

Національна Академія Наук України
Інститут ядерних досліджень

Майданюк Сергій Петрович

УДК 539.142

**КВАНТОВА ТЕОРІЯ ГАЛЬМІВНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ ФОТОНІВ У
ЯДЕРНИХ ПРОЦЕСАХ**

01.04.16 — фізика ядра, елементарних частинок і високих
енергій

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ – 2020

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у відділі теорії ядерних процесів Інституті ядерних досліджень Національної Академії Наук України, м. Київ.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор

ЄЖОВ Станіслав Миколайович,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
професор кафедри фізики металів;

доктор фізико-математичних наук, професор

СИМУЛИК Володимир Михайлович,

Інститут електронної фізики НАН України, провідний науковий
співробітник;

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

НЕСТЕРОВ Олександр Володимирович,

Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України,
старший науковий співробітник.

Захист відбудеться 4 лютого 2021 року о 14⁴⁵ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.167.01 при Інституті ядерних досліджень НАН України за адресою: просп. Науки, 47, м. Київ, 03680, Україна.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституті ядерних досліджень НАН України за адресою: просп. Науки, 47, м. Київ, 03680, Україна.

Автореферат розіслано 4 січня 2021 року.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
кандидат фізико-математичних наук



Хоменков В. П.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Кожна ядерна реакція супроводжується випромінюванням гальмівних фотонів. Випромінювання цих фотонів може бути виміряно, що дає незалежний підхід до вивчення ядерних процесів. Експериментально таке випромінювання найбільш довго та широко вивчалось у розсіюванні протонів на ядрах та поділі ядер. Існують експериментальні дослідження фотонів при розсіянні альфа-частинок на ядрах, альфа-розпаді важких ядер, злитті. Особливої уваги приділено дослідженням випромінювання фотонів у ядерно-ядерних зіткненнях при проміжних та високих енергіях.

У теоретичних дослідженнях охоплено більше реакцій (крім вказаних вище, слід додати розпад ядер з вильотом протона та злиття ядер). Найбільш багато досліджень, пов'язаних з гальмівним випромінюванням фотонів, було проведено в аналізі різних фізичних ефектів у зіткненнях протонів з протонами та протонів з нейтронами (ми не будемо включати такі процеси до аналізу у дисертацію). У дослідженнях гальмівного випромінювання у реакціях з ядрами, основні зусилля було спрямовано на опис існуючої експериментальної інформації на основі багатой кількості створених моделей. Але ще не було побудовано універсальної теорії опису гальмівного випромінювання у ядерній фізиці, тоді як практично для кожної реакції розроблявся свій окремий підхід зі своїми наближеннями та допущеннями в обраному діапазоні енергій.

У випадках, де співпадіння теорії з експериментом виявилось вдалим, виникала проблема — як здобути нову інформацію про ядерну взаємодію та механізми реакцій з аналізу спектрів? Тобто фокус досліджень зміщено не на вдалість опису експериментів, а на більш глибоке розуміння ядерної взаємодії, властивостей ядер та фізики реакцій. Але успіху у вирішенні такої задачі суттєво менше.

Слід відзначити успіх вітчизняних вчених Плюйка та Пояркова у дослідженнях гальмівного випромінювання у розсіянні протонів на ядрах. Відома монографія Амус'я про гальмівне випромінювання (також його огляд та монографія з групою співавторів), сфокусована на атомні процеси. Унікальні експерименти Єреміна з колегами проводилися по вимірам гальмівних фотонів у розпадах ядер та поділі, спрямовані на розуміння динаміки та механізмів цих процесів. Першу експериментальну інформацію про випромінювання гальмівних фотонів у альфа-розпадах ядер було здобуто саме цією групою, що породило напрямок досліджень (перші передбачення спектрів дано у роботі Баткіна, Копитіна та Чуракової за 8 років до цього). В інституті ядерної фізики у Кракові є установка Гектор, що дозволяє експериментально виміряти кутовий розподіл випромінювання фотонів у ядерних реакціях (це реакції з участю протонних пучків, також поділ). З її використанням виконано серію експериментальних та теоретичних досліджень у вивченні гігантського дипольного резонансу, так званого Пігмі резонансу, форм деформацій та властивостей при великих спінах середніх та важких ядер.

У реалізації вирішення вказаної вище проблеми існують суттєві труднощі, як в теорії, так і в експерименті. Таким чином, виникала потреба мати універсальний працездатний підхід у ядерній фізиці. Це стало мотивацією для розробки нової

універсальної теорії гальмівного випромінювання у ядерній фізиці, що пов'язала би спектри випромінювання фотонів у ядерних реакціях з параметрами взаємодій та механізмами, що існують у таких реакціях. Побудова такої теорії склала основу даної дисертації.

Квантова механіка включає лише 12 форм потенціалів, для яких існують точні аналітичні розв'язки хвильових функцій. Тому задачі ядерної фізики не можливо розв'язувати без розвитку методів наближень, де фокус направлено на якомога більш точний опис квантових властивостей систем відповідно до реалістичних потенціалів взаємодій. Такі методи можна розділити на дві групи: *методи початку рішення* (наприклад, методи Тейлора, Пікара, Ейлера, формули Рунге-Кутта, Хойна), та *методи продовження рішення* (наприклад, методи Нумерова, Ковела]. Якщо методи початку рішення сфокусовані на визначенні хвильової функції у достатньо малій області значень координати на основі заданих її значень у обраній точці, то методи продовження рішення сфокусовані на визначенні хвильової функції у суттєво більшій області змінної координати на основі заданих значень цієї хвильової функції у малій області. Але загальною проблемою є неминуче зростання похибок визначення хвильової функції при розширенні області змінної координати.

У задачах розсіяння приходиться проводити розрахунки у широкому діапазоні відстаней. Діапазон відстаней більш великий у розрахунках спектрів гальмівних фотонів у ядерних процесах [щоб досягти збіжності розрахунків спектрів, треба враховувати значно більш далекі асимптотичні відстані (за межами атомних оболонок від ядра) ніж у розрахунках перерізів розсіяння, періодів розпаду у задачах розпадів ядер і т.д. (де обмежуються межею лише від 15 до 100 фермі)]. При врахуванні більш далеких областей похибки зростають, стає незрозумілим як здолати таку проблему. Тут корисною особливістю спектрів випромінювання є їх чутливість до параметрів потенціалів взаємодії, яка проявляється при достатньо великих енергіях фотонів (де потрібно враховувати найбільш далекі асимптотичні відстані від ядра). Подібна ситуація існує у задачах розсіяння для глибоких підбар'єрних енергіях. Як наслідок, оцінки злиття у зіткненнях ядер можуть відрізнятись на порядки.

У такій ситуації привабливими виглядають методи суперсиметричної квантової механіки. Такі методи розширюють кількість потенціалів (до безмежності), для яких існують точні аналітичні розв'язки хвильових функцій. Але ідея отримання таких точно-розв'язувальних потенціалів полягає у генерації нових потенціалів на основі вже відомого потенціалу (для якого існують точні розв'язки хвильової функції). Форми таких нових потенціалів не відповідають реалістичним потенціалам у задачах розсіяння, розпадів, захоплення та інших у ядерній фізиці. Тут не зрозуміло, як їх можна застосувати до задач розсіяння з реалістичними потенціалами взаємодії, з метою підсилити точність визначення хвильових функцій.

Дещо допомагають методи оберненої задачі у квантовій теорії розсіяння, що дозволяють глибше зрозуміти взаємозв'язок між формою потенціалу та хвильовими функціями і рівнями енергії. У задачах розсіяння вони спрямовані на визначенні форми потенціалів на основі відомих значень резонансних енергій та відповідних ширин, для зв'язаних станів вони дають форму потенціалу на основі відомого спектру енергії. Але, вони не дають можливості суттєво підвищити точність визначення

хвильових функцій для вже заданих потенціалів взаємодії у розсіянні, тому що вони будуються на основі методів різних видів наближень, описаних вище.

У дисертації обрано іншу ідею — не йти шляхом пошуку удосконалень наближених методів до визначення хвильової функції на основі заданого потенціалу. Замість цього запропоновано інший підхід — апроксимувати реалістичний потенціал через скінчене число потенціалів іншої форми, що мають точні аналітичні розв'язки хвильової функції. Такий підхід дає точний розв'язок хвильової функції на всій області пошуку для такої апроксимації будь-якої точності для заданого потенціалу. Після отримання перших оцінок у найпростіших прикладах виявилось, що такий підхід дозволяє суттєво підвищити точність визначення хвильової функції на достатньо великому діапазоні значень по радіальній координаті. Такий підхід дозволяє вперше використовувати тести квантової механіки для перевірки отриманих перерізів на основі проникностей бар'єрів, тоді як у відомих інших підходах такі тести відсутні. Звідси виникло запитання, чому саме склалася така ситуація, що раніше ще ніколи методи не доводилися до повного їх тестування на основі квантової механіки? Так, інші підходи широко застосовуються давно та на зараз загально прийняті у ядерній фізиці. Саме тільки на таких підходах отримано результати, що включено у сучасні бази даних у ядерній фізиці.

