$

де

$$Y_{cc}^{(1)} = \int dr \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) U_c^2(r), \quad (3.56)$$

$$Y_{cc}^{(2)} = i \int dr \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \frac{rk'}{rk'} \frac{dU_c(r)}{dr} U_c(r). \quad (3.57)$$

Центральну частину потенціалу (3.6) можна записати, з огляду на властивості функції форми потенціала Вудса-Саксона

$$\frac{d}{dr} g_j(r) = -\frac{d}{dR_j} g_j(r), \quad (3.58)$$

у наступному вигляді :

$$U_c(r) = -V_0 \left\{ g_v(r) + \gamma_v \frac{d^2 g_v(r)}{dR_v^2} + i\zeta_0 g_w(r) \right\}. \quad (3.59)$$

Таким чином, представляючи $U_c(r)$ лінійним виразом по функціям $g(r)$ і застосовуючи для перехресних множників у виразі (3.56) наближення:

$$g_v(r) g_w(r) \approx g_{vw}^2(r), \quad (3.60)$$

де параметри функції $g_{vw}(r)$ мають наступне значення:

$$R_{vw} \approx (R_v + R_w)/2, \quad d_{vw} \approx \sqrt{d_v d_w}, \quad (3.61)$$

можна розрахувати інтеграл у виразі (3.56) :

$$\begin{aligned} Y_{cc}^{(1)} &= \sum_j \frac{4\pi \mathcal{G}_j^2}{q} \int_0^\infty \frac{r \sin(qr) dr}{\left\{1 + \exp\left((r - R_j)/d_j\right)\right\}^2} = \\ &= -\frac{8\pi \mathcal{G}_j^2}{qd_j} \frac{d}{dq} \left[\frac{1}{q} \int_0^\infty \frac{\sin(qr) \exp\left((r - R_j)/d_j\right)}{\left(1 + \exp\left((r - R)/d_j\right)\right)^3} dr \right], \end{aligned} \quad (3.62)$$

Розширюючи межі інтегрування, подібно до інтегралу у (3.26), і користуючись інтегральною формулою Коші, отримаємо:

$$Y_{cc}^{(1)} = -\sum_j \frac{4\pi \mathcal{G}_j^2}{q} \frac{d}{dq} \left[F_{d_j}(q) \left\{ \frac{\sin(qR_j)}{q} - d \cos(qR_j) \right\} \right], \quad (3.63)$$

Аналогічно, для виразу (3.57), отримаємо:

$$Y_{cc}^{(2)} = i2\pi \sum_j \mathcal{G}_j^2 \frac{\vec{q}\vec{k}'}{qk'} \frac{d}{dq} \left[F_{d_j}(q) \left\{ \frac{\sin(qR_j)}{q} - d_j \cos(qR_j) \right\} \right]. \quad (3.64)$$

У виразах (3.63) і (3.64) $j = v, w, vw$,

$$g_v^2 = V_0^2 \left(1 + \gamma_v \frac{d^2}{dR_v^2} \right)^2; \quad g_w^2 = -V_0^2 \zeta_0^2; \quad g_{vw}^2 = 2V_0^2 \left(1 + \gamma_v \frac{d^2}{dR_{vw}^2} \right) i\zeta_0. \quad (3.65)$$

Розглянемо центральньо-спіновий доданок у виразі для амплітуди (3.47) :

$$f_{cs}(\mathbf{q}) = -\frac{ik^2 \sin(\theta)}{q} \frac{d}{dq} \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int dr \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) U_s(r) \times \\ \times \left\{ U_c(r) \int dt \frac{\exp(ik't + ikt)}{t} - \frac{1}{r} \frac{dU_c(r)}{dr} \int dt \frac{rt \exp(ik't + ikt)}{t} \right\}. \quad (3.66)$$

Зробивши позначення, подібні до (3.55)-(3.57), отримаємо:

$$f_{cs}(\mathbf{q}) = -\frac{ik^2 \sin(\theta)}{q} \frac{d}{dq} \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \left(Y_{cs}^{(1)}(\mathbf{q}) I_1(k) + Y_{cs}^{(2)}(\mathbf{q}) I_2(k) \right), \quad (3.67)$$

де

$$Y_{cs}^{(1)} = \int dr \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) U_s(r) U_c(r), \quad (3.68)$$

$$Y_{cs}^{(2)} = i \int dr \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \frac{r\mathbf{k}'}{rk'} U_s(r) \frac{dU_c(r)}{dr}. \quad (3.69)$$

Підставляючи (3.68) до (3.12) для потенціала $U_s(r)$, отримуємо:

$$Y_{cs}^{(1)} = -\lambda_\pi^2 V_0 V_s (1 + i\zeta_s) \frac{4\pi}{q} \int dr \sin(qr) \left\{ \frac{dg_s}{dr} + \gamma R_s \frac{d^2 g_s}{dr^2} \right\} \times \\ \times \left\{ g_v(r) + \gamma_v \frac{d^2 g_v(r)}{dR_v^2} + i\zeta_0 g_w(r) \right\}. \quad (3.70)$$

Використовуючи (3.58), зробимо перетворення у фігурних дужках виразу (3.70)

$$\left\{ \frac{dg_s}{dr} + \gamma R_s \frac{d^2 g_s}{dr^2} \right\} = \left\{ \frac{dg_s}{dr} - \gamma R_s \frac{d}{dR_s} \frac{dg_s}{dr} \right\}. \quad (3.71)$$

Підставивши (3.71) до виразу (3.70) та враховуючи, що інтеграл у виразі $Y_{cs}^{(1)}$ подібний до інтегралу у виразі (3.62)

$$\int_0^{\infty} dr \sin(qr) g_j(r) \frac{dg_j(r)}{dr}, \quad (3.72)$$

отримуємо:

$$Y_{cs}^{(1)} = \lambda_{\pi}^2 V_0 V_s (1 + i\zeta_s) 2\pi \left\{ \left(1 + \gamma_v \frac{d^2}{dR_{sv}^2} \right) C_{sv} + i\zeta_0 C_{sw} \right\}, \quad (3.73)$$

де

$$C_{sj} = \left(1 - \gamma R_{sj} \frac{d}{dR_{sj}} \right) \left[F_{d_{sj}}(q) \left\{ \frac{\sin(qR_{sj})}{q} - d_{sj} \cos(qR_{sj}) \right\} \right], \quad (3.74)$$

$$R_{sj} \approx (R_s + R_j)/2, \quad d_{sj} \approx \sqrt{d_s d_j}, \quad j = v, w. \quad (3.75)$$

Виконавши аналогічні викладки для $Y_{cs}^{(2)}$ у (3.69) отримуємо:

$$Y_{cs}^{(2)} = -i\lambda_{\pi}^2 V_0 V_s (1 + i\zeta_s) \pi \frac{\vec{q} \vec{k}'}{k'} \left\{ \frac{d}{dR_{sv}} \left(1 + \gamma_v \frac{d^2}{dR_{sv}^2} \right) C_{sv} + i\zeta_0 \frac{d}{dR_{sw}} C_{sw} \right\} \quad (3.76)$$

Розглянемо спін-спіновий доданок у виразі для амплітуди (3.47) :

$$f_{ss}(\mathbf{q}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \exp(-i\mathbf{k}'\mathbf{r}') U_s(r') \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{k}' \times \mathbf{r}') \frac{\exp(i\mathbf{k}|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \times \quad (3.77)$$

$$\times U_s(r) \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{k} \times \mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}).$$

Зробивши заміну $\mathbf{r} - \mathbf{r}' = \mathbf{t}$, отримаємо:

$$(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{k}' \times \mathbf{r}'))(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{k} \times \mathbf{r})) = ((\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}')\mathbf{r})((\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k})\mathbf{r}) - ((\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}')\mathbf{t})((\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k})\mathbf{r}). \quad (3.78)$$

Підставивши (3.78) до (3.77), отримаємо:

$$f_{ss}(\mathbf{q}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) U_s(r) (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k})\mathbf{r} \int d\mathbf{t} \frac{\exp(i\mathbf{k}'\mathbf{t} + i\mathbf{k}\mathbf{t})}{t} \times \quad (3.79)$$

$$\times \left\{ U_s(r) - \frac{\mathbf{r}\mathbf{t}}{r} \frac{dU_s(r)}{dr} \right\} \{ (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}')\mathbf{r} - (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}')\mathbf{t} \}.$$

Нехтуючи малим другим доданком у фігурних дужках (3.79) і інтегруючи по змінній \mathbf{t} отримаємо наступний вираз:

$$f_{ss}(\mathbf{q}) = - \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \left(\frac{1}{q} \frac{d}{dq} \right)^2 ((\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k})\mathbf{q})((\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}')\mathbf{q}) \times \quad (3.80)$$

$$\times \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) U_s^2(r),$$

$$f_{ss}(\mathbf{q}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') k^4 \sin^2(\theta) (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})^2 \left(\frac{1}{q} \frac{d}{dq} \right)^2 \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) U_s^2(r). \quad (3.81)$$

Розглянемо інтеграл:

$$P_1 = \int_0^{\infty} \frac{dr}{\{1 + \exp((r-R)/d)\}^2} \frac{\sin(qr)}{r}. \quad (3.82)$$

Розширимо границю інтегрування у наступний спосіб:

$$\begin{aligned} P_0 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dr}{\{1 + \exp((r-R)/d)\}^2} \frac{\sin(qr)}{r} = P_1 + \int_{-\infty}^0 \frac{dr}{\{1 + \exp((r-R)/d)\}^2} \frac{\sin(qr)}{r} \approx \\ &\approx P_1 + \int_{-\infty}^0 dr \frac{\sin(qr)}{r} = P_1 + \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$P_0 = \text{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dr}{\{1 + \exp((r-R)/d)\}^2} \frac{\exp(iqr)}{r}. \quad (3.84)$$

Контур інтегрування (3.84) виберемо у верхній півплощині, обходячи особливу точку $r_x = 0$, не включаючи її в контур. Полюси другого порядку лежать в точках $r_n = (1 + 2n)i\pi d + R$. Отже, маємо:

$$P_0|_{r=r_n} = \sum_{n=0}^{\infty} \text{Im} \left\{ 2\pi i \frac{\exp(iqr_n)}{r_n} \left(d^2 \left(iq - \frac{1}{r_n} \right) - d \right) \right\}. \quad (3.85)$$

Обриваючи ряд $r_0 = i\pi d + R$,

$$\begin{aligned} P_0|_{r=r_n} &\approx P_0|_{r=r_0} = \text{Im} \left\{ 2\pi i \frac{\exp(iq(i\pi d + R))}{i\pi d + R} \left(d^2 \left(iq - \frac{1}{i\pi d + R} \right) - d \right) \right\} = \\ &= \text{Im} \left\{ 2\pi i \frac{\exp(-q\pi d) \exp(iqR)}{i\pi d + R} \left(d^2 \left(iq - \frac{1}{i\pi d + R} \right) - d \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.86)$$

Підставляючи (3.86) до (3.83), отримаємо

$$P_1 = \text{Im} \left\{ 2\pi i \frac{\exp(-q\pi d) \exp(iqR)}{i\pi d + R} \left(d^2 \left(iq - \frac{1}{i\pi d + R} \right) - d \right) \right\} - \frac{\pi}{2}. \quad (3.87)$$

Використовуючи (3.87), можна записати вираз для спіні-спінового доданку

амплітуди розсіяння у 2-му БН:

$$f_{ss}(\mathbf{q}) = \left(\frac{\lambda_{\pi}^2 V_s (1 + i\zeta_s) m}{\hbar^2} \right)^2 I_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') k^4 \sin^2(\theta) \left(\frac{1}{q} \frac{d}{dq} \right)^2 \times \left\{ -\frac{d}{dR_s} + \gamma R_s \frac{d^2}{dR_s^2} \right\} P_1(R_s, d_s). \quad (3.88)$$

Використовуючи вирази (3.55), (3.67) і (3.88) для доданків амплітуди розсіяння у 2-му БН, в дисертаційній роботі було розраховано повний набір спостережуваних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в діапазоні енергій від 200 до 800 МеВ. Результати таких розрахунків наведено на рис. 3.7 - 3.12.