Вже перші оцінки вказали на існування переваги такого методу над існуючими методами в оцінках проникностей бар'єрів, що використовуються у визначенні перерізів в задачах захоплення та періодів напіврозпаду у задачах розпадів ядер. Звідси виникла потреба розвинути такий підхід до реалістичних потенціалів, що використовуються у задачах ядерної фізики. Але перші спроби привели до появи труднощів та питань суттєво іншого характеру, які не можуть виникати у квазікласичних підходах у перших наближеннях.

Це стало предметом досліджень та створення нового квантово-механічного методу, що складає другу половину цієї дисертації. Виникла потреба адаптувати такий метод до аналізу різних ядерних процесів. Відзначимо, що на зараз для деяких процесів застосування такого методу змінює результати, отримані за допомогою інших відомих методів, на декілька порядків (тобто, дуже сильно). Одним з прикладів такої ситуації є оцінки злиття при захопленні альфа-частинок ядрами. У результаті розробки такого методу для тестування проникності області потенціалу введено узагальнення загально прийнятого тесту у квантовій механіці на такий $T + R + M = 1$, де T — коефіцієнт проникності області потенціалу, R — коефіцієнт відбиття від області потенціалу, M — новий коефіцієнт змішування (інтерференції) між падаючою хвилею на бар'єр та відбитою хвилею від нього. Виявляється, що саме така формула є більш повною, та вона більш практична до застосування.

Актуальність дисертаційної роботи полягає у необхідності розробки самоузгодженої, перевіреної експериментально теорії гальмівного випромінювання фотонів у ядерній фізиці та методів квантової механіки надвисокої точності для визначення перерізів реакцій та періодів розпадів ядер.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Роботи, результати яких викладено у дисертації, виконано у лабораторії часового аналізу ядерних процесів та потім відділу теорії ядерних процесів Інституту ядерних

досліджень НАН України відповідно до планів робіт по основним відомчим темам вказаних вище лабораторії та відділу: *“Еволюція, кінетика та динаміка ядерних процесів”* (2002-2006, № д. р. 0101U000412), *“Кінетика та часовий аналіз ядерних процесів”* (2007-2011, № д. р. 0109U005137), *“Методи часового аналізу у вивченні ядерних реакцій та розпадів”* (2012-2016, № д. р. 0112U007378), *“Дослідження динаміки та часових характеристик процесів взаємодії ядер та елементарних частинок в широкому діапазоні енергій”* (2017-2021, № д. р. 0116U006401), та додаткової теми *“Дослідження ядерної взаємодії у різноманітних ядерних процесах за допомогою дифракційної теорії та теорії гальмівного випромінювання”* (2017-2021, № д. р. 0116U008487).

Мета і задачі дослідження. Мета дисертаційної роботи полягає у побудові універсального формалізму надвисокої точності для вивчення сильних квантових ефектів, властивостей ядерної взаємодії та механізмів реакцій у ядерній фізиці на основі аналізу гальмівних фотонів, що випромінюються у таких процесах, у тому числі з врахуванням дисипативних ефектів. Було поставлено такі завдання:

- Розробити самоузгоджену теорію для аналізу гальмівного випромінювання фотонів, що супроводжує розпади ядер, розсіяння протонів на ядрах (від білянульових до проміжних енергій), поділ ядер, розсіяння π -мезонів на ядрах. Така теорія повинна бути відтестована на основі існуючої експериментальної інформації у ядерній фізиці. Застосувати таку теорію до експериментальних даних з метою здобуття нової інформації про взаємодію та механізми, що існують у вказаних вище реакціях.
- Розробити квантово-механічний метод надвисокої точності (на базі удосконалення ідеї багаторазового внутрішнього відбиття хвильових пакетів від границь) для визначення проникностей бар'єрів, що використовуються при визначенні перерізів розсіяння, захоплення та періодів розпаду у задачах ядерної фізики. Виявити та оцінити переваги такого методу у порівнянні з іншими існуючими методами. Удосконалити тестування методу, застосувавши його до задач квантової космології, де використовується ідея тунелювання.
- Розробити квантово-механічний метод опису тунелювання у полі одномірного потенціалу Альбрехта з дисипативною компонентою, що визначається на основі хвильових пакетів. Проаналізувати властивості впливу дисипативних сил (визначених таким чином) на тунелювання на прикладі захоплення α -частинки ядром ^{44}Ca .

Об'єкт дослідження — квантові ефекти та механізми ядерних процесів.

Предмет дослідження — властивості випромінювання гальмівних фотонів у розсіянні протонів, π -мезонів та ядер на ядрах, розпадах ядер, поділі ядер.

Методи дослідження. У роботі були використані та розвивалися методи нерелятивістської та релятивістської квантової механіки та квантової електродинаміки для теорій розсіяння, розпадів, зіткнень, захоплень, поділу ядер. Було проведено аналітичні та чисельні розрахунки на комп'ютері.

Наукова новизна здобутих результатів. У дисертаційній роботі було вперше наступне.

- Знайдено та реалізовано ідею, як оцінити деформацію ядер під час їх альфа-розпаду з аналізу експериментальних спектрів випромінювання фотонів, що супроводжує такий розпад. Створено першу модель для таких досліджень.
- Знайдено ідею, як досліджувати динаміку вильоту альфа-частинки з ядра при альфа-розпаді на основі аналізу гальмівного випромінювання фотонів, що супроводжує цей розпад, за допомогою нестационарної теорії збурень квантової механіки.
- За допомогою моделі випромінювання фотонів при спонтанному поділі ядер оцінено випромінювання фотонів, що виникає від вильоту окремих уламків.
- Розроблено перший теоретичний підхід до опису випромінювання фотонів при потрійному поділі ядер, знайдено та реалізовано ідею оцінки динаміки та геометрії такого поділу з аналізу спектрів випромінювання.
- За допомогою створеної моделі випромінювання фотонів при розсіянні протонів на ядрах у єдиному підході описано когерентне та некогерентне випромінювання фотонів у таких реакціях, досліджено та оцінено роль магнітного (когерентного та некогерентного) випромінювання.
- За допомогою створеної моделі випромінювання фотонів у протон-ядерних реакціях проведено перші дослідження та отримано перші оцінки випромінювання при захопленні протонів ядрами (p -реакція) у зірках.
- Виявлено залежність спектрів випромінювання фотонів (для високих енергій фотонів) при розсіянні протонів на ядрах від параметрів потенціалу взаємодії.
- Запропоновано досліджувати випромінювання фотонів у розсіянні π -мезонів (у пучках) на ядрах, побудовано першу модель, знайдено сильну залежність спектрів випромінювання від піон-ядерної взаємодії, запропоновано та реалізовано ідею досліджувати піон-ядерну взаємодію на основі аналізу спектрів випромінювання.
- Дано фізичне і математичне обґрунтування ідеї багаторазового внутрішнього відбиття як для тунелювання частинки через бар'єр складної (непрямокутної) форми, так і для надбар'єрного її руху.
- На базі вказаної вище ідеї, розроблено формалізм методу багаторазових внутрішніх відбиттів з визначенням амплітуд хвильової функції, коефіцієнтів проникності і відбиття, введено тести квантової механіки для перевірок таких характеристик.
- Введено метод багаторазових внутрішніх відбиттів до задач квантової космології, де аналізується тунелювання; введено тести квантової механіки для перевірок отриманих таких характеристик у таких задачах.
- Введено ідею вирішення задач квантової механіки з дисипативною компонентою Альбрехта, побудовано метод на основі такої ідеї, що визначає хвильову функцію, коефіцієнти проникності і відбиття, оцінює вплив дисипативної компоненти на тунелювання, використовує тести квантової механіки.

Практичне значення здобутих результатів. Розроблена теорія гальмівного випромінювання може бути використана в аналізі експериментальної інформації випромінювання гальмівних фотонів у ядерних реакціях з метою більш глибокого розуміння механізмів таких ядерних реакцій, властивостей ядерної взаємодії у цих реакціях.

Розроблений метод багаторазових внутрішніх відбиттів може бути використаний для підвищення точності визначення перерізів у задачах теорії ядерних реакцій, періодів напіврозпадів у задачах розпадів, перерізів захоплення (та механізмів злиття) у задачах захоплення, та більш глибокого вивчення таких ядерних процесів. Після застосування такого методу, існуючі теоретичні значення перерізів реакцій, періодів напіврозпадів, деформацій ядер та інших характеристик ядер у базах ядерно-фізичних даних будуть скоректовані. Як оцінюється, в деяких випадках такі зміни виявляться суттєвими [наприклад, в оцінках (та зрозумінні, що опирається на такі оцінки та тести) злиття, перерізів захоплення та розсіяння при глибоко підбар'єрних енергіях].

Розроблений метод розрахунку хвильової функції у задачах тунелювання з дисипативними компонентами (на прикладі опису тунелювання крізь бар'єри Альбрехта) відкриває новий шлях для вивчення дисипації у задачах квантової механіки. Такий метод може бути застосований для подальшої побудови методів розв'язання ще не вирішених задач тунелювання з дисипацією у інших формулюваннях на такій основі [а саме, нелінійних (неермітових) гамільтоніанів з операторами Костіна та Хассе, лінійних (ермітових) гамільтоніанів з операторами Гізіна, Екснера, Поліхронакоса та Тзані].

Особистий внесок здобувача. Автор дисертації самостійно виконував пошук та обирав задачі для досліджень, розробляв методи їх розв'язання, виконував всі аналітичні та чисельні розрахунки представлених у дисертації результатів, підготовлював рукописи статей до опублікування, брав лідуючу участь в аналізі здобутих результатів, редакціях статей на всіх етапах взаємодії з журналами.

У спільних публікаціях автору належать формалізм теорії гальмівного випромінювання, представленої в дисертації, ідея та реалізація методу багаторазових внутрішніх відбиттів для тунелювання та надбар'єрного проходження для складних бар'єрів, введення коефіцієнту змішування та узагальнення тесту квантової механіки відносно проникності та відбиття, ідея та реалізація об'єднаного опису осциляцій та проникності відносно бар'єрів (в задачах захоплення та розпадів; таку проблему було названо як "загадка Гамова", яку вирішено), введення методу багаторазових внутрішніх відбиттів (та тестів квантової механіки) у задачі космології для визначення характеристик тунелювання, ідея та реалізація методу визначення хвильової функції у полі одномірного потенціалу Альбрехта з дисипативною компонентою, що визначається на основі хвильових пакетів.

Апробація результатів дисертації. Результати досліджень, викладені у дисертації, були представлені та доповідалися на наукових семінарах лабораторії часового аналізу ядерних процесів та потім відділу теорії ядерних процесів Інституту

ядерних досліджень НАН України (Київ, 2003-2019), об'єднаних наукових семінарах Інституту ядерних досліджень НАН України, наукових семінарах Інституту сучасної фізики (Ланьчжоу, Китай, 2013-2019, кожного року по двічі), науковому семінарі Інституту Теоретичної Фізики КІТРС (Kavli Institute for Theoretical Physics China, Академія Наук Китаю, Пекін, Китай, 2016), науковому семінарі Університету Пекіна (Peking University, Пекін, Китай, 2016), науковому семінарі Університету Ланьчжоу (Lanzhou University, Пекін, Китай, 2016), розширеному семінарі Університету Пекіна UCAS (Beijing University CAS, Академія Наук Китаю, Пекін, Китай, 2019), науковому семінарі Університету Цингхуа (Tsinghua University, Пекін, Китай, 2019).

Представлення на конференціях та школах:

- Міжнародна конференція “*Problems of theoretical and mathematical physics*” (“*Bogolyubov Kyiv Conference*”, до 110-річчя від дня народження М. М. Боголюбова, ІТФ, Київ, 2019);
- Щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАНУ (Київ, 1996 – 2004, 2006–2019);
- Міжнародна конференція “*Frontier of Theoretical Physics in Western China*” (Lanzhou University, Ланьчжоу, Китай, 5-7 червня 2016);
- The Second International Symposium of Physics of Photons, ISPP-15 (Institute of Modern Physics of Chinese Academy of Sciences, Ланьчжоу, Китай, липень 2015);
- International Advisory Committee Meeting of Cyclotron Center Bronowice IFJ PAN (proposals for experiments on PROTEUS C-235 proton cyclotron at CCB IFJ PAN, Краків, Польща, 29 серпня 2014);
- The Workshop on Hadron Physics (Institute of Modern Physics of Chinese Academy of Sciences, Ланьчжоу, Китай, 11-13 грудня 2014).
- The Sixth Workshop on Hadron Physics (Institute of Modern Physics of Chinese Academy of Sciences, Ланьчжоу, Китай, 21-24 липня 2014);
- The First International Symposium of Physics of Photons, *ISPP-13* (Institute of Modern Physics of Chinese Academy of Sciences, Ланьчжоу, Китай, вересень 2013);
- The International Conference on Nuclear Reactions (Chinese Academy of Sciences, Шень-Жень (Shen-Zhen), Китай, травень 2013);
- Четверта міжнародна конференція “*Current problems in nuclear physics and atomic energy*” *НРАЕ-2012* (Інститут ядерних досліджень НАНУ, Національний університет ім. Тараса Шевченка, Національна атомна енергогенеруюча компанія “Енергоатом”, Київ, Україна, 2012);
- Третя міжнародна конференція “*Current problems in nuclear physics and atomic energy*” *НРАЕ-2010* (Інститут ядерних досліджень НАНУ, Національний університет ім. Тараса Шевченка, Національна атомна енергогенеруюча компанія “Енергоатом”, Київ, Україна, 2010);
- VIII конференція по фізиці високих енергій, ядерній фізиці та прискорювачам (Національний центр «Харківський фізико-технічний інститут», Харків, Україна, 22–26 лютого, 2010);

- Міжнародний колоквиум “*Humboldt Cosmos: Science and Society*” (Київ, Україна, 19-22 листопада, 2009);
- Міжнародна конференція “*Nuclear reactions on nucleons and nuclei*” (Мессіна, Італія, 5-9 жовтня 2009);
- 8-а міжнародна конференція “*Symmetry in nonlinear mathematical physics*” (Інститут математики НАНУ, Київ, Україна, 21-27 червня, 2009);
- VII конференція по фізиці високих енергій, ядерній фізиці та прискорювачам (Національний центр «Харківський фізико-технічний інститут», Харків, Україна, 23–27 лютого, 2009);
- Друга міжнародна конференція “*Current problems in nuclear physics and atomic energy*” NPAE-2008 (Інститут ядерних досліджень НАНУ, Національний університет ім. Тараса Шевченка, Національна атомна енергогенеруюча компанія “Енергоатом”, Київ, Україна, 2008);
- 7-а міжнародна конференція “*Symmetry in nonlinear mathematical physics*” (Інститут математики НАНУ, Київ, Україна, 24--30 червня 2007);
- The International School on particle physics, gravity and cosmology (Central European Joint Programme of Doctoral Studies, University of Dubrovnik, Дубровнік, Хорватія, 21 серпня – 2 вересня 2006, отримано грант ICTP);
- Перша міжнародна конференція “*Current problems in nuclear physics and atomic energy*” NPAE-2006 (Інститут ядерних досліджень НАНУ, Національний університет ім. Тараса Шевченка, Національна атомна енергогенеруюча компанія “Енергоатом”, Київ, Україна, 29 травня – 3 червня 2006);
- 4-й міжнародний симпозіум “*Quantum Theory and Symmetries*” (QTS-4) та 6-а міжнародна школа “*Lie Theory and Its Applications in Physics*” (LT-6) (VFU, Варна, Болгарія, 15-21 серпня 2005, отримано грант EWTF);
- 6-а міжнародна конференція “*Symmetry in nonlinear mathematical physics*” (Інститут математики НАНУ, Київ, Україна, 20-26 червня 2005);
- XXXII зимня школа по фізиці, ІТЕР (Звенигород, Росія, 22 лютого – 2 березня 2005);
- LIV міжнародна нарада по ядерній спектроскопії та структурі атомного ядра «*Nucleus-54*» (Белгород, Росія, 22--25 червня 2004);
- II конференція по фізиці високих енергій, ядерній фізиці та прискорювачам (Національний центр «Харківський фізико-технічний інститут», Харків, Україна, 1–5 березня 2004).

Автор був спів-ініціатором конференції “The International Symposium of Physics of Photons, ISPP” по основній темі дисертації (co-chair, Institute of Modern Physics of Chinese Academy of Sciences).

Публікації. За темою докторської дисертації опубліковано (після захисту кандидатської дисертації) сорок робіт [1-40], з яких двадцять вісім [1-28] — у реферованих журналах, сім [29-35] — за матеріалами конференцій у реферованих вітчизняних та (рецензованих) закордонних журналах, чотири глави [36-39], а також одна книга (без спів-авторів) [40]. Список публікацій наведено наприкінці автореферату.

Структура дисертації. Дисертаційна робота містить вступ, тринадцять розділів, висновки, одинадцять додатків і список використаних джерел, що включає 471 найменування. Кожен розділ починається з короткого вступу і завершується найбільш вагомими результатами, що в ньому здобуті. Обсяг дисертації — 566 стор. (основна частина — 283 стор.), включаючи 78 рисунків та 17 таблиць.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі дано огляд літератури, обґрунтована актуальність теми, сформульована мета та відображена наукова новизна і практична цінність отриманих результатів, описана структура, а також приведена апробація дисертації.

У Розділі 1 викладено новий формалізм гальмівного випромінювання фотонів, яке супроводжує α -розпад сферичних ядер. Ефективність підходу й точність обчислень спектрів аналізуються у порівнянні з існуючими експериментальними даними для ядер ^{210}Po , ^{214}Po , ^{226}Ra і ^{244}Cm .