Як і при виконанні розрахунків в 1-му БН, у 2-му БН використовувались два альтернативні набори параметрів оптичного потенціалу, отримані з підгонки наявних експериментальних даних із пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в діапазоні енергій від 200 до 800 МеВ. Величини отриманих параметрів наведено в табл. 3.3 і 3.4, а результати виконаних розрахунків представлено на рис. 3.7 - 3.12 суцільними (набір №1) та штриховими (набір №2) кривими.

Табл. 3.3. Параметри оптичного потенціалу, отримані в 2-му БН. Набір №1.

E , МеВ	V_0 , МеВ	W_0 , МеВ	d_V , фм	R_V , фм	d_W , фм	R_W , фм	V_s , МеВ	W_s , МеВ	d_s , фм	R_s , фм	γ
200	12.81	13.35	0.51	4.79	0.53	4.46	1.89	-1.67	0.72	4.31	0.13
320	19.87	16.33	0.52	4.44	0.53	3.79	-0.40	-1.39	0.69	4.39	0.12
360	21.57	20.13	0.56	4.33	0.53	4.28	-0.52	-1.13	0.65	3.65	-0.11
500	29.06	25.75	0.66	4.32	0.49	4.22	-0.50	-1.01	0.61	3.61	-0.14
650	31.06	35.75	0.72	4.10	0.43	4.21	-0.40	-1.17	0.58	3.60	-0.17
800	40.34	45.53	0.76	4.34	0.40	4.12	-0.21	-0.70	0.46	3.60	-0.07

Табл. 3.4. Параметри оптичного потенціала, отримані в 2-му БН. Набір №2.

E ,	V_0 ,	W_0 ,	d_V ,	R_V ,	d_W ,	R_W ,	V_s ,	W_s ,	d_s ,	R_s ,	γ
MeV	MeV	MeV	фм	фм	фм	фм	MeV	MeV	фм	фм	
320	9.89	-9.62	0.41	4.10	0.54	4.66	-0.89	-0.19	0.60	3.56	-0.15
360	4.78	-14.6	0.26	3.45	0.58	4.31	-0.80	0.54	0.59	3.56	-0.13
500	4.74	-19.8	0.24	3.37	0.60	4.29	-0.78	0.49	0.58	3.59	-0.17
650	2.29	-35.7	0.22	3.34	0.60	4.35	-0.58	0.35	0.61	3.70	-0.13
800	4.21	-46.3	0.21	3.20	0.59	4.36	-0.52	0.35	0.62	3.81	-0.05

На рис. 3.7 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 200 MeV, розрахованих з використанням 2-го БН. Експериментальні дані з робіт [109]-[111], [120].

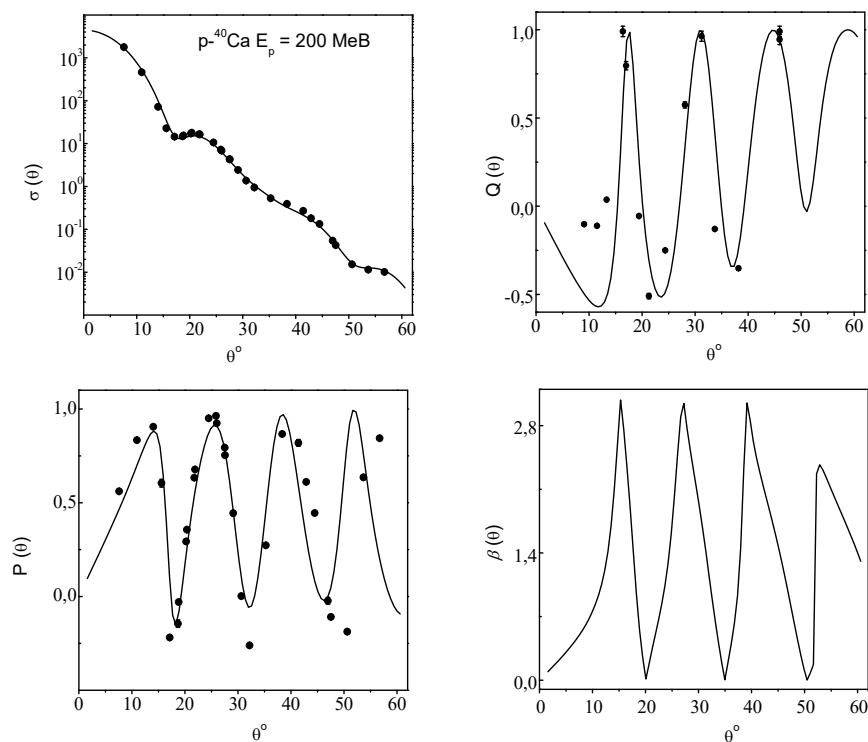


Рис. 3.7. Диференціальний переріз $\sigma(\theta) \equiv d\sigma(\theta)/d\Omega$ (мб/ср), поляризація $P(\theta)$, функція повороту спіну $Q(\theta)$ і кут повороту спіна $\beta(\theta)$ для пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 200 MeV.

На рис. 3.8 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 320 MeV, розрахованих з використанням 2-го БН.

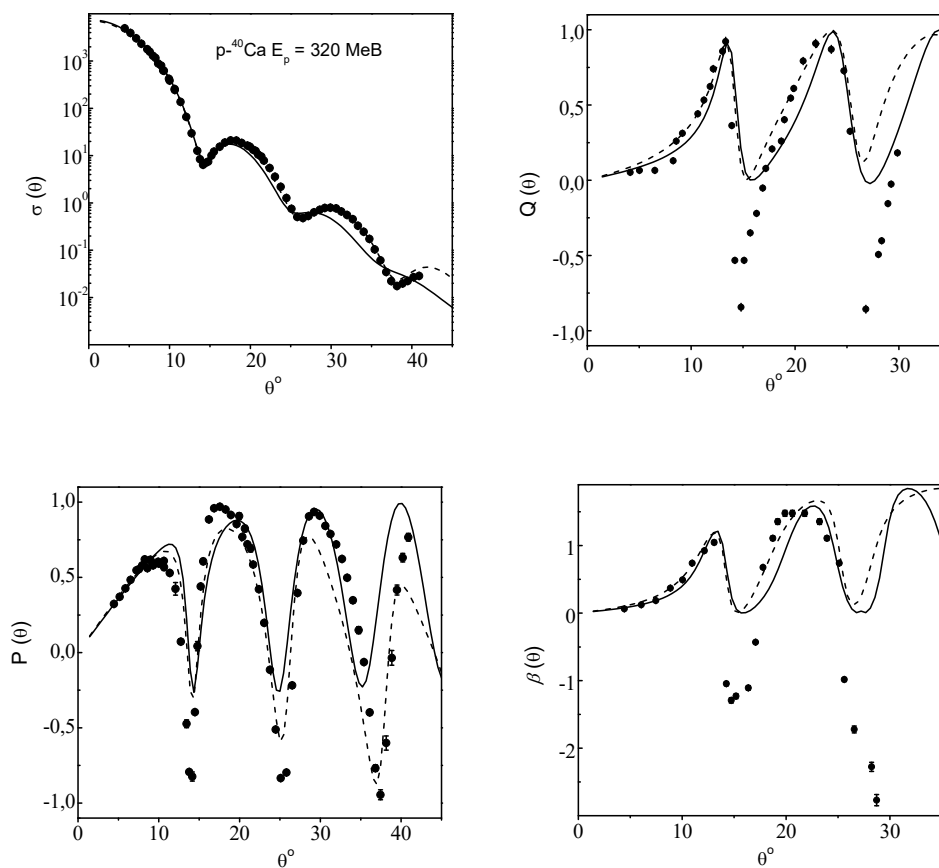


Рис. 3.8. Те саме, що й на рис. 3.7, але для енергії 320 MeV. Експериментальні дані з робіт [109]-[111], [120]. Суцільні криві розраховані з використанням набору № 1, а штрихові криві з використанням набору № 2 з табл. 3.3, 3.4.

На рис. 3.9 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 360 MeV, розрахованих з використанням 2-го БН.

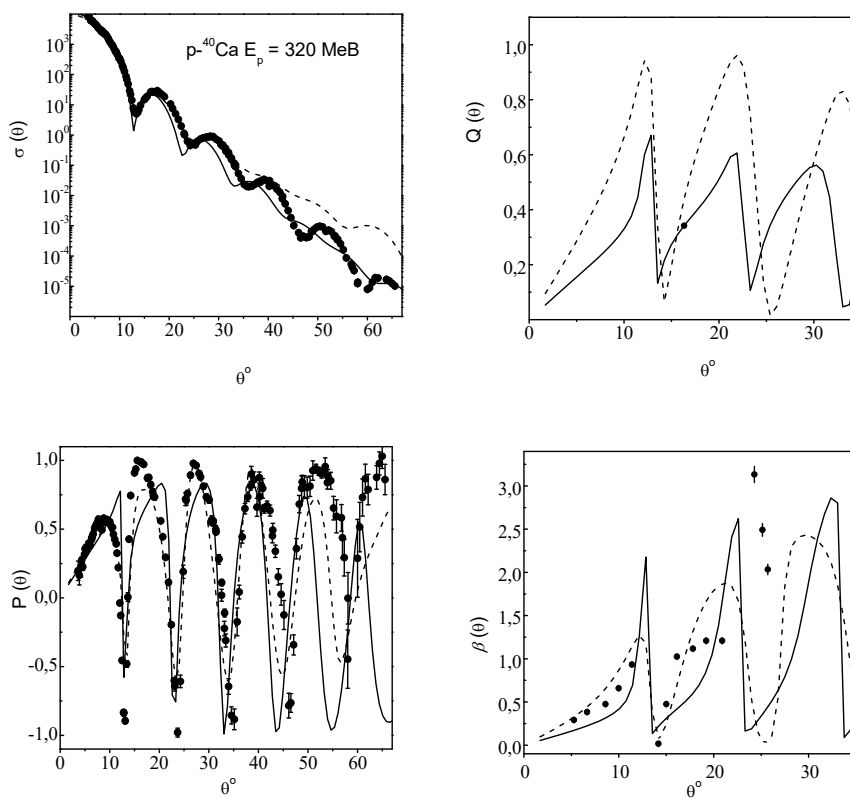


Рис. 3.9. Те саме, що і на рис. 3.8, але за енергії 360 MeV.

На рис. 3.10 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 500 МеВ, розрахованих з використанням 2-го БН.

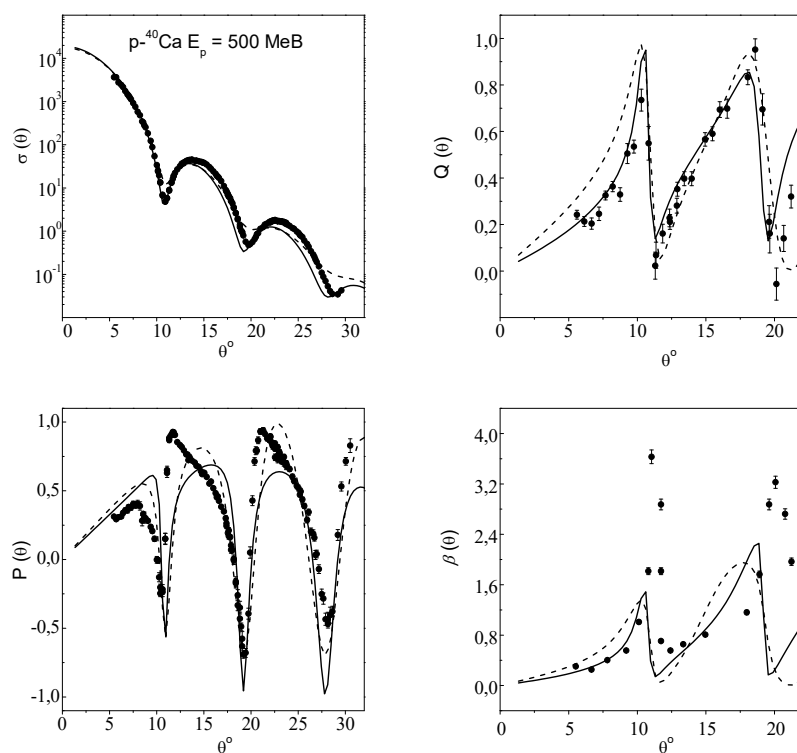


Рис. 3.10. Те саме, що і на рис. 3.8, але за енергії 500 МеВ. Експериментальні дані з роботи [120].

На рис. 3.11 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 650 MeV, розрахованих з використанням 2-го БН.

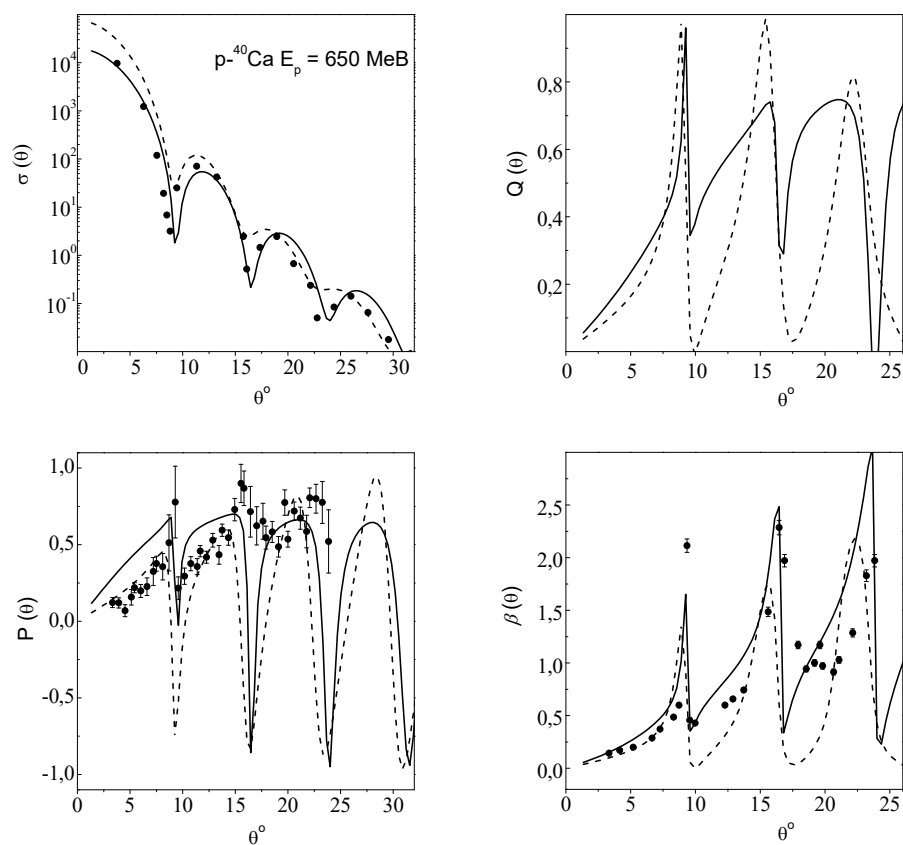


Рис. 3.11. Те саме, що і на рис. 3.10, але за енергії 650 MeV.

На рис. 3.12 представлено результати розрахунків диференціального перерізу та поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 800 MeV, розрахованих з використанням 2-го БН.

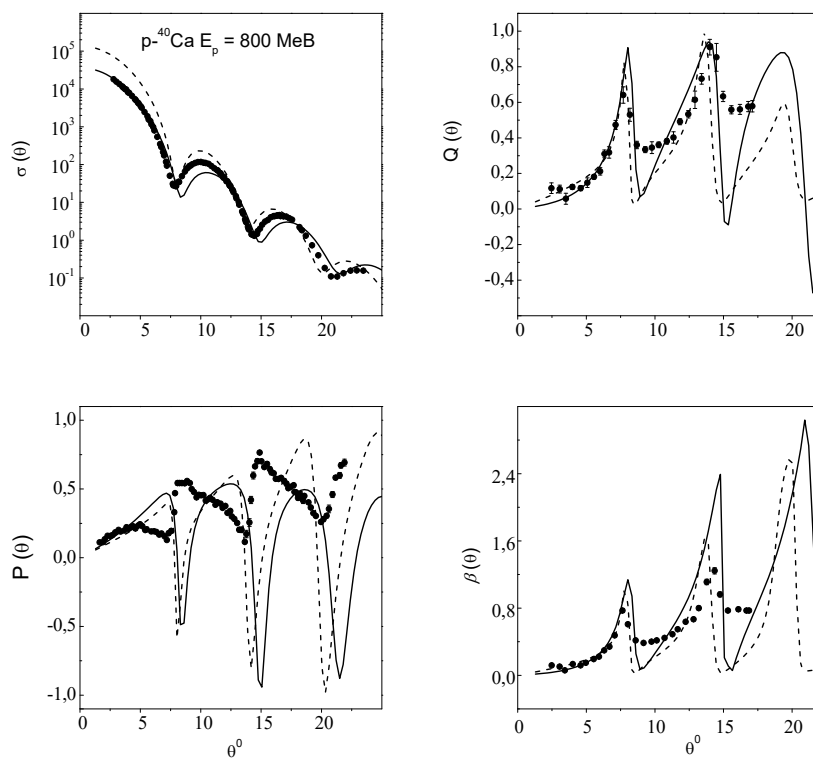


Рис. 3.12. Те саме, що і на рис. 3.11, але за енергії 800 MeV.

З рис. 3.1 - 3.12 видно, що теоретичні розрахунки, виконані як у 1-му БН, так і в 2-му БН дозволяють доволі добре описати наявні експериментальні дані щодо спостережуваних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в широкому діапазоні енергій з використання різних отриманих наборів параметрів.

Як відзначалось вище, тут ми маємо справу з добре відомою проблемою дискретних невизначностей у визначенні параметрів оптичного потенціалу, яка може призводити до отримання нефізичних значень параметрів оптичного потенціалу. Наприклад, з табл. 3.2 і 3.4 видно, що отримані параметри уявної частини оптичного потенціалу не є фізичними, але їх використання дозволяє доволі добре описати наявні експериментальні дані.

Проблема усунення невизначності параметрів оптичного потенціалу детально розглядалась для кластерних налітаючих частинок при менших енергіях (див., наприклад, [137], [138] та наведені там посилання), але для протон-ядерного розсіяння при проміжних енергіях така проблема в даний час не розглядалась детально і потребує подальшого вивчення.

На рис. 3.13 – 3.18 наведено порівняння виконаних в дисертаційній роботі розрахунків з використанням 1-го та 2-го БН. На даних рисунках суцільні криві представляють собою результати розрахунків, виконаних в 2-му БН з використанням набору параметрів № 1 з табл. 3.3 (див. рис. 3.7 – 3.12), а пунктирні криві - з використанням № 1 з табл. 3.1 (див. рис. 3.6 – 3.11).

На рис. 3.13 наведено порівняння виконаних в дисертаційній роботі розрахунків поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 200 MeV з використання 1-го та 2-го БН.

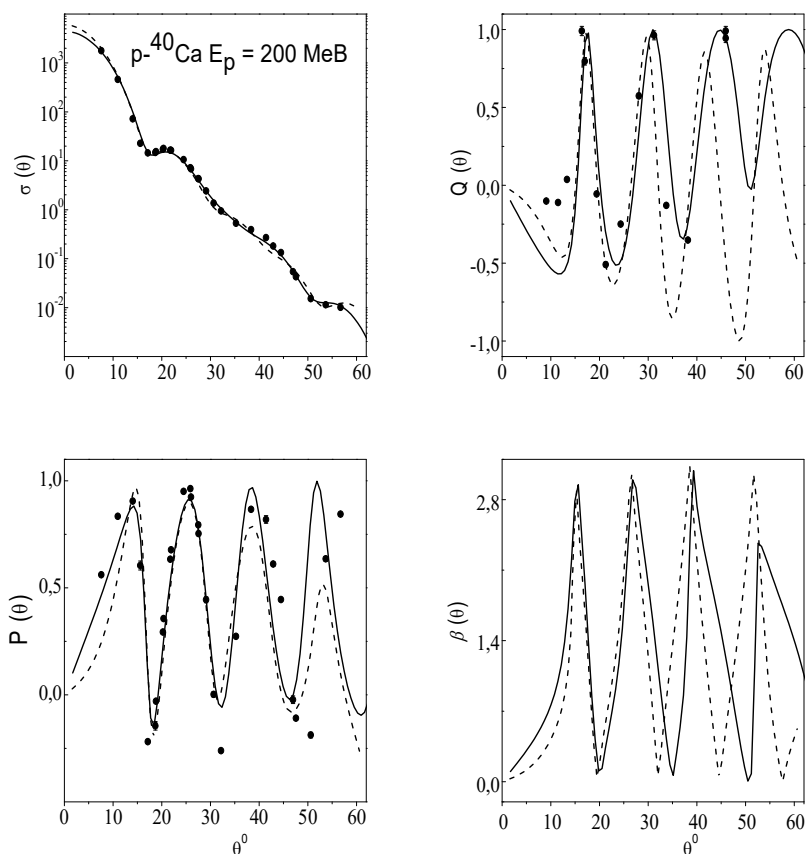


Рис. 3.13. Поляризаційні характеристики пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 200 MeV. Опис кривих дивись в тексті. Експериментальні дані з робіт [109]-[111], [120].

На рис. 3.14 наведено порівняння виконаних в дисертаційній роботі розрахунків поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 320 MeV з використання 1-го та 2-го БН.

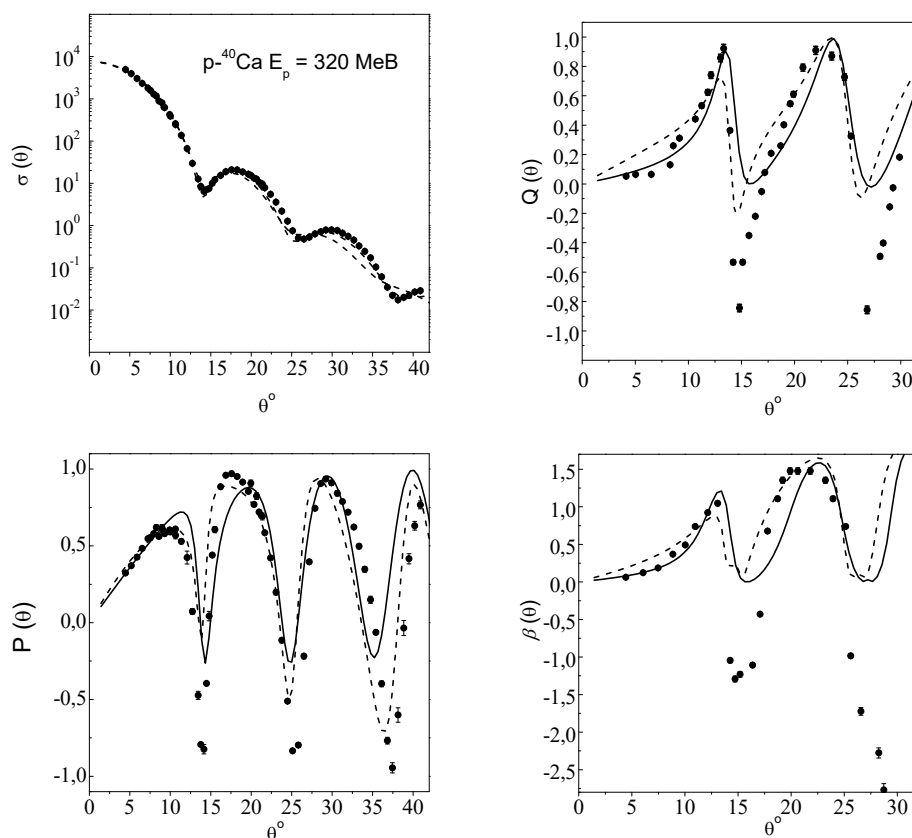


Рис. 3.14. Поляризаційні характеристики пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 320 MeV. Опис кривих дивись в тексті. Експериментальні дані з робіт [109]-[111], [120].

На рис. 3.15 наведено порівняння виконаних в дисертаційній роботі розрахунків поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 360 MeV з використання 1-го та 2-го БН.