Формалізм моделі починається з формулювання випромінювання фотонів від електрично зарядженої частинки, що рухається у полі ядра. Так, частинку з масою m_α , що рухається в полі ядра з масою m_A і потенціалом $U(\mathbf{r})$, можна описати за допомогою гамільтоніана

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + U(\mathbf{r}), \quad \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dr}}, \quad (1)$$

де $m = (m_A + m_\alpha)/m_\alpha$ m_A — наведена маса. Якщо частинка є електрично зарядженою, то крім поля $U(\mathbf{r})$ вона зазнає дії електромагнітного поля з векторним потенціалом $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, що формується цим ядром. Гамільтоніан α -частинки у полі ядра може бути знайдений з *рівняння Паулі*

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W}, \quad \hat{W} = -Z_{\text{eff}} \frac{e}{2mc} (\mathbf{p}\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{p}) + eA_0 - Z_{\text{eff}} \frac{e\hbar}{2mc} \boldsymbol{\mu} \cdot \text{rot } \mathbf{A} + Z_{\text{eff}}^2 \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2. \quad (2)$$

Тут, $Z_{\text{eff}} = \frac{z_\alpha m_A - z_A m_\alpha}{m_\alpha + m_A}$ — ефективний заряд у дипольному наближенні, z_α та z_A —

електричні заряди α -частинки та ядра, $\boldsymbol{\mu}$ — ядерний магнітон. Далі ми нехтуємо впливом магнітного поля та компонентою A_0 (уважаючи їх достатньо малими). Враховуючи *кулонівське калібрування* ($\text{div } \mathbf{A} = 0$), а також нехтуючи компонентами, що пропорційні до c^{-2} , визначимо оператор випромінювання фотона як

$$\hat{W} = -Z_{\text{eff}} \frac{e}{mc} \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}}. \quad (3)$$

Враховуючи векторний потенціал електромагнітного поля у вигляді

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}, \alpha} (\hat{c}_{\mathbf{k}, \alpha}^- \mathbf{A}_{\mathbf{k}, \alpha} + \hat{c}_{\mathbf{k}, \alpha}^+ \mathbf{A}_{\mathbf{k}, \alpha}^*), \quad \mathbf{A}_{\mathbf{k}, \alpha} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar c^2}{w}} \mathbf{e}^{(\alpha)} e^{i(\mathbf{k}_{\text{ph}} \mathbf{r} - \omega t)} \quad (4)$$

та бозе-статистику для фотонів, після перетворень отримується матричний елемент випромінювання фотонів:

$$a_{fi} = Z_{\text{eff}} \frac{e}{m} \sum_{\alpha=1,2} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{w}} \cdot p(k_i, k_f) \cdot 2\pi \delta(w_f - w_i + w), \quad (5)$$

$$p(k_i, k_f) = \sum_{\alpha=1,2} \mathbf{e}^{(\alpha)*} \cdot \int \psi_f^*(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}_{\text{ph}}\mathbf{r}} \frac{d}{d\mathbf{r}} \psi_i(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}. \quad (6)$$

Ймовірність випромінювання фотонів для α -розпадів ядер можна записати як

$$\frac{dW(\theta_f)}{d \cos \theta_f} = \frac{Z_{\text{eff}}^2 \hbar e^2}{2\pi c^3} \frac{w}{m^2} \left\{ p(k_i, k_f) \frac{d p^*(k_i, k_f, \theta_f)}{d \cos \theta_f} + c.c. \right\}. \quad (7)$$

Тут, $\hat{c}_{\mathbf{k},\alpha}^+$, $\hat{c}_{\mathbf{k},\alpha}$ — оператори народження та зникнення фотона, $\mathbf{e}^{(\alpha)}$ — вектори лінійної поляризації фотона ($\alpha = 1, 2$), \mathbf{k}_{ph} — хвильовий вектор фотона, $w = |\mathbf{k}_{\text{ph}}|$ — частота фотона, θ_f — кут між напрямками руху α -частинки та випромінювання фотона, $\psi_i(\mathbf{r})$, $\psi_f(\mathbf{r})$ та E_i , E_f — хвильові функції та енергії розпадаючої системи (α -частинка та ядро) до випромінювання фотона та після нього, $E_i = \hbar w_i$, $E_f = \hbar w_f$. Подальший шлях полягає у чисельних розрахунках спектрів випромінювання для α -розпадів ядер, де застосовується наближення хвильової функції фотонів (у дисертації використано мультипольне, дипольне розкладання та розкладання за сферичними хвилями).

У такому підході вперше отримано наступне.

- Найбільш обґрунтованим є мультипольний формалізм до опису гальмівного випромінювання при α -розпаді. В описі експериментальних даних випромінювання для α -розпаду [це дані групи Бойє (Boie) та ін., групи Єрміна та ін. для ядер ^{210}Po , ^{214}Po і ^{226}Ra , дані групи Касагі (Kasagi) та ін. для ядра ^{244}Cm] цей підхід є найбільш точним як при нормуванні розрахованих спектрів на експериментальні дані (див. Рис. 1), так і без нормування.
 - Найкращий результат в описі експериментальних даних (без нормування на них) досягнуто для ядра ^{214}Po (з відповідними експериментальними даними [4]) у діапазоні енергій фотонів від 100 кеВ до 750 кеВ [див. Рис. 1.2 (а) у дисертації, $Q = 7.865$ МеВ, кут між напрямками руху α -частинки й випромінювання фотона дорівнює 90°].
 - Абсолютні ймовірності випромінювання при α -розпаді ^{210}Po і ^{226}Ra для низьких енергій фотонів розташовані нижче експериментальних даних групи Бойє та ін і [3], але для фотонів вище 350 кеВ досягнуто гарної згоди між теорією й експериментом [див. Рис. 1.2 (б) і (в) у дисертації].
 - Отримано задовільненої згоди між розрахунками для ядра ^{244}Cm за мультипольною моделлю для кута 25° і верхньою межею помилок експериментальних даних групи Касагі та ін.. Такий результат дозволяє включити це ядро в аналіз, що не було зроблено іншими теоретиками.
- У дипольному підході випромінювання фотонів із внутрішньої області до бар'єра дає помітний внесок у спектр. Внесок випромінювання з цієї області за мультипольним підходом є меншим, тому мультипольний підхід менш чутливий до оцінок випромінювання із цієї області. Цю особливість можна пояснити більш акуратними розрахунками у зовнішній асимптотичній області за мультипольним підходом, де дипольний підхід обмежує цю область та підвищує збіжність при чисельному інтегруванні спектрів. Однак, більш

акуратне використання далекої асимптотичної області при інтегруванні за мультипольним підходом забезпечує кращої відповідності розрахункових спектрів з експериментальними даними. Цей аспект дає мультипольному підходу перспективу пророкувань (оцінок ймовірностей випромінювання у випадках, коли не існує експериментальних даних), на відміну від дипольного.

- Вперше підтверджено гіпотезу про пояснення відмінності між двома наборами експериментальних даних групи Єреміна та групи Касагі при α -розпаді ^{210}Po на основі різних значень 25° і 90° кута між напрямками руху α -частинки й випромінювання фотона, що було висунуто у дискусіях між цими групами. Мультипольна модель одночасно вдало описує різні данні обох груп.

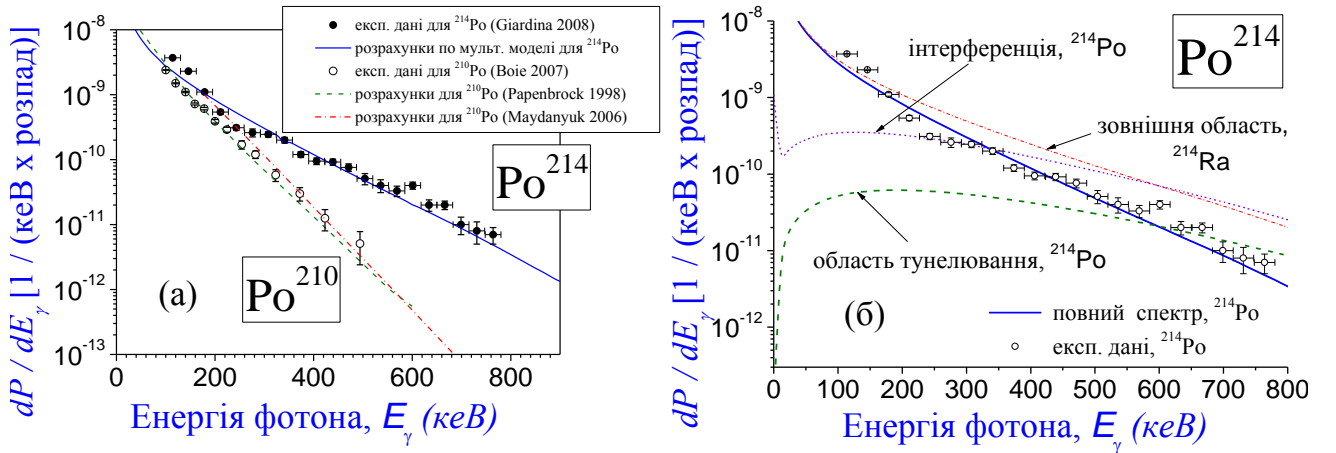


Рис. 1. Випромінювання фотонів при α -розпаді сферичних ядер ^{210}Po та ^{214}Po . На Рис. (а) показано різницю між спектрами для цих ядер, що пояснюється різними Q -значеннями розпаду для них. На Рис. (б) показано внески випромінювання з області тунелювання (штрихова лінія), зовнішньої області (штрих-пунктирна лінія) та інтерференційної складової (пунктирна лінія) у повний спектр (суцільна лінія) для ^{214}Po .

У Розділі 2 викладено нову модель гальмівного випромінювання фотонів, що супроводжує α -розпад деформованих ядер. Цей підхід, уперше представлений у роботі [5], є подальшим розвитком моделі гальмівного випромінювання при сферично симетричному α -розпаді, що раніше було розвинено у роботах [1-4].