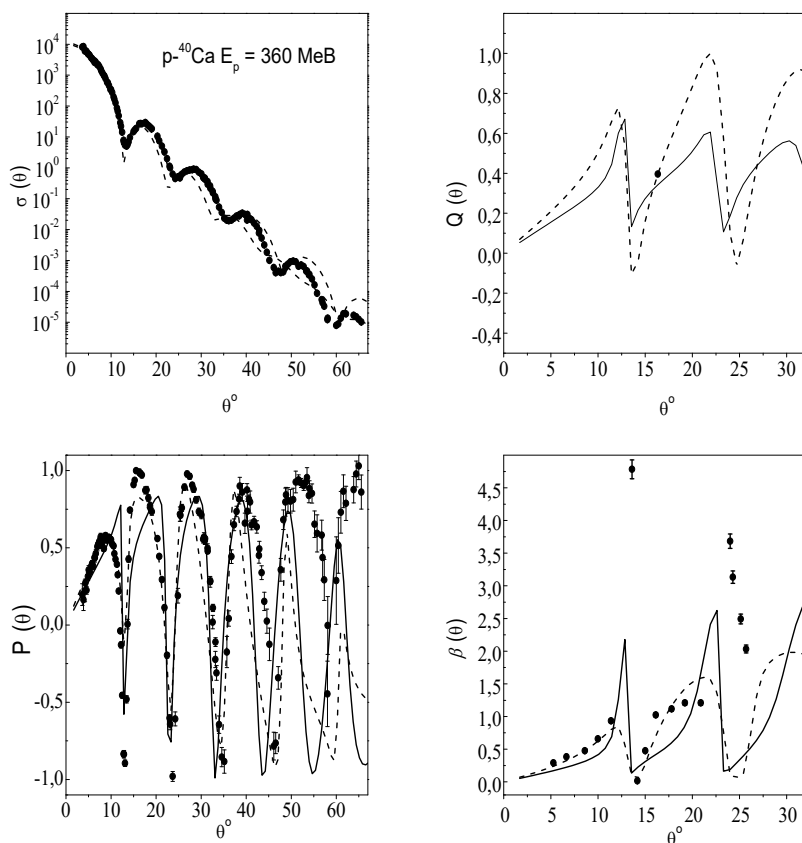


Рис. 3.15. Поляризаційні характеристики пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 360 MeV. Опис кривих дивись в тексті. Експериментальні дані з робіт [109]-[111], [120].

На рис. 3.16 наведено порівняння виконаних в дисертаційній роботі розрахунків поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 500 MeV з використання 1-го та 2-го БН.

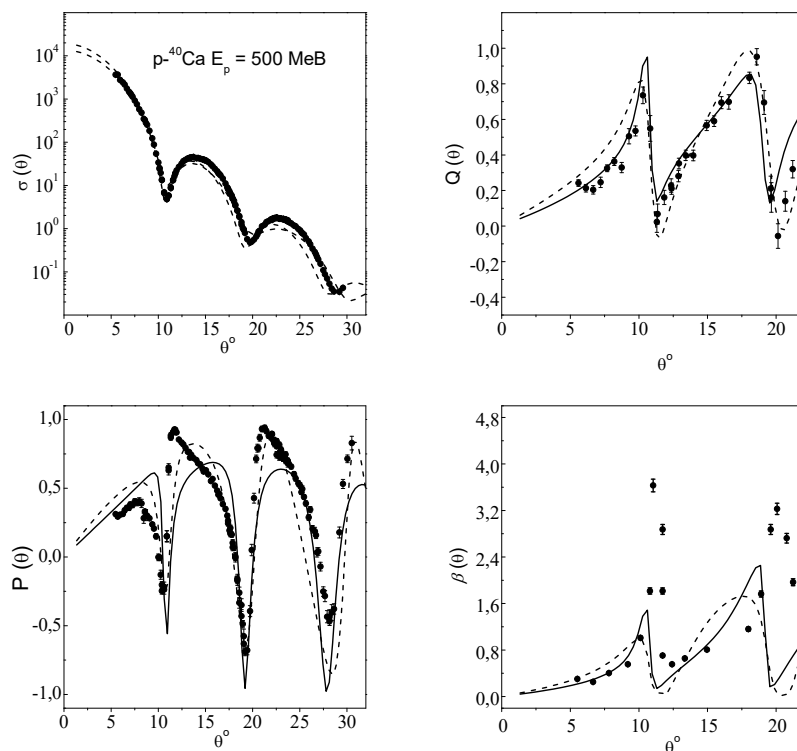


Рис. 3.16. Поляризаційні характеристики пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 500 MeV. Опис кривих дивись в тексті. Експериментальні дані з роботи [120].

На рис. 3.17 наведено порівняння виконаних в дисертаційній роботі розрахунків поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 650 MeV з використання 1-го та 2-го БН.

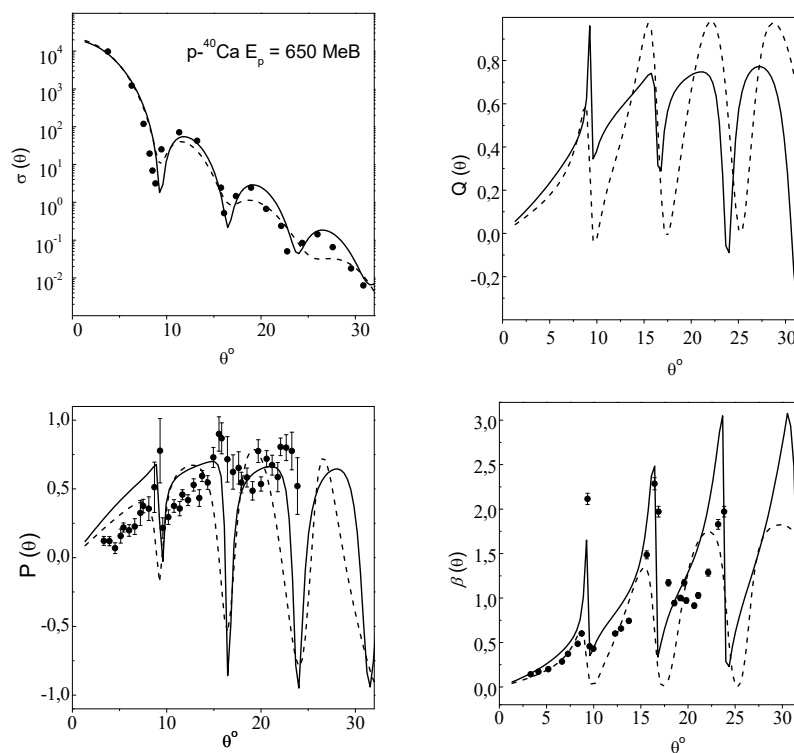


Рис. 3.17. Поляризаційні характеристики пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 650 MeV. Опис кривих дивись в тексті. Експериментальні дані з роботи [120].

На рис. 3.18 наведено порівняння виконаних в дисертаційній роботі розрахунків поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 800 MeV з використання 1-го та 2-го БН.

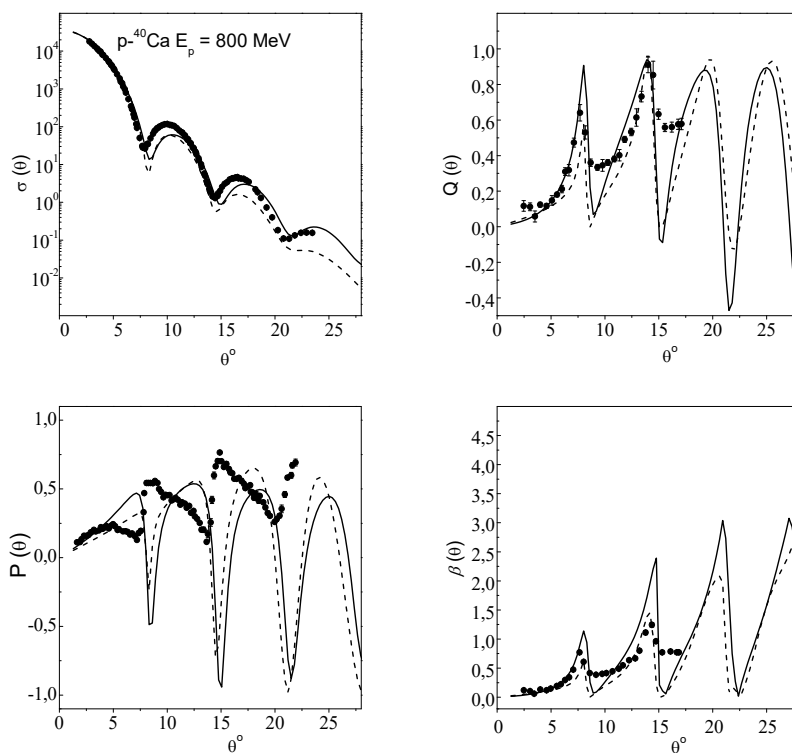


Рис. 3.18. Поляризаційні характеристики пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергії 800 MeV. Опис кривих дивись в тексті. Експериментальні дані з роботи [120].

З рис. 3.13 – 3.18 видно, що використання 2-го БН дозволяє дещо краще узгодити теоретичні розрахунки з наявними експериментальними даними, ніж це можна зробити при використанні 1-го БН. Окрім того, як відзначалось вище, використання такого наближення обумовлено тим, що амплітуда розсіяння, розрахована в 1-му Борновому наближенні з ермітовим потенціалом, є дійсною і в результаті поляризація нуклонів ядрами дорівнює нулю. Тому для коректного розрахунку поляризації частинок, який враховує внесок від комплексної частини потенціалу, потрібно використовувати принаймні 2-ге Борнове наближення.

Зауважимо, що незважаючи на доволі добре узгодження виконаних в представленому підході теоретичних розрахунків з наявними експериментальними даними, для енергій налітаючих протонів 200, 360 і 650 MeV параметри оптичного потенціалу не можуть бути достовірно визначені через відсутність повного набору вимірних незалежних спостережуваних розсіяння.

На рис. 3.19 представлено енергетичну залежність отриманих параметрів оптичного потенціалу, які використовувались при виконанні розрахунків у 2-му БН (див. табл. 3.3).

Зазначимо, що в ряді робіт (див., наприклад, [106] [108]) для енергій налітаючих протонів, які не перевищують 200 MeV, були отримані емпіричні співвідношення для енергетичної залежності параметрів оптичного потенціалу.

Очевидно, що параметри отриманого оптичного потенціалу в БН не повинні збігатися з параметрами, отриманими за допомогою чисельного розв'язку рівняння Шредінгера. Водночас отримані значення таких параметрів не повинні істотно відрізнятися від отриманих в інших подібних розрахунках, а результати виконаних розрахунків в рамках БН і ОМ не повинні помітно відрізнятися.

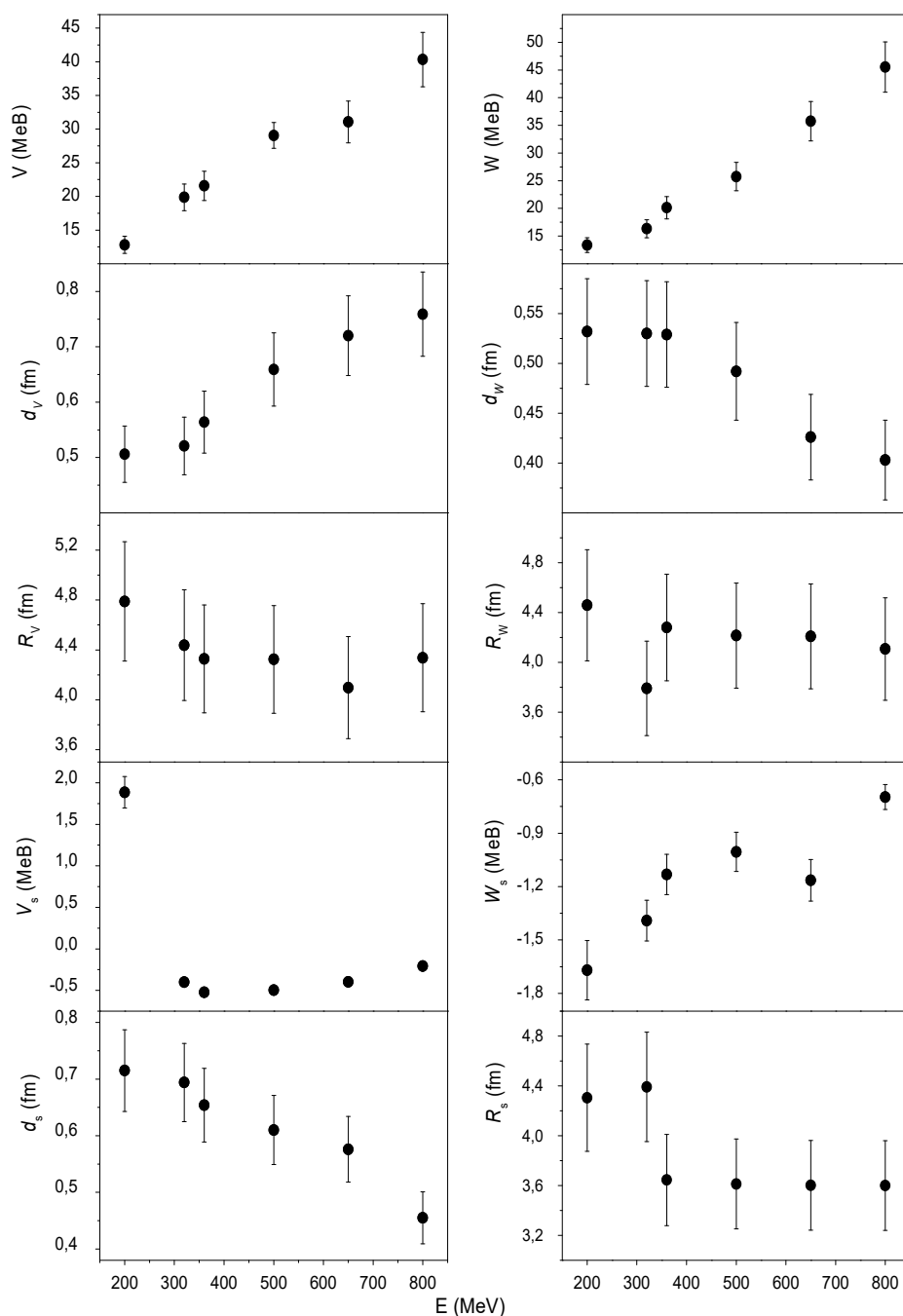


Рис. 3.19. Енергетична залежність параметрів оптичного потенціалу, які використовувались у розрахунках з урахуванням 2-го БН.

З рис. 3.19, що енергетична залежність, отриманих в 2-му БН, параметрів оптичного потенціалу є доволі плавною.

В дисертаційній роботі було виконано порівняння розрахованих поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергій 150 та 200 МеВ, виконаних з використанням 2-го БН і стандартної ОМ.

При виконанні даних розрахунків використовувались набори параметрів оптичного потенціалу, отримані в рамках 2-го БН.

Для енергії налітаючих протонів $E_p = 200$ МеВ було використано набір №1 з табл. 3.3, а отриманий набір параметрів для енергії $E_p = 150$ МеВ наведено в табл. 3.5.

Зазначимо, що при виконанні розрахунків в рамках стандартної ОМ використовувались величини параметрів, знайдених у 2-му БН, тобто розрахунки виконувались без внесення в ОМ жодних підгоночних параметрів.

Табл. 3.5. Параметри оптичного потенціалу, отримані в 2-му БН.

E ,	V_0 ,	W_0 ,	d_V ,	R_V ,	d_W ,	R_W ,	V_s ,	W_s ,	d_s ,	R_s ,	γ
МеВ	МеВ	МеВ	фм	фм	фм	фм	МеВ	МеВ	фм	фм	
150	10.45	12.25	0.46	4.84	0.51	4.30	0.91	-1.34	0.71	4.31	0.13

З табл. 3.3, 3.5 видно, що за енергій налітаючих протонів $E_p = 150, 200$ МеВ величини отриманих в БН параметрів оптичного потенціалу мало відрізняються від величин параметрів, наведених у роботах [106] - [108].

Результати розрахунків диференціальних перерізів і поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергій 150 та 200 МеВ, виконаних з використанням 2-го БН і стандартної ОМ наведено на рис. 3.20.

На рис. 3.20 суцільні криві представляють собою результати розрахунків, виконаних в 2-му БН, а штрихові криві – в рамках стандартної ОМ.

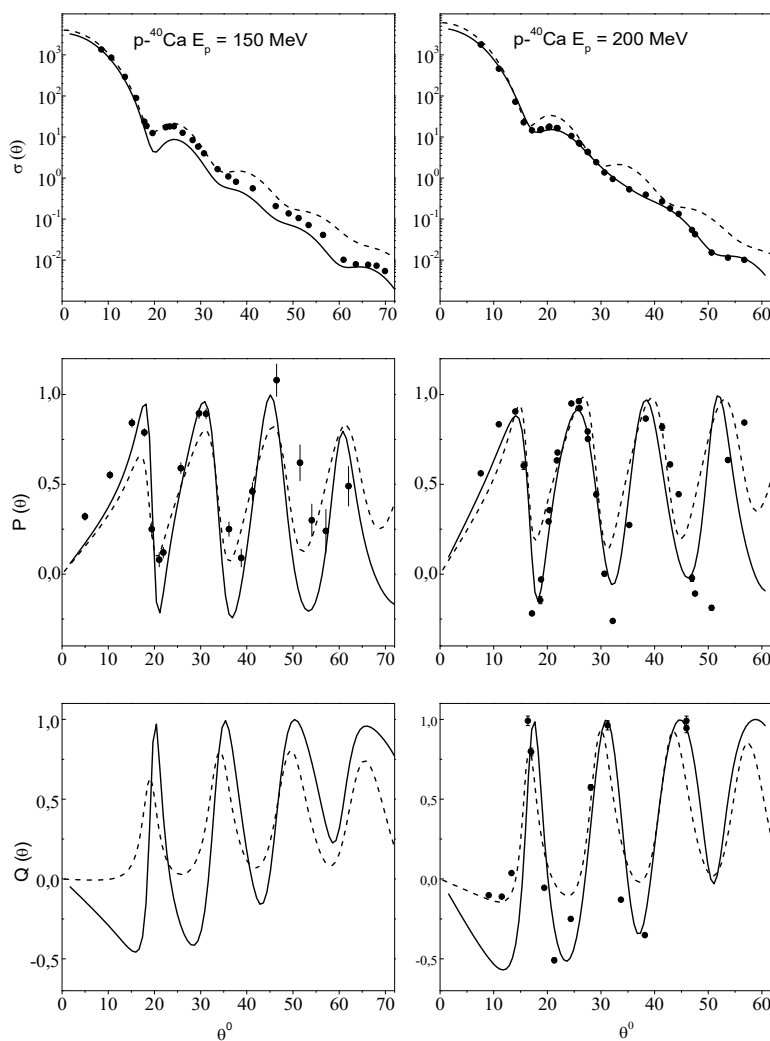


Рис. 3.20. Диференціальні перерізи $\sigma(\theta) \equiv d\sigma(\theta)/d\Omega$ (mb/sr), поляризація $P(\theta)$ і функція повороту спіну $Q(\theta)$ для пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca за енергій 150 та 200 MeV. Опис кривих дивись в тексті. Для енергії 150 MeV експериментальні дані з роботи [112], а для енергії 200 MeV - з робіт [109]-[111], [120].

З рис. 3.20 видно, що результати розрахунків диференціальних перерізів і поляризаційних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами в даній області енергій, виконаних з використанням 2-го БН і стандартної ОМ мало відрізняються.

3.5. Висновки до розділу 3

В даному розділі отримано аналітичні вирази для амплітуд і спостережуваних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca в другому Борновому наближенні. Доведено, що використання другого Борнового наближення обумовлено тим, що поляризація нуклонів при їх розсіянні ядрами, розрахована в першому Борновому наближенні з ермітовим потенціалом, дорівнює нулю.

Доведено, що врахування другого Борнового наближення дозволяє задовільно описати наявні експериментальні дані в області енергій 150÷800 МеВ.

Проведено порівняння теоретичних розрахунків, виконаних із застосуванням другого Борнового наближення та оптичної моделі. Доведено, що використані підходи дозволяють задовільно описати наявні експериментальні дані при енергіях 150 та 200 МеВ.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ.

У дисертаційній роботі наведено результати теоретичних досліджень взаємодії слабкозв'язаних дейтроноподібних частинок з важкими ядрами за підбар'єрних і надбар'єрних енергій, виконано розвиток оптичної моделі для вивчення взаємодії адронів середніх енергій з ядрами.

1. На основі адіабатичної моделі пружного розсіяння легких нейтронадлишкових ядер ядрами за підбар'єрних енергій, з використанням електричного оптичного потенціалу, запропоновано модель для врахування впливу ядерного поля важкого ядра мішені за умови поляризованості налітаючої частинки в кулоновому полі.

2. Уперше здобуто аналітичний вираз для електричного оптичного потенціалу в області поворотних точок, досліджено його властивості для випадку розсіяння дейтронів та іонів ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$ і доведено, що критерій використаного наближення виконується до границі ядра-мішені.

3. Уперше побудовано ядерний оптичний потенціал, який враховує поляризованість налітаючої дейтроноподібної частинки в області поворотних точок і доведено, що такий потенціал дає змогу задовільно описати перерізи пружного розсіяння дейтронів ядрами ${}^{208}\text{Pb}$, ${}^{124}\text{Sn}$ та ${}^{58, 62}\text{Ni}$ за підбар'єрних енергій.

4. Знайдено, що врахування поляризованості налітаючих дейтронів посилює ядерний оптичний потенціал у периферійній області, що дає змогу пояснити причину виникнення нефізичних параметрів традиційних оптичних потенціалів при теоретичній інтерпретації даних із пружного розсіяння.

5. Досліджено вплив ядерного оптичного потенціалу на перерізи реакції розщеплення дейтронів ядрами за надбар'єрних енергій та запропоновано модель ядерного оптичного потенціалу, в якій потенціал взаємодії дейтрона з ядром розраховувався в моделі згортки.

6. Доведено, що поведінка перерізу реакції розщеплення суттєво залежить від вибору моделі ядерного оптичного потенціалу дейтрона.

7. На основі методу деформованих хвиль запропоновано модель, у якій емпірично враховувалася внутрішня структура налітаючого дейтрона, виконано порівняння розрахованих перерізів реакції розщеплення дейтронів ядрами ^{12}C , ^{40}Ca та ^{90}Zr з наявними експериментальними даними та доведено, що врахування внутрішньої структури дейтрона помітно впливає на поведінку розрахованих характеристик реакції розщеплення за надбар'єрних енергій.

8. Уперше знайдено аналітичні вирази для амплітуд і спостережуваних характеристик пружного розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca у другому Борновому наближенні. Доведено, що використання другого Борнового наближення обумовлено тим, що поляризація нуклонів при їхньому розсіянні ядрами, розрахована в першому Борновому наближенні з ермітовим потенціалом, дорівнює нулю.

9. Доведено, що врахування другого Борнового наближення дає змогу задовільно описати наявні експериментальні дані в області енергій $150 \div 800$ MeV.

10. Проведено порівняння теоретичних розрахунків, виконаних із застосуванням другого Борнового наближення та оптичної моделі та доведено, що обидва використані підходи дає змогу задовільно описати наявні експериментальні дані при енергіях 150 та 200 MeV.

Хочу висловити подяку за співпрацю і допомогу та шану пам'яті доктору фіз.-мат. наук, професору К.О. Теренецькому, канд. фіз.-мат. наук В.П. Вербицькому та доктору фіз.-мат. наук Ю.М. Павленко.

Щира подяка заслуженому професору Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна Ю.А. Бережному за співпрацю на окремих етапах роботи та доктору фіз.-мат. наук В.В. Пилипенко за корисні обговорення.