Для опису взаємодії між α -частинкою та ядром скористаємося α -ядерним потенціалом у наступному вигляді:

$$V(r, \theta, l, Q) = v_c(r, \theta) + v_N(r, \theta, Q) + v_l(r), \quad (8)$$

$$v_c(r, \theta) = \begin{cases} \frac{2Ze^2}{r} \left(1 + \frac{3R^2}{5r^2} \beta_2 Y_{20}(\theta) \right), & r \geq r_m, \\ \frac{2Ze^2}{r_m} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2r_m^2} + \frac{3R^2}{5r_m^2} \beta_2 Y_{20}(\theta) \left[2 - \frac{r^3}{r_m^3} \right] \right), & r < r_m, \end{cases} \quad v_N(r, \theta, Q) = \frac{V_0}{1 + \exp \frac{r - r_m(\theta)}{d}}, \quad (9)$$

де Z — число протонів ядра, V_0 — глибина ядерної частини потенціалу, Q — Q -значення α -розпаду, R — радіус дочірнього ядра, r_m — ефективний радіус ядерної компоненти, d — параметр дифузності; $r_0 = 1,5268$ фм; θ — кут між напрямком вильоту α -частинки з ядра та віссю аксіальної симетрії дочірнього ядра; β_2 — параметр квадрупольної деформації ядра. Для опису випромінювання фотонів з врахуванням деформації ядра використано розкладання за ступенями параметра β_2 :

$$v_N(r, \theta, Q) = V_0 \cdot \left\{ v_{N0}(r) + v_{N1}(r) \cdot \beta_2 Y_{20}(\theta) + o(\beta_2^2) \right\}, \quad (10)$$

$$v_{N0}(r) = \left(1 + \exp \frac{r - r_0 - R}{d}\right)^{-1}, v_{N1}(r) = \frac{R}{d} \left(1 + \exp \frac{r - r_0 - R}{d}\right)^{-2} \exp \frac{r - r_0 - R}{d}. \quad (11)$$

Таке представлення дозволяє записати гамільтоніан α -розпаду деформованого ядра, як гамільтоніан \hat{H}_{sph} для сферичного ядра та корекцію \hat{W} , що враховує деформацію ядра: $\hat{H} = \hat{H}_{sph} + \hat{W}$. Так, корекція отримує простий вигляд:

$$\hat{W}(r, \theta) = V(r, \theta) - V_{sph}(r) = \beta_2 \cdot w^{(1)}(r) \cdot Y_{20}(\theta), \quad w^{(1)}(r) = \begin{cases} \frac{6Ze^2R^2}{5r^3} + V_0 \cdot v_{N1}(r), & r \geq r_m, \\ \frac{6Ze^2R^2}{5r_m^2} \left(2 - \frac{r^3}{r_m^3}\right) + V_0 \cdot v_{N1}(r), & r < r_m. \end{cases} \quad (12)$$

Повну хвильову функцію α -розпадаючої системи з деформованим ядром можна визначити як основний компонент для сферичного ядра ψ_{sph, l_i, m_i} та радіальну та кутову корекції $\Delta_r \psi_{sph}$ і $\Delta_\theta \psi_{sph}$, що враховують деформацію ядра:

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_{sph, l_i, m_i} + \Delta_r \psi_{sph} + \Delta_\theta \psi_{sph}. \quad (13)$$

На основі такого представлення визначаються матричний елемент випромінювання та ймовірності випромінювання (відповідно до формалізму у Розділі 1). Розрахунки спектрів випромінювання для ^{226}Ra показано на Рис. 2.

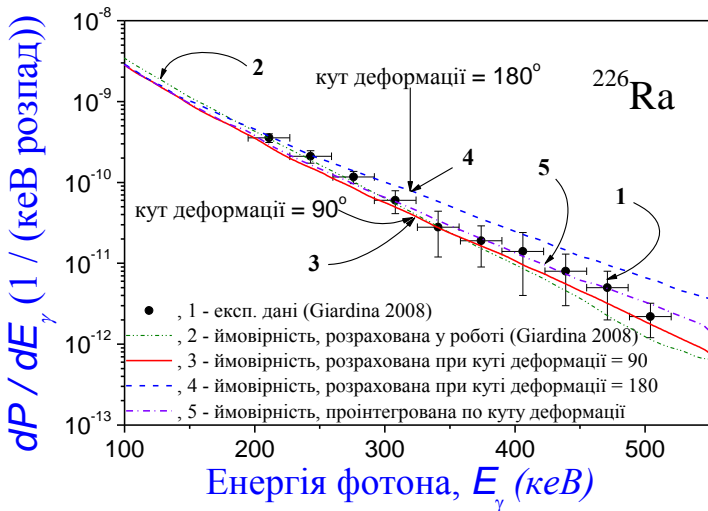


Рис. 2. Спектри випромінювання фотонів при α -розпаді ядра ^{226}Ra з врахуванням його деформації [5]. Видно, що спектр з врахуванням деформації ядра (фіолетова штрих-пунктирна лінія 5) покращує згоду з експериментальними даними 1, у порівнянні зі спектром для сферичного ядра (червона суцільна лінія 3)

Вперше отримано наступне.

- Основи побудови нової моделі:
 - α -Ядерний потенціал визначено для деформованих ядер з урахуванням параметра квадрупольної деформації β_2 . На його основі знайдено корекції до хвильової функції α -ядерної системи, що пов'язані з деформацією ядра.
 - На основі цих корекцій вперше визначено матричний елемент випромінювання, що розділяється на незбурений матричний елемент (що відповідає випромінюванню для α -розпаду сферичного ядра), та його радіальну й кутову корекції (які враховують деформацію ядра).
 - Хвильову функцію фотонів розкладено за сферичними хвилями.
- Теоретичний аналіз показує:
 - Залежність ймовірності гальмівного випромінювання від параметра квадрупольної деформації β_2 має гармонічний вигляд.

- Залежність ймовірності гальмівного випромінювання від кута $\theta_{\alpha\gamma}$ між напрямком руху α -частинки (і її тунелювання в області бар'єра) і напрямком випромінювання фотона має гармонічний вигляд. У наближенні $\beta_2 \rightarrow 0$ ця залежність прямує до результатів, отриманих для сферично-симетричного α -розпаду у попередньому розділі (див. (5)–(8) у [3]).
- Використовуючи розклад хвильової функції фотона за сферичними хвилями, випромінювання фотонів у першому наближенні $n=0$ є сферично симетричним як для сферично симетричного α -розпаду, так і для деформованого. Включення наступної корекції при $n=1$ вносить кутову анізотропію у спектр випромінювання.
- Аналіз порівняння спектрів випромінювання, обчислених для деформованого ядра ^{226}Ra , з експериментальними даними [3] показує (див. Рис. 2):
 - Формалізм деформації ядра дозволяє обчислювати стабільні спектри випромінювання для різних значень кута θ_β між напрямком руху α -частинки й віссю аксіальної симетрії дочірнього ядра. Для ^{226}Ra одержано стабільну картину відмінності між ймовірностями для $\theta_\beta = 90^\circ$ і $\theta_\beta = 180^\circ$, що попадають в межі помилок експериментальних даних.
 - Ймовірність, проінтегрована по всіх значеннях кута деформації θ_β , розташована вище у порівнянні з ймовірністю, отриманою у наближенні α -розпаду сферичного ядра. Це покращує згоду між теорією й експериментом для ^{226}Ra , де ядро раніше розглядалося сферичним.

У Розділі 3 сформульовано нову модель гальмівного випромінювання фотонів, яке супроводжує спонтанний поділ ядер [8]. Ця модель уперше була представлена у роботах [8, 31] та вона є подальшим розвитком теорії гальмівного випромінювання в ядерних реакціях [2–5]. У формалізм включається вже динамічна деформація ядра за допомогою стандартного фолдінг-підходу. А саме, геометрію аксіально симетричної поверхні ядерної системи (з змінними ρ, z) при поділі визначено як

$$\rho^2 = \begin{cases} a_1^2 - a_1^2 / c_1^2 \cdot (z - l_1)^2, & \text{для } l_1 - c_1 \leq z \leq z_1, \\ a_2^2 - a_2^2 / c_2^2 \cdot (z - l_2)^2, & \text{для } z_2 \leq z \leq l_2 + c_2, \\ a_3^2 + a_3^2 / c_3^2 \cdot (z - l_3)^2, & \text{для } z_1 \leq z \leq z_2. \end{cases} \quad (14)$$

Тут l_i — положення центру i -ї квадратичної поверхні, c_i — її вісь симетрії, a_i — її піввісь у перпендикулярному напрямку ($i = 1, 2, 3$). Таким чином, ми одержуємо дев'ять параметрів для визначення поверхні ядерної системи. Однак, відповідно до підходу Болстерлі (Bolsterli) та ін., один параметр виключається через вимогу збереження об'єму всієї системи постійним, а інші два через вимогу, що середня поверхня повинна бути гладко пов'язаною із зовнішніми поверхнями (у точках z_1 і z_2). Це накладає три додаткові зв'язки на дев'ять вільних ступенів свободи, що зводить число незалежних параметрів до шести. Виключення положення центру мас з системи рівнянь зменшує число незалежних параметрів до п'яти.