Дякую моїй дружині та рідним за підтримку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1]. H. Feshbach, C.E. Porter, V.F. Weisskopf. The formation of a compound nucleus in neutron reactions// *Phys. Rev.* 90, 166 (1953).
- [2]. H. Feshbach, C.E. Porter, V.F. Weisskopf. Model for nuclear reactions with neutrons// *Phys. Rev.* 96, 448 (1954).
- [3]. H. Feshbach. Unified theory of nuclear reactions// *Ann.Phys.* (New York) 5, 357 (1958).
- [4]. H. Feshbach. A unified theory of nuclear reactions// *Ann.Phys.* (New York) 281, 519 (2000).
- [5]. Sanchez-Benitez *A.M.*, Escrig D., Alvarez M. A. G. et al. Scattering of ${}^6\text{He}$ at energies around the Coulomb barrier // *J. Phys. G. Nucl. Part. Phys.* - 2005.-Vol. 31. - P. S1953-1958.
- [6]. Signorinni C. Interaction at the barrier in the system ${}^{9,10,11}\text{Be} + {}^{209}\text{Bi}$: Well-established facts and open questions // *Eur. Phys. J. A.* - 2002. - Vol. 13. - P. 129 - 133.
- [7]. Signorinni C., Andrighetto A., Guo J. Y. et al. The potential of the loosely bound ${}^9\text{Be}$ from ${}^{209}\text{Bi}$ elastic scattering: unusual behaviour at near threshold energy // *Nucl. Phys. A.* - 2002. - Vol. 701. - P. 23c - 28c.
- [8]. Signorini C., Andrighetto A., Ruan M., Guo J. Y., Stroe L., Soramel F., Lobner E. G., Muller L., Pierroutsakou D., Romoli M., Rudolph K., Thompson I. J., Trotta M., Vitturi A., Gemhauser R., Kastenmuller A. Unusual near-threshold potential behavior for the weakly bound nucleus ${}^9\text{Be}$ inelastic scattering from ${}^{209}\text{Bi}$ // *Phys. Rev. C.* — 2000. — Vol. 61, № 6. — P. 061603-1-061603-5.
- [9]. Mazzocco M, Signorinni C., Romoli et al. Scattering of ${}^{11}\text{Be}$ halo nucleus from ${}^{209}\text{Bi}$ at the Coulomb barrier // *Eur. Phys. J. A* - 2006. - Vol. 28. - P. 295 - 299.
- [10]. Aguilera E. F., Kolata J. J., Nunes F. M., Becchetti F. D., De Young P. A., Goupell M., Guimaraes V., Hughey B., Lee M. Y., Lizcano D., Martinez- Quiroz E., Nowlin A., O'Donnell T. W., Peaslee G. F., Peterson D., Santi P., White-Stevens R. Transfer and/or Breakup Modes in the ${}^6\text{He} + {}^{209}\text{Bi}$ Reaction near the

- Coulomb Barrier // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 84, № 22. — P. 5058-5061.
- [11]. Aguilera E. F., Kolata J. J., Becchetti F. D., De Young P. A., Hinnefeld J. D., Horvath A., Lamm L. O., Hye-Young Lee, Lizcano D., Martinez-Quiroz E., Mohr P., O'Donnell T. W., Roberts D. A., Rogachev G. Elastic scattering and transfer in the ${}^6\text{He} + {}^{209}\text{Bi}$ system below the Coulomb barrier // *Phys. Rev. C.* — 2001, -Vol. 63. -P. 061603-1-061603-4.
- [12]. Вербицький В. П., Ківа В. А., Кліпенштейн А. А., Немець О. Ф., Павленко Ю. М., Теренецький К. О., Дельбар Т., Вєрв'є Ж., Марше К., Ленард Е., Леле П. Пружне розсіяння іонів ${}^6\text{He}$ ядрами ${}^{208}\text{Pb}$ // *УФЖ.* — 1998. - Т. 43, № 3. - С. 268-274.
- [13]. Baur G., Rosel F., Trautmann D. Effects of polarizability in elastic scattering below the Coulomb barrier // *Nucl. Phys. A.* - 1977. - Vol. 288. - P. 113-131.
- [14]. Kammeraad J. E., Knutson L. D. A study of deuteron quadrupole moment effects in sub-Coulomb scattering of tensor polarized deuterons // *Nucl. Phys. A.* — 1985. - Vol. 435. - P. 502-522.
- [15]. Wendler W. M., Lindner A., Andres B. Influence of Coulomb polarization on elastic scattering of deuterons by heavy nuclei // *Nucl. Phys. A.* - 1980. — Vol. 349.-P. 365-371.
- [16]. Andres B., Lindner A. Elastic deuteron-nucleus scattering as a discretized three-body problem // *Nucl. Phys. A.* - 1978. - Vol. 296, № 1. - P. 77-94.
- [17]. Bassel R. H., Drisko R. M., Satchler G. R. , Lee L. L., Schiffer J. P., Zeidman B. Elastic Scattering of Deuterons by ${}^{40}\text{Ca}$ // *Phys. Rev.* — 1964. — Vol. 136, № 4 B. —P.960-970.
- [18]. Becker T., Schmidt-Rohr U., Tielsch E. The A-dependence of elastic deuteron scattering at 11.8 MeV // *Phys. Lett.* - 1963. - Vol. 5. - P. 331-333.
- [19]. Yntema J. L. Elastic Scattering of 21.6 MeV Deuterons // *Phys. Rev.* — 1959. — Vol. 113, № 1.-P. 261-267.
- [20]. Kermod M. W., McKerrell A., McTavish J. P., Allen L. J. The Asymptotic S — State Amplitude of the Deuteron Wave Function // *Z. Phys. A.* — 1981. — Vol.

- 303, № 2.-P. 167-172.
- [21]. Kammeraad J. E., Knutson L. D. On the Determination of the Deuteron Quadrupole Moment by Elastic Scattering of Polarised Deuterons // *J. Phys. G.* — 1983. - Vol. 9, № 10. - P. L217-L222.
- [22]. Friar J. L., Fallieros S., Tomusiak E. L., Skopik D., Fuller E. G. Electric polarizability of the deuteron // *Phys. Rev. C.* — 1983. — Vol. 27, № 3. — P. 1364-1366.
- [23]. Lopes M. H., Tostevin J. A., Johnson R. C. Electric polarizability of the deuteron and the nucleon-nucleon interaction // *Phys. Rev. C.* — 1983. — Vol. 28. — P. 1779-1782.
- [24]. Tostevin J. A., Johnson R. C. On the Spin-Dependence of Transfer Channel Coupling in Sub-Coulomb Deuteron Scattering // *Phys. Lett. B.* — 1983. — Vol. 124, № 3-4. - P. 135-138.
- [25]. Friar J. L., Fallieros S. Deuteron electric polarizability // *Phys. Rev. C.* — 1984. — Vol. 29. - P. 232-239.
- [26]. Signorinni C., Andrighetto A., Guo J. Y. et al. The potential of the loosely bound ${}^9\text{Be}$ from ${}^{209}\text{Bi}$ elastic scattering: unusual behaviour at near threshold energy // *Nucl. Phys. A.* - 2002. - Vol. 701. - P. 23c - 28c.
- [27]. Kakuee O. R., Rahighi J., Sanchez-Benitez A. M., Andres M. V., Cherubini S., Davinson T., Galster W., Gomez-Camacho J., Laird A. M., Lamehi-Rachti M., Martel I., Shotter A. C., Smith W. B., Vervier J., Woods P. J. Elastic scattering of the halo nucleus ${}^6\text{He}$ from ${}^{208}\text{Pb}$ above the Coulomb barrier // *Nucl. Phys. A.* — 2003. - Vol. 728. - P. 339-349.
- [28]. Kuzmichev V. E., Peresypkin V. V. Three-body calculation of deuteron-nucleus Coulomb field interaction // *Nucl. Phys. A.* - 1990. - Vol. 506. - P. 245-261.
- [29]. Wang Y., Foster C. C., Stephenson E. J., Yuan L., Rapaport J. Dispersion relation analysis of $d + {}^{208}\text{Pb}$ elastic scattering // *Phys. Rev. C.* — 1992. — Vol. 45, № 6. —P.2891-2903.
- [30]. Zhukov M. V., Danilin B. V., Fedorov D. V., Bang J. M., Thompson I. J., Vaagen J. S. Bound state properties of Borromean halo nuclei: ${}^6\text{He}$ and ${}^4\text{Li}$ // *Phys. Rep.*-

- 1993.-Vol. 231, № 4.-P. 151-199.
- [31]. Oppenheimer J. R., Phillips M. Note on the Transmutation Function for Deuterons// *Phys. Rev.* — 1935. — Vol. 43. — P. 500-502.
- [32]. Абелішвілі Т. Л., Ситенко О. Г. Електрична поляризація дейтрона при розсіянні в кулонівському полі// *УФЖ.* — 1961. — Т. 6, № 1. — С. 3-11.
- [33]. Clement C. F. Effect of the nuclear electric field on the elastic scattering of deuterons // *Phys.Rev.* — 1962. - Vol. 128. - P. 2728-2738.
- [34]. Rodning N. L., Knutson L. D., Lynch W. G., Tsang M. B. Measurement of the electric polarizability of the deuteron // *Phys. Rev. Lett.* — 1982. — Vol. 49, № 13,-P. 909-912.
- [35]. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Расщепление дейтрона при столкновениях с тяжелыми ядрами // *Собрание трудов.* - М., 1969. - Т. 2. - С. 54 - 65.
- [36]. Murayama T., Tagishi Y., Sakai T., Tomizawa M., Nishikawa H., Seki S. Energy Dependence of Tensor Analyzing Powers in Deuteron Elastic Scattering from ^{208}Pb // *Nucl. Phys. A.* - 1988.- Vol. 486. - P. 261-270.
- [37]. Вербицкий В. П., Теренецкий К. О. Динамические эффекты в упругом рассеянии дейтронов тяжёлыми ядрами// *УФЖ* — 1990. — Т. 35, № 4. — С. 515-519.
- [38]. Вербицкий В. П., Теренецкий К. О. Подбарьерное рассеяние слабосвязанных нейтронно-избыточных легких ионов// *ЯФ.* — 1992. — Т. 55, вып. 2. — С. 362- 367.
- [39]. Абелишвили Т. Л. Процессы упругого рассеяния и передачи нуклона при столкновении ядер: *Дис... кан. физ.-мат. наук:* 01.04.16. — Т., 1962. — 111 с.
- [40]. Вербицкий В. П., Жукалюк Л. Я., Теренецкий К. О. Квазістаціонарний стан слабкозв'язаної частинки у зовнішньому електричному полі// *Зб. наук. праць Ін-ту ядерних дослід.* — 2001. — № 3 (5). — С. 24-29.
- [41]. Austern N. Direct nuclear reaction theories. — *New York.: John Wiley,* 1970 — 390 p.
- [42]. Hodgson P. E. Nuclear reaction and nuclear structure. — *Oxford,* 1971 — 659 p.