Потенціал взаємодії між двома фрагментами з довільними масовими і зарядовими числами, на які ділиться ядро, визначено як

$$V(\mathbf{r}) = V_N(\mathbf{r}) + V_C(\mathbf{r}), \quad V_N(\mathbf{r}) = E_{N, \text{nucl}}(\mathbf{r}) + E_{N, \text{frag}}, \quad V_C(\mathbf{r}) = E_{C, \text{nucl}}(\mathbf{r}) + E_{C, \text{frag}}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
E_{N,nucl}(\mathbf{r}) &= -\lambda_N \int_V \frac{d\mathbf{r}^3}{1 + \exp|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, & E_{N,frag} &= -\lambda_N \int_V \frac{d\mathbf{r}^3}{1 + \exp|\mathbf{r}|}, \\
E_{C,nucl}(\mathbf{r}) &= -\lambda_C \int_{V, \mathbf{r} \neq \mathbf{r}'} \frac{d\mathbf{r}^3}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, & E_{C,frag} &= -\lambda_C \int_{V, \mathbf{r} \neq 0} \frac{d\mathbf{r}^3}{|\mathbf{r}|},
\end{aligned} \tag{16}$$

де $\lambda_C = Z_1 Z_2 e^2 / V_p$, $\lambda_N = M_p / V_p$ та інтегрування виконується по об'єму V_p ядерної системи, обмеженому поверхнею з геометрією (14). Хвильові функції визначаються на основі такого потенціалу взаємодії між двома фрагментами. Перед застосуванням до поділу, такі потенціали було відтестовано на прикладі вильоту α -частинки з ядра. Матричний елемент та ймовірність випромінювання при поділі визначено як ($\hbar = 1$)

$$p(w) = \sum_{\mu=\pm 1} h_{\mu} \xi_{\mu}^* \int_0^{+\infty} dr r^2 e^{-ikr \cos \theta} \int \psi_f^*(\mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r}}{dr} \psi_i(\mathbf{r}) d\Omega, \quad h_{\pm 1} = \mp \frac{1 \pm i}{\sqrt{2}}, \tag{17}$$

$$W(w) = N_0 w |p(w)|^2, \quad N_0 = \frac{Z_{\text{eff}}^2 e^2}{(2\pi)^4 m}, \quad k_{i,f} = \sqrt{2mE_{i,f}}, \quad w = E_i - E_f. \tag{18}$$

Тут $\xi_{\pm 1} = \mp (\mathbf{e}^{(1)} \pm i \mathbf{e}^{(2)}) / \sqrt{2}$ — вектори кругової поляризації фотона.

При розрахунку хвильової функції фотонів застосовується розкладання за сферичними хвилями. Результати розрахунків порівнюються з існуючими у літературі експериментальними даними по вимірах ймовірностей гальмівного випромінювання фотонів при спонтанному поділі ^{252}Cf , що показано на Рис. 3 (б).

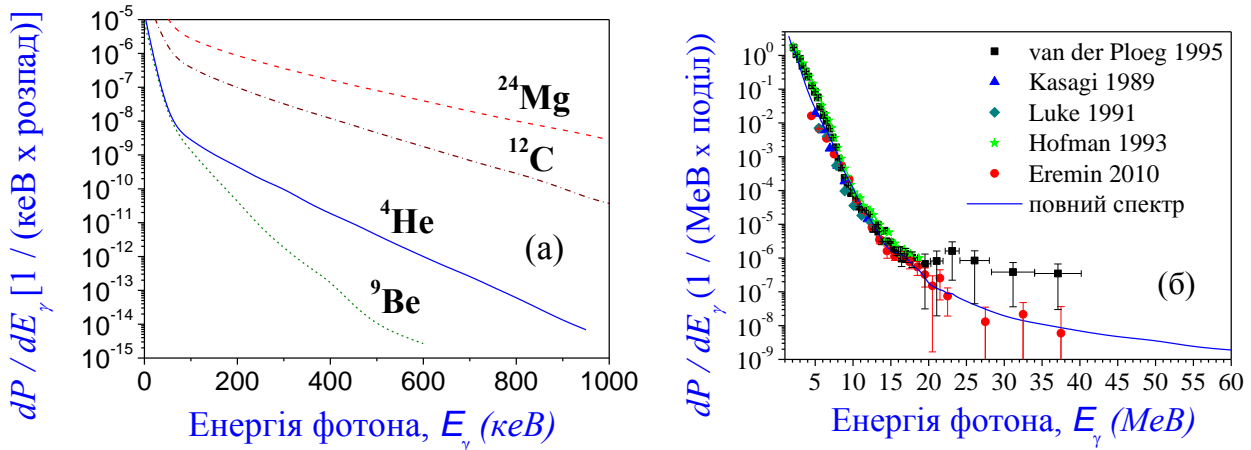


Рис. 3. Ймовірності випромінювання фотонів при спонтанному поділі ^{252}Cf [8]. Внески випромінювання від окремих фрагментів при поділі — на рис. (а), повний спектр та експериментальні дані — на рис. (б).

Звідси видно, що результати по визначенню спектрів випромінювання фотонів високих енергій при спонтанному поділі ^{252}Cf по цій моделі виявляються у гарній згоді з цими експериментальними даними. Оцінено внески випромінювання фотонів, що виникає при вильоті легких, середніх і важких фрагментів, що формуються при поділі ^{252}Cf [див. Рис. 3 (а)]. Спостерігається взаємозв'язок між внесками випромінювання від кожного окремого фрагмента і його Q -значенням та ефективним зарядом, які визначають хвильову функцію системи поділу й ймовірність випромінювання. Одну з головних труднощів для отримання спектрів являє собою розрахунок радіальних інтегралів від матричного елемента випромінювання. Для цього розроблено нову процедуру, яка суттєво підвищує точність обчислень інтеграла у далекій асимптотичній області. Ця процедура стала ключовим пунктом,

що дозволило уперше вивчати випромінювання гальмівних фотонів при поділі у повністю квантовому підході. Її було названо *наближенням провідної гармоніки* [8].

У Розділі 4 представлено нову модель, що описує випромінювання гальмівних фотонів при потрійному поділі важких ядер. Теоретичні дослідження випромінювання гальмівних фотонів при потрійному поділі ядер ще ніколи не досліджувались. Підхід, представлений у даному розділі, уперше був представлений у роботі [32], та він є подальшим розвитком моделі гальмівного випромінювання при поділі ядер [8, 31]. Форму ядра при потрійному поділі можна описати, удосконаливши фолдінг-підхід, який розвинуто у попередньому Розділі для спонтанного поділу. Для аналізу обрано ядро ^{252}Cf . Досягнуто непоганої згоди між розрахованими спектрами фотонів та експериментальними даними для енергій фотонів до 500 кеВ. Однак, існує неспівпадіння між теорією та експериментом у області 200—400 кеВ фотонів. Щоб покращити опис експериментальних даних, запропоновано наступний сценарій динаміки потрійного поділу:

- На першій стадії, коли α -частинка покидає просторову область ядра, бінарне ядро ділиться на фрагменти повільно, тому воно формує малі внески випромінювання фотонів у повний спектр.
- На цій стадії α -частинка рухається швидко та спричиняє випромінювання фотонів головним чином при низьких енергіях.
- Потім бінарне ядро починає ділитися суттєво більш швидко, фрагменти розлітаються з прискоренням, кожний фрагмент спричиняє власне немале випромінювання фотонів при більш високих енергіях.

Такий сценарій краще описує експериментальні дані випромінювання. З порівняння розрахунків з експериментальними даними виявлено (див. Рис. 4), що (1) найбільш ймовірне відділення α -частинки виникає при довжині шийки між важкими фрагментами 11 фм, (2) розділ бінарного ядра на два однакових фрагменти є найбільш ймовірним.

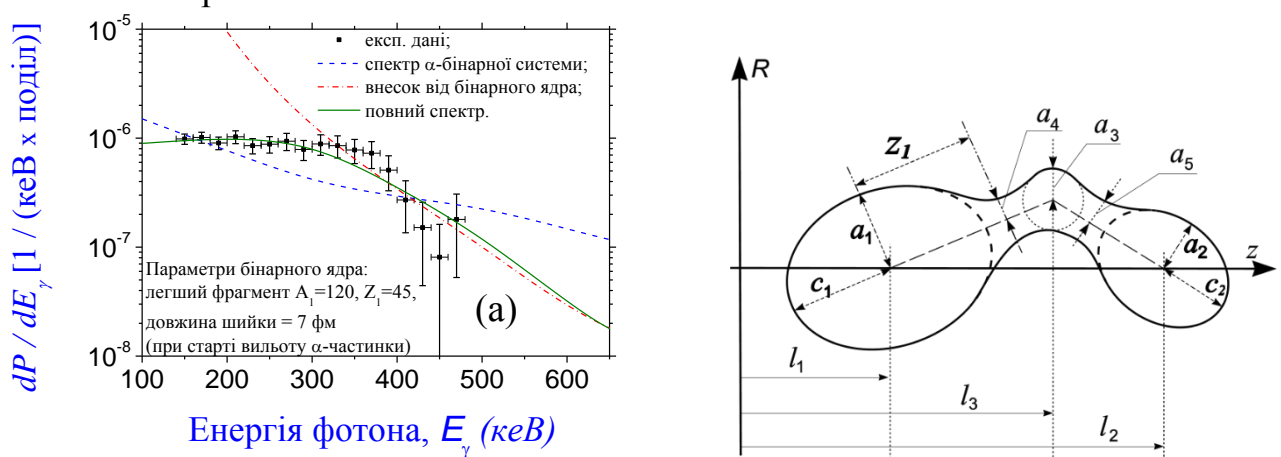


Рис. 4. Розрахунки ймовірностей випромінювання при потрійному поділі ядра ^{252}Cf та експериментальні дані [обрано однакове розділення бінарної ядерної системи на два фрагменти з $A_1=120$, $Z_1=45$ та $A_2=128$, $Z_2=51$]: (а) повний спектр випромінювання від α -частинки у полі бінарного ядра та внесок випромінювання від розльоту фрагментів бінарного ядра; (б) геометрія потрійного поділу, що використовується у розрахунках потенціалу за фолдінг-процедурою.