- [43]. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. — М.: Наука, 1971. — 544 с.
- [44]. К. О. Теренецкий, А. В. Бабак, В.П. Вербицкий, О. Д. Григоренко. Оптический потенциал для подбарьерного упругого рассеяния легких слабосвязанных дейтроноподобных ядер// *Ядерна Фізика та Енергетика*. — 2007. — №3(21). С. 47.
- [45]. О. В. Бабак, В.П. Вербицкий, О. Д. Григоренко. Потенціали ядерної взаємодії дейтронів з важкими ядрами в моделі однократної згортки// *Ядерна Фізика та Енергетика*. — 2013. — №3(14). С. 247.
- [46]. Yu. N. Pavlenko, V. P. Verbytskyi, O. I. Rundel, O. V. Babak, O. K. Gorpnich, V. V. Ostashko, Yu. Ya. Karlyshev, O. D. Grygorenko, T. A. Korzina, A. V. Stepaniuk, I. P. Dryapachenko, E. M. Mozhzhukhin. Deuteron interaction with ^{124}Sn nuclei at sub-barrier energies// *Ядерна Фізика та Енергетика*. — 2015. — №1(16). С. 15
- [47]. Ю. М. Павленко, В. М. Пугач, В. Л. Шаблов, О. К. Горпинич, А. В. Степанюк, Т. О. Корзина, Ю. Я. Карлишев, В. П. Вербицкий, О. В. Бабак, В. В. Осташко, І. П. Дряпаченко, Е. М. Можжухін, В. О. Кива, Д. В. Касперович, Л. Л. Дулгер. Розпад першого збудженого стану ядра ^8Be в реакції $^{11}\text{B}(p, \alpha\alpha)\alpha$ при $E_p = 3,75$ MeV// XXI Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. — 2014. — . С. 72
- [48]. Ю. М. Павленко, В. П. Вербицкий, О. В. Бабак, О. І. Рундель, О. К. Горпинич, О.Д. Григоренко, А. В. Степанюк. Дослідження взаємодії дейтронів з ядрами ^{124}Sn при підбар'єрних енергіях //XXI Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. — 2014. — С. 75
- [49]. Ю. М. Павленко, В. П. Вербицкий, О. В. Бабак, О. І. Рундель, О. К. Горпинич, О. Д. Григоренко, А. В. Степанюк, Т. О. Корзина. Пружне розсіяння дейтронів на ядрах $^{58,62}\text{Ni}$ за підбар'єрних енергій// XXII Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. — 2015. С. 70
- [50]. Hostler L., Pratt R. Coulomb Green's function in closed form // *Phys. Rev. Lett*

- 1963. - Vol. 10, №11.- P. 469-470.
- [51]. Слейтер Люси Дж. Вырожденные гипергеометрические функции / *Пер. с англ.* - М.: ВЦ АН СССР, 1966. - 251 с.
- [52]. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. - М.: Наука, 1979. — 832 с.
- [53]. Фрёман Н., Фрёман П. ВКБ-приближение. — М.: Мир, 1967. — 166 р.
- [54]. Berry M. V., Mount K. E. Semiclassical approximation in wave mechanics// *Rep. Prog. Phys.* - 1972. - Vol. 35. - P. 315 - 397.
- [55]. Satchler G. R., Lowe W. G .Folding model potential from realistic interactions for heavy-ion scattering// *Phys. Rep.* - 1979, **55**. 183 р.
- [56]. Pavlenko Yu. N., Terenetsky K. O., Verbitsky V. P. et al Deuteron interaction with nuclei ^{208}Pb at sub-barrier energies// *Ядерна фізика та енергетика*. 2010. — т.11, № 4, С. 400 – 404.
- [57]. Nishida Y. Elastic Scattering of Deuterons by Heavy Nuclei // *Progr. Theoret. Phys.* - 1958. - Vol. 19, № 4. - P. 389-403.
- [58]. Akhiezer A. I., Sitenko A. G. Diffraction scattering of fast deuterons by nuclei// *Phys. Rev.* 1957. –Vol.-106. P.1236-1246.
- [59]. Ситенко А. Г., Евланов М. В., Полозов А.Д. Расщепление дейтронов на ядрах при высоких энергиях и учет кулоновского взаимодействия. – Киев, 1973, с.28 (Препринт/ИТФ-13-148Р)
- [60]. Ситенко А. Г., Евланов М. В., Полозов А.Д. Об учете кулоновского взаимодействия в процессе фрагментации легких ионов при средних энергиях. – Киев, 1984, с.26 (Препринт/ИТФ-84-137Р)
- [61]. Perey С.М., Perey F.G Compilation Of Phenomenological Optical-Model Parameters 1969 – 1972.// *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. 1974. –Vol.-13.- p. 297
- [62]. Pavlenko, Y.N., Terenetskii, K.O., Verbitskii, V.P. et al.// *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* (2012) 76: 888.

- [63]. H. Okamura, S. Hatori et al. Strong evidence of the Coulomb breakup of the deuteron at 56 MeV // *Phys. Lett. B* 325 (1994) 308.
- [64]. H. Okamura, S. Ishida et al. Mechanism of the forward-angle (d, pn) reaction at intermediate energies // *Phys. Rev. C* 58 (1998) 4.
- [65]. Sakuragi Y., Funada S., Hirabayashi Y. Coulomb dissociation of ^6He and ^{11}Li and its effect on the elastic scattering // *Nucl. Phys. A.* — 1995. — Vol. 588, № 1. — p. 65-69.
- [66]. Canto L. F., Donangelo R., Lotti P., Hussein M. S. Dipole polarizability of neutron-rich nuclei // *Nucl. Phys. A.* — 1995. — Vol. 589. — P. 117-128.
- [67]. Andres M. V., Gomez-Camacho J., Nagarajan M. A. Dynamic polarization potential induced by dipole Coulomb excitation to break-up states in ^{11}Li scattering // *Nucl. Phys. A.* — 1995. — Vol. 583. — P. 817-820.
- [68]. Dasso C. H., Guisado J. L., Lenzi S. M., Vitturi A. Coulomb- and nuclear-induced break-up of halo nuclei at bombarding energies around the Coulomb barrier // *Nucl. Phys. A.* - 1996. - Vol. 597, № 3. - P. 473-486.
- [69]. Lee M. Y., Becchetti F. D., O'Donnell T. W., Roberts D. A., Zimmerman J. A., Guimaraes V., Ko J. J., Peterson D., Santi P., DeYoung P. A., Peaslee G. F., Hinnefeld J. D. Study of nuclear reactions with intense, high-purity, low-energy radioactive ion beams using a versatile multi-configuration dual superconducting-solenoid system // *Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. Sect. A.* — 1999. — Vol. 422, № 1-3. - P. 536-540.
- [70]. Moro A. M., Gomez-Camacho J. Dipole polarizability in deuteron scattering around the Coulomb barrier // *Nucl. Phys. A.* — 1999. — Vol. 648. — P. 141-156.
- [71]. Aoki Y., Okumura N., Joh T., Takahashi N., Honkyu Y. Coulomb breakup and polarizability of the deuteron // *Nucl. Phys. A.* — 2000. — Vol. 673. — P. 189-206.
- [72]. Kelly G. R., Davis N. J., Ward R. P., Fulton B. R., Tungate G., Keeley N., Rusek K., Bartosz E. E., Cathers P. D., Caussyn D. D., Drummer T. L., Kemper K. W. α breakup of ^6Li and ^7Li near the Coulomb barrier // *Phys. Rev. C.* - 2001. - Vol. 63.

- P. 024601-1-024601-7.

- [73]. Yuen Sim Neoh, K. Yoshida, K. Minomo, and K. Ogata. Microscopic effective reaction theory for deuteron-induced reactions// *Phys. Rev. C* 94 (2016) 044619.
- [74]. V. V. Davydovskyy, A. D. Foursat. Energy spectra of protons in diffraction break-up of deuterons on ^{12}C and ^{40}Ca at intermediate energies// *Nucl. Phys. At. Energy* 2016, volume 17, issue 2, pages 111-121.
- [75]. A. Nordsieck. Reduction of an integral in the theory of Bremsstrahlung// *Phys. Rev.* 93 (1954) 785.
- [76]. K. R. Greider and L. R. Dodd. Divergence of the distorted-wave born series for rearrangement scattering// *Phys. Rev.* 146 (1966).
- [77]. G. Baur and D. Trautmann. The break-up of the deuteron and stripping to unbound states// *Nucl. Phys. A* 191 (1972) 321.
- [78]. J. Lang, L. Jarczyk and R. Muller. Deuteron break-up in the field of the nucleus// *Nucl. Phys. A* 204 (1973) 97.
- [79]. J. A. Tostevin, S. Rugmai and R. C. Johnson. Coulomb dissociation of light nuclei// *Phys. Rev. C* 57 (1998) 3225.
- [80]. О.В. Бабак, В.П. Вербицький, К.О. Теренецький Розрахунок амплітуди розщеплення слабкозв'язаних частинок при взаємодії з важкими ядрами мішеней// XIV Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2007. – С. 57 – 58.
- [81]. К.О. Теренецький, О.В. Бабак .Розвал дейтрона з урахуванням ефектів другого порядку // XVI Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2009
- [82]. О. V. Babak, V. P. Mikhailiuk. Розщеплення дейтронів ядрами ^{40}Ca при енергії 56 MeV// *Ядерна Фізика та Енергетика*. – 2019. – №4(20). С. 375
- [83]. О.В. Бабак, В.П. Михайлюк .Дослідження реакції розвалу дейтронів при розсіянні на ядрах ^{40}Ca XXVI// Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2019, С. 18
- [84]. С.А. Bertulani, L.F. Canto, and M.S. Hussein. A coupled-channels study of ^{11}Be Coulomb excitation// *Phys. Lett. B* 353 (1995) 413.

- [85]. N. Matsuoka. Optical model and folding model potentials for elastic scattering of 56 MeV polarized deuterons// *Nucl. Phys. A* 455 (1986) 413.
- [86]. R. C. Johnson and P. J. R. Soper. Contribution of deuteron breakup channels to deuteron stripping and elastic scattering// *Phys. Rev. C* 1 (1970) 976.
- [87]. F. D. Becchetti and G. W. Greenless. Nucleon-nucleus optical-model parameters, $A > 40$, $E < 50$ MeV// *Phys. Rev.* 182 (1969) 1190.
- [88]. Д.А. Варшалович, А.Н. Москалев, В.К. Херсонский. Квантовая теория углового момента// Ленинград: Наука, 1975.
- [89]. C. M. Vincent and H. T. Fortune. New method for distorted-wave analysis of stripping to unbound states// *Phys. Rev. C* 2 (1970) 782.
- [90]. F. Rybicki, N. Austern. Distorted-wave theory of deuteron breakup// *Phys. Rev. C* 6 (1972) 1525.
- [91]. Glauber R.O. High-energy collision theory // *Lectures in theoretical physics* / Ed. by H.E. Brittin, L.G. Dunham - New York: Intersci. Publ. Inc.; 1959. - V.1. - P.315-414.
- [92]. Ситенко А.Г. К теории ядерных реакций с участием сложных частиц // *УФЖ.* - 1959. - Т.4, № 2. - С. 160-163.
- [93]. Nishida Y. Elastic Scattering of Deuterons by Heavy Nuclei// *Progr. Theoret. Phys.* 19 (1958) 389.
- [94]. Вербицкий В. П., Жукалюк Л. Я., Теренецкий К. О. Критерій адиабатичного наближення для розв'язку задачі розсіяння слабкозв'язаних частинок кулонівським полем // *Зб. наук. праць Ін-ту ядерних дослід.* — 2000. - № 2. - С. 20-24.
- [95]. Verbitsky V. P., Zhukalyuk L. Ya., Terenetsky K. O. Weakly bound particle in the electric field of nuclei//*УФЖ.* — 2002. — Т. 47, № 1, —С. 10-14.
- [96]. Вербицкий В. П., Жукалюк Л. Я., Теренецкий К. О. ВКБ-наближення для функції Гріна двох невзасмодіючих частинок у зовнішньому електричному полі // *Зб. наук. праць Ін-ту ядерних дослід.* — 2003. — №3 (11).-С. 24-31.
- [97]. Вербицкий В. П., Жукалюк Л. А., Романишин В. А., Теренецкий К. О. Взаимодействие ядер ${}^6\text{He}$ с ядрами ${}^{209}\text{Bi}$ при околосбарьерной энергии // *Изв.*

- АН. Сер. физ.* - 2004. - Т. 68, № 2. - С. 209-211.
- [98]. Теренецький К. О., Боровська Л. Я., Вербицький В. П. Дипольна поляризованість слабкозв'язаних ядер у зовнішньому електричному полі // *Зб. наук. праць Ін-ту ядерних дослід.* — 2004. — № 1 (12). — С. 23-29.
- [99]. Ramsey N. F., Malenka B. J., Kruse U. E. Polarizability of the Deuteron // *Phys. Rev.* - 1953. - Vol. 91, № 5. -P. 1162-1164.
- [100]. Malenka B. J., Kruse U. E., Ramsey N. F. The Electric Scattering of the Polarizable Deuteron // *Phys. Rev.* — 1953. — Vol. 91, № 5. — P. 1165-1167.
- [101]. Gove H. E. Elastic Scattering of Protons, Deuterons, and Alpha Particles from Heavy Elements // *Phys. Rev.* — 1955. — Vol. 99, № 5. — P. 1353-1355.
- [102]. Rees J. R., Sampson M. B. Elastic Scattering of Alpha Particles and Deuterons from Heavy Nuclei // *Phys. Rev.* — 1957. — Vol. 108, № 5. — P. 1289-1293.
- [103]. Давыдов А. С. Квантовая механика // *М.: Наука*, 1973. — 704 с 118
- [104]. Brown G.E. // *Proceed. Phys. Soc.*, 1957. V. 70 A, Part 5, No. 449, p. 361.
- [105]. R.D. Woods, D.S. Saxon. Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering // *Phys. Rev.* 95, 577 (1954).
- [106]. W.T.H. van Oers. Optical-model analysis of $p+^{40}\text{Ca}$ elastic scattering from 10-180 MeV // *Phys Rev. C* 3, 1550 (1971).
- [107]. A. Nadasen, P. Schwandt, P.P. Singh, W.W. Jacobs, A.D. Bacher, P.T. Debevec, M.D. Kaitchuck, J.T. Meek. Elastic scattering of 80-180 MeV protons and the protonnucleus optical potential // *Phys. Rev. C* 23, 1023 (1981).
- [108]. P. Schwandt, H.O. Meyer, W.W. Jacobs, A.D. Bacher, S.E. Vigdor, M.D. Kaitchuck, T.R. Donoghue. Analyzing power of proton-nucleus elastic scattering between 80 and 180 MeV // *Phys. Rev. C* 26, 55 (1982).
- [109]. H. Seifert, J.J. Kelly, A.E. Feldman, B.S. Flanders, M.A. Khandaker, Q. Chen, A.D. Bacher, G.P.A. Berg, E.J. Stephenson, P. Karen, B.E. Norum, P. Welch, A. Scott. Effective interaction for $^{16}\text{O}(p,p')$ and $^{40}\text{Ca}(p,p')$ at $E_p = 200$ MeV // *Phys. Rev. C* 47, 1615 (1993).

- [110]. J.J. Kelly, P. Boberg, A.E. Feldman, B.S. Flanders, M.A. Khandaker, S.D. Hyman, H. Seifert, P. Karen, B.E. Norum, P. Welch, S. Nanda, A. Saha. Effective interaction for $^{40}\text{Ca}(p,p')$ at $E_p=318$ MeV// *Phys. Rev. C* 44, 2602 (1991).
- [111]. D. Frekers, S.S.M. Wong, R.E. Azuma, T.E. Drake, J.D. King, R. Abegg, K.P. Jackson, C.A. Miller, S. Yen, W.P. Alford, R.L. Helmer, C. Broude, S. Mattsson, E. Rost. Elastic and inelastic scattering of 362 MeV polarized protons from ^{40}Ca // *Phys. Rev. C* 35, 2236 (1987).
- [112]. D.A. Hutcheon, W.C. Olsen, H.S. Sherif, R. Dymarz, J.M. Cameron, J. Johansson, P. Kitching, P.R. Liljestr nd, W.J. McDonald, C.A. Miller, G.C. Neilson, D.M. Sheppard, D.K. McDaniels, J.R. Tinsley, P. Schwandt, L.W. Swenson, C.E. Stronach. The elastic scattering of intermediate energy protons from ^{40}Ca and ^{208}Pb // *Nucl.Phys. A* 483, 1 (1988).
- [113]. A. Nadasen, S. Balaji, J. Brace, K.A.G. Rao, P.G. Roos, P. Schwandt, J.T. Ndefru. Nucleon elastic scattering potentials: Energy and isospin dependence// *Phys. Rev. C* 66, 064605 (2002).
- [114]. A.J. Koning, J.P. Delaroche. Local and global nucleon optical models from 1 keV to 200 MeV// *Nucl.Phys. A* 713, 213 (2003).
- [115]. G. Igo, G.S. Adams, T.S. Bauer, G. Pauletta, C.A. Whitten, Jr., A. Wriekat, G.W. Hoffmann, G.S. Blanpied, W.R. Coker, C. Harvey, R.P. Liljestr nd, L. Ray, J.E. Spencer, H.A. Thiessen, C. Glashauser, N.M. Hintz, M.A. Oothoudt, H. Nann, K.K. Seth, B.E. Wood, D.K. McDaniels, M. Gazzaly. Elastic differential cross sections and analyzing powers for $p^{+40,42,44,48}\text{Ca}$ at 0.8 GeV// *Phys.Lett. B* 81, 151 (1979).
- [116]. L. Ray, G.W. Hoffmann, M. Barlett, J. McGill, J. Amann, G. Adams, G. Pauletta, M. Gazzaly, G.S. Blanpied. Proton elastic scattering from $^{40,42,44,48}\text{Ca}$ at 800 MeV// *Phys. Rev. C* 23, 828 (1981).
- [117]. R.W. Ferguson, M.L. Barlett, G.W. Hoffmann, J.A. Marshall, E.C. Milner, G. Pauletta, L. Ray, J.F. Amann, K.W. Jones, J.B. McClelland, M. Gazzaly, G.J. Igo. Spin-rotation parameter Q for 800 MeV proton elastic scattering from ^{16}O , ^{40}Ca , and ^{208}Pb // *Phys Rev. C* 33, 239 (1986).

- [118]. B. Aas, E. Bleszynski, M. Bleszynski, M. Hajisaeid, G.J. Igo, F. Irom, G. Pauletta, A. Rahbar, A.T.M. Wang, C.F. Amann, T.A. Carey, W.D. Cornelius, J.B. McClelland, M. Barlett, G.W. Hoffmann, M. Gazzaly. Proton polarization observables for the elastic and inelastic scattering of 500 MeV protons from ^{40}Ca and ^{208}Pb // *Nucl.Phys. A* 446, 675 (1986).
- [119]. G.W. Hoffmann, M.L. Barlett, G. Pauletta, L. Ray, J.F. Amann, K. Ones, J.B. McClelland, R.W. Ferguson, M.M. Gazzaly, B.C. Clark, R.L. Mercer. Large angle $p+^{40}\text{Ca}$ elastic scattering at 497.5 MeV// *Phys. Rev. C* 37, 1307 (1988).
- [120]. E. Bleszynski, B. Aas, D. Adams, M. Bleszynski, G.J. Igo, T. Jaroszewicz, A. Ling, D. Lopiano, F. Sperisen, M.G. Moshi, C.A. Whitten, Jr., C.A. Whitten, K. Jones, J.B. McClelland. Energy dependence of relativistic effects in the elastic scattering of polarized protons from ^{16}O and ^{40}Ca // *Phys. Rev. C* 37, 1527 (1988).
- [121]. L.G. Arnold, B.C. Clark, E.D. Cooper, H.S. Sherif, D.A. Hutcheon, P. Kitching, J.M. Cameron, R.P. Liljestrang, R.N. MacDonald, W.J. McDonald, C.A. Miller, G.C. Neilson, W.C. Olsen, D.M. Sheppard, G.M. Stinson, D.K. McDaniels, J.R. Tinsley, R.L. Mercer, L.W. Swenson, P. Schwandt, C.E. Stronach. Energy dependence of the $p-^{40}\text{Ca}$ optical potential: A Dirac equation perspective// *Phys. Rev. C* 25, 936 (1982).
- [122]. J.A. McNeil, L. Ray, S.J. Wallace. Impulse approximation NN amplitudes for proton-nucleus interactions// *Phys. Rev. C* 27, 2123 (1983).
- [123]. B.C. Clark, S. Hama, R.L. Mercer, L. Ray, G.W. Hoffmann, B.D. Serot. Dirac-equation impulse approximation for intermediate-energy nucleon-nucleus scattering// *Phys.Rev.Lett.* 50, 1644 (1983).
- [124]. N. Ottenstein, S.J. Wallace, J.A. Tjon. Elastic scattering of protons by ^{16}O , ^{40}Ca , and ^{208}Pb at 200, 500, and 800 MeV: Relativistic and nonrelativistic analyses based on the impulse approximation// *Phys. Rev. C* 38, 2272 (1988).
- [125]. N. Ottenstein, S.J. Wallace, J.A. Tjon. Elastic scattering of protons by ^{16}O , ^{40}Ca , and ^{208}Pb at 200, 500, and 800 MeV: Effects of vacuum polarization and Pauli-blocking corrections// *Phys. Rev. C* 38, 2289 (1988).

- [126]. S. Hama, B.C. Clark, E.D. Cooper, H.S. Sherif, R.L. Mercer. Global Dirac optical potentials for elastic proton scattering from heavy nuclei// *Phys. Rev. C* 41, 2737 (1990).
- [127]. R.D. Amado, J. Piekarewicz, D.A. Sparrow, J.A. McNeil. Intermediate-energy-proton scattering, the Dirac equation, and nuclear structure// *Phys. Rev. C* 28, 2180 (1983).
- [128]. О. В. Бабак, Ю. А. Бережной, В. П. Михайлюк. Born approximation for polarization observables of protons by ^{40}Ca // *Український Фізичний Журнал*.- 2020№5 (65). С. 367
- [129]. О. В. Бабак, Ю. А. Бережной, В. П. Михайлюк. Борнове наближення для поляризаційних характеристик розсіяння протонів ядрами ^{40}Ca // XXVII Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. – 2020, С. 13.
- [130]. Yu. A. Bereznoy, V. Yu. Korda. Deuteron structure and diffractive deuteron-nucleus interaction// *Int. J. Mod. Phys. E* 149 (1994) 3.
- [131]. J.J. Kelly, S.J. Wallace. Comparison between relativistic and nonrelativistic models of the nucleon-nucleon effective interaction. I. Normal-parity isoscalar transitions// *Phys. Rev. C* 49, 1315 (1994).
- [132]. L. Wolfenstein. Polarization of fast nucleons// *Annu. Rev. Nucl. Sci.* 6, 43 (1956).
- [133]. A. Dar, B. Kozlowsky. Polarization in meson-baryon elastic scattering at high energies// *Phys. Lett.* 20, 314 (1966).
- [134]. S. Varma. Polarization in elastic scattering at low energies// *Nucl. Phys. A* 97, 282 (1967).
- [135]. Б.И. Тищенко, Е.В. Инопин. Характерные особенности сечений дифракционного рассеяния// *Яд. Физ.*, т. 7, вып. 5, (1968)
- [136]. Yu.A. Bereznoy, V.P. Mikhailyuk. Polarization of protons in the optical model// *Chinese Phys. C* 2, Vol. 41, 024102 (2017).
- [137]. D.A. Goldberg, S.M. Smith. Criteria for the elimination of discrete ambiguities in nuclear optical potentials// *Phys. Rev. Lett.* 29, 500 (1972).
- [138]. D.A. Goldberg, S.M. Smith, H.G. Pugh, P.Q. Boos, N.S. Wall. Scattering of 139-MeV Alpha Particles by ^{58}Ni and ^{208}Pb // *Phys. Rev.* 7, 1938 (1973).

- [139]. G.D. Alkhazov, S.L. Belostotsky, A.A. Vorobyov. Scattering of 1 GeV protons on nuclei // *Phys. Rep.* 42, 89 (1978).
- [140]. L. Ray, G.W. Hoffmann, W.R. Coker. Nonrelativistic and relativistic descriptions of proton-nucleus scattering // *Phys. Rep.* 212, 223 (1992).
- [141]. Yu.A. Berezhnoy, V.P. Mikhailyuk, V.V. Pilipenko. Intermediate energy multiple scattering of particles by light-cluster nuclei // *Int.J.Mod.Phys.* E 24, 1530004 (2015).
- [142]. Alberi G., Bertocchi L. Glauber theory and πd scattering in the GeV region // — *Phys.Lett. B.* — 1968. - V. 28, No. 3. - P. 186-190.
- [143]. Faldt G., Ingemarsson A. Elastic proton-nucleus scattering at 800 MeV: a comparison between the optical model and Glauber model // — *Journ.Phys. G.* — 1983. - V. 9, No. 9. - P. 261-274.
- [144]. Arima M., Masutani K., Seki R. Pion-nucleus scattering at 800 MeV/c // *Phys. Rev. C.* - 1991. -V. 44, No 1. - P. 415 - 430.