У Розділі 5 викладено нову модель гальмівного випромінювання фотонів, що супроводжує протонний розпад ядер і зіткнення протонів з ядрами у діапазоні від

білянульових до проміжних енергій [10]. Модель включає спіновий формалізм, потенціальний підхід до опису взаємодії протонів з ядрами, а оператор випромінювання включає компоненту магнітного випромінювання.

Формалізм починається з узагальнення рівняння Паулі, записаного для розсіяння протона у полі ядра з потенціалом $V(\mathbf{r})$ як

$$\hat{H}\psi = E\psi, \quad \hat{H} = \left\{ \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{Z_{\text{eff}} e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - \frac{Z_{\text{eff}} e \hbar}{2mc} \boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot} \mathbf{A} \right\} + V(\mathbf{r}). \quad (19)$$

Звідси визначається оператор випромінювання фотонів:

$$\hat{W} = Z_{\text{eff}} \frac{e}{mc} \sqrt{\frac{2\pi\hbar c^2}{w_{\text{ph}}}} \sum_{\alpha=1,2} e^{-i\mathbf{k}_{\text{ph}} \cdot \mathbf{r}} \left(i \mathbf{e}^{(\alpha)} \nabla - \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot [\nabla \times \mathbf{e}^{(\alpha)}] + i \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{k}_{\text{ph}} \times \mathbf{e}^{(\alpha)}] \right). \quad (20)$$

Тут $\boldsymbol{\sigma}$ — матриці Паулі. У формулі (20) перший доданок описує випромінювання фотонів електричного типу (який вивчався у попередніх Розділах для розпадів та поділів ядер). Другий та третій доданки описують випромінювання фотонів магнітного типу (які не було досліджено, вони пов'язані зі спіном та магнітним моментом протона). Матричний елемент та ймовірність випромінювання фотонів формулюються стандартним чином.

За допомогою такої моделі досліджено магнітне випромінювання, що входить у повний спектр при протонному розпаді ядра ^{146}Tm . Вперше отримано наступне.

- Для фотонів від 50 до 300 кеВ магнітне випромінювання дає внесок близ 28 відсотків у спектр (див. Рис. 5.1 у дисертації), тобто виявляється не малим та його слід враховувати в оцінках спектрів випромінювання в розпадах ядер з вильотом заряджених фрагментів з ненульовим спіном. Однак, включення магнітної компоненти P_{mag} у розрахунок подавляє повну ймовірність випромінювання P_{full} : таке послаблення випромінювання визначається величиною $P_{\text{el}} / P_{\text{full}} = 1.14$, що є більшою одиниці. Цей ефект послаблення випромінювання можна пояснити наявністю чималої деструктивної інтерференції між електричною та магнітною компонентами в усьому розглянутому діапазоні енергій випромінювання. Відносні частинки електричної й магнітної компонент у повному спектрі не змінюються при зміні енергії випроміненого фотона. Корекція до магнітної компоненти $P_{\text{mag},2}$ у 10^6 разів менше ніж електрична та магнітна компоненти.
- З ростом кута між напрямками руху протона, що вилітає, і випромінювання фотона електрична й магнітна компоненти зростають пропорційно (див. Рис. 5.2 у дисертації), а відношення між ними зберігається (див. Табл. 5.1 у дисертації). Тому виділити значення кута, при якому магнітне випромінювання значно сильніше проявляється на фоні електричного, не вдається.
- Магнітна компонента $dP_{\text{mag}}(r)$ залежить від відстані r між центрами мас протона й ядра подібно до електричної компоненти $dP_{\text{el}}(r)$ (їх відношення не змінюється на відстані від 5 до 250 фм). У зовнішній області магнітна компонента і електрична компонента осцилюють (маючи максимуми і ями у близьких радіальних координатах), в області тунелювання вони мають монотонний характер з однієї ямою (див. Рис. 5.3 у дисертації). Магнітне випромінювання послаблює повне випромінювання на всій просторовій області.

Випромінювання із внутрішньої області до бар'єра є найбільш слабким, із зовнішньої області — найбільш сильним.

- При прямуванні енергії фотонів до нуля ймовірність випромінювання зростає, досягаючи максимуму (при енергії фотона менш 1,5 кеВ), потім монотонно знижується до нуля (див. Рис. 5.7 у дисертації). Кутовий розподіл випромінювання є подібним до вивченого вище у діапазоні від 50 до 350 кеВ.

Модель у цьому Розділі успішно описує випромінювання фотонів проміжних енергій при розсіянні протонів на ядрах ${}^9\text{Be}$, ${}^{12}\text{C}$ і ${}^{208}\text{Pb}$ при енергії протонів $T_{\text{lab}}=140$ МеВ для енергій фотонів до 120 МеВ, та ядрах ${}^9\text{C}$, ${}^{64}\text{Cu}$ і ${}^{107}\text{Ag}$ при енергії протонів $T_{\text{lab}}=72$ МеВ для енергій фотонів до 60 МеВ (див. Рис. 5).

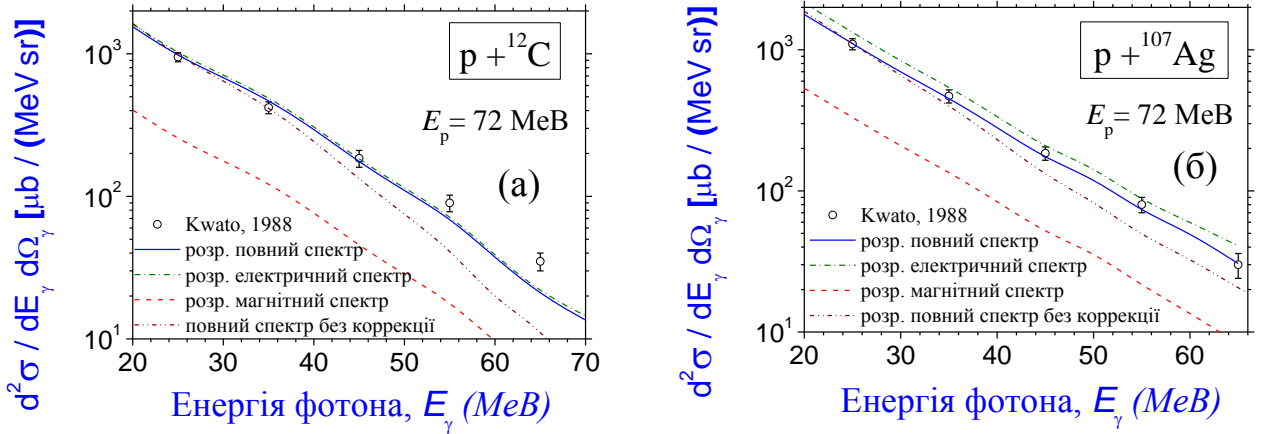


Рис. 5. Перерізів випромінювання у розсіянні протонів на ядрах ${}^{12}\text{C}$ (а) та ${}^{107}\text{Ag}$ (б) при енергії пучка протонів 72 МеВ. Експериментальні дані — з роботи [М. Kwato Njock et al., Phys. Lett. **B207**, 269 (1988)]. Модель: штрихова двічі-пунктирна лінія — повний спектр, суцільна лінія — корекція спектра після поділу на k_f , штрих-пунктирна лінія — внесок електричного випромінювання, штрихова лінія — внесок магнітного випромінювання.

У Розділі 6 сформульовано нову модель гальмівного випромінювання фотонів при розсіянні протонів на ядрах при низьких та проміжних енергіях фотонів. Вона опублікована у роботі [11], та є подальшим розвитком теорії гальмівного випромінювання у ядерних реакціях, розвинутої у попередніх роботах [1–10, 31]. Як продовження формалізму у попередньому Розділі, тут оператор випромінювання фотонів вже формулюється з врахуванням багатонуклонного розгляду ядра-мішені. Так, гамільтоніан розсіяння протона на ядрі, що складається з A нуклонів, запишемо так

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^{A+1} \left\{ \frac{1}{2m_j} \left(\mathbf{p}_j - \frac{z_j e}{c} \mathbf{A}_j \right)^2 - \frac{z_j e \hbar}{2m_j c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot } \mathbf{A}_j + z_j e A_{j,0} \right\} + V(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{A+1}) = \hat{H}_0 + \hat{H}_\gamma, \quad (21)$$

де

$$\hat{H}_0 = \sum_{j=1}^{A+1} \frac{1}{2m_j} \mathbf{p}_j^2 + V(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{A+1}), \quad (22)$$

$$\hat{H}_\gamma = \sum_{j=1}^{A+1} \left\{ -\frac{z_j e}{m_j c} \mathbf{p}_j \mathbf{A}_j + \frac{z_j^2 e^2}{2m_j c^2} \mathbf{A}_j^2 - \frac{z_j e \hbar}{2m_j c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot } \mathbf{A}_j + z_j e A_{j,0} \right\}. \quad (23)$$

Тут, z_j та m_j — електричний заряд та маса протона розсіяння або нуклона ядра номером j , $\mathbf{p}_j = -i \hbar \mathbf{d} / \mathbf{d}\mathbf{r}_j$ — імпульс протона розсіяння або нуклона ядра з номером j , $V(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{A+1})$ — потенціал взаємодії між нуклонами ядра та протоном розсіяння, $A_{\mu j} =$

$(\mathbf{A}_j, A_{j,0})$ — потенціал електромагнітного поля, що формується протоном розсіяння або нуклоном з номером j ядра. Потенціал випромінювання фотона нуклоном з номером j визначимо як

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_j, t) = \sqrt{\frac{2\pi}{W_{\text{ph}}}} \sum_{\alpha=1,2} \mathbf{e}^{(\alpha),*} e^{-i\mathbf{k}_{\text{ph}}\mathbf{r}_j}. \quad (24)$$

Таким чином, оператор випромінювання визначено у (23). Матричний елемент та переріз випромінювання визначаються у відповідності до Розділу 5, де використано наступне наближення для хвильової функції розсіяння протона на ядрі

$$\Psi_s = \Phi_s(\mathbf{R}) \cdot \Phi_{p\text{-nucl},s}(\mathbf{r}) \cdot \psi_{\text{nucl},s}(\beta_A), \quad (25)$$

де $s = i$ або f (індекси i та f означають початковий стан, тобто стан перед випромінювання фотона, та кінцевий стан, тобто стан після випромінювання фотона), $\Phi_s(\mathbf{R})$ — функція, що описує еволюцію центру мас повної ядерної системи у лабораторній системі відліку, $\Phi_{p\text{-nucl},s}(\mathbf{r})$ — функція відносного руху протона відносно центра мас ядра-мішені (без опису внутрішнього відносного руху нуклонів у ядрі), $\psi_{\text{nucl},s}(\beta_A)$ — багатонуклонна функції, що описує внутрішні стани нуклонів у ядрі (вона визначає просторові стани на основі відносних відстаней $\rho_1 \dots \rho_A$ нуклонів ядра відносно центру мас ядра, та спин-ізоспінні стани).

На основі такої моделі проаналізовано властивості випромінювання для $p + {}^{208}\text{Pb}$ при енергіях протонів $E_p = 140$ та 145 MeV, $p + {}^{12}\text{C}$, $p + {}^{58}\text{Ni}$, $p + {}^{107}\text{Ag}$ та $p + {}^{197}\text{Au}$ при енергії протонів $E_p = 190$ MeV. Зроблено фокус на здобуття нової інформації про протон-ядерну взаємодію з аналізу експериментальних даних випромінювання. Відзначимо наступне:

- Розрахунки на основі матричних елементів, що описують електричний та магнітні типи когерентного випромінювання, дають подібні спектри логарифмічного типу. Такі розрахунки є у непоганій згоді з експериментальними даними групи Едінгтона (Edington) та ін. для $p + {}^{208}\text{Pb}$ при $E_p = 140$ MeV. Але вони є у протиріччі з експериментальними даними групи Клайтона (Clayton) та ін. для $p + {}^{208}\text{Pb}$ при $E_p = 145$ MeV та даними колаборації TAPS для $p + {}^{12}\text{C}$, $p + {}^{58}\text{Ni}$, $p + {}^{107}\text{Ag}$ та $p + {}^{197}\text{Au}$ при $E_p = 190$ MeV.
- Включення матричного елемента некогерентного випромінювання у розрахунки принципово змінює спектр, в якому з'являється плато опуклої форми для середніх енергій, що спадає до кінематичної межі енергій фотонів. При низьких енергіях фотонів, спектр має логарифмічну форму. Розділення спектра на два різних типи форм пояснюється тим, що при низьких енергіях фотони випромінюються за рахунок когерентних процесів (тобто взаємодія між розсіяним протоном та ядром як цілим об'єктом, без впливу внутрішньої багатонуклонної структури ядра), тоді як для високих енергій некогерентні процеси мають переважну роль (тобто взаємодія між розсіяним протоном та імпульсами нуклонів ядра). Так, згода розрахунків є гарною у практично всій області енергій фотонів (з можливим виключенням першої точки експериментальних даних) з даними групи Клайтона та ін. для $p + {}^{208}\text{Pb}$ при $E_p = 145$ MeV та даними колаборації TAPS для $p + {}^{12}\text{C}$, $p + {}^{58}\text{Ni}$, $p + {}^{107}\text{Ag}$ та $p + {}^{197}\text{Au}$ при $E_p = 190$ MeV. Такий результат покращує розрахунки гальмівних фотонів

для $p + {}^{208}\text{Pb}$, приведені у попередньому Розділі. Тобто, роль динаміки нуклонів у ядрі та їх зв'язок зі спіном розсіяного протона виявляються суттєвими.

- Такий підхід пояснює різницю між спектрами гальмівного випромінювання у протон-ядерному розсіянні та спектрами гальмівного випромінювання при α -розпаді. Так, спектри випромінювання при α -розпаді, отримані раніше, мали форму логарифмічного типу без існування плато опуклої форми (тут раніше було досягнуто найбільш акуратної згоди між розрахунками [2–4] та існуючими експериментальними даними, подібна ситуація спостерігається також для поділу [10]). Тепер стає ясным, що відсутність такого плато опуклої форми у спектрах випромінювання при α -розпаді пояснюється за рахунок нульового спіну α -частинки, та відповідні матричні елементи дорівнюють нулю. При високих енергіях фотонів у взаємодії між α -частинкою та ядром (як при розсіянні α -частинок на ядрах) внутрішня нуклонна структура α -частинки додає немалий внесок некогерентного випромінювання у спектр.
- Виявлено залежність спектрів випромінювання від радіус-параметра r_R протон-ядерного потенціалу. Аналіз показав наступне:

➤ Спектри слабо затухають зі зростанням цього параметра.

➤ З метою знайти радіус-параметр, оцінено функцію похибок для кожної реакції. Отримана залежність функції похибок від радіус-параметра має чіткий мінімум [див. Рис. 6.1 (б), Рис. 6.2 (б) у дисертації]. Існування такого мінімуму підтверджує стабільність розрахунків при отриманні мінімального значення функції похибок. Визначено $R_R=0.90$ фм при аналізі даних групи Едінгтона та ін. при $E_p = 140$ МеВ та $R_R=1.17$ фм при аналізі даних групи Клайтона та ін. при $E_p = 145$ МеВ. Враховуючи найбільш вдале співпадіння між розрахунками та даними групи Клайтона та ін. (див. Рис. 6.5 у дисертації) після включення некогерентного матричного елемента p_4 , обрано значення $R_R = 1.17$ фм (цей результат є у згоді з попереднім результатом Бечетті та ін. де отримано $R_R = 1.17$ фм та $R_C = 1.22$ фм). З аналізу даних колаборації TAPS при $E_p = 190$ МеВ знайдено

$$R_R = 1.09 \text{ фм для } p + {}^{12}\text{C}, R_R = 1.11 \text{ фм для } p + {}^{58}\text{Ni},$$

$$R_R = 1.12 \text{ фм для } p + {}^{107}\text{Ag} \text{ та } R_R = 1.08 \text{ фм для } p + {}^{197}\text{Au}.$$

- Модель оцінює некогерентне випромінювання фотонів відносно когерентного. Для $p + {}^{197}\text{Au}$ при $E_p = 190$ МеВ при куті 75° , для фотонів з енергіям менш 30 МеВ когерентне випромінювання є переважним [відношення некогерентного випромінювання до когерентного є меншим одиниці на Рис. 6.8 (а) у дисертації]. Але при більш високих енергіях фотонів інтенсивність некогерентного випромінювання зростає [його відношення до когерентного випромінювання більше одиниці на Рис. 6.8 (а) у дисертації], яке стає переважним [відношення некогерентного випромінювання до когерентного досягає значення 336 на Рис. 6.8 (а) у дисертації]. Подібна ситуація спостерігається для інших реакцій. Звідси випливає, що роль динаміки

нуклонів у ядрі є суттєвою при високих енергіях випромінювання у розсіянні частинок з ненульовим спіном, та вона зростає при зростанні енергії фотонів. Формалізм некогерентного випромінювання у моделі має подібним до метода Накаями та Бергча.

- Отримано нові передбачення кутового розподілу випромінювання фотонів для $p + {}^{197}\text{Au}$ при $E_p = 190 \text{ MeV}$ [див. Рис. 6.8 (б) у дисертації]. Оскільки різниця між спектрами при різних кутах є більшою ніж похибки у даних колаборації TAPS при куті 75° , то такі результати могли б бути використані експериментаторами для майбутнього тестування моделі та розрахунків спектрів. Так, такі кутові розподіли фотонів можна було б порекомендувати для вимірів на протонному циклотроні PROTEUS C-235 (який забезпечує пучок протонів з енергіями 70–230 MeV) в інституті ядерної фізики у Кракові (the Henryk Niewodniczanski Institute of Nuclear Physics in Krakow) з використанням детектора НЕСТОР для кутової реєстрації фотонів.
- У спектрів вперше виявлено осциляції з малою амплітудою.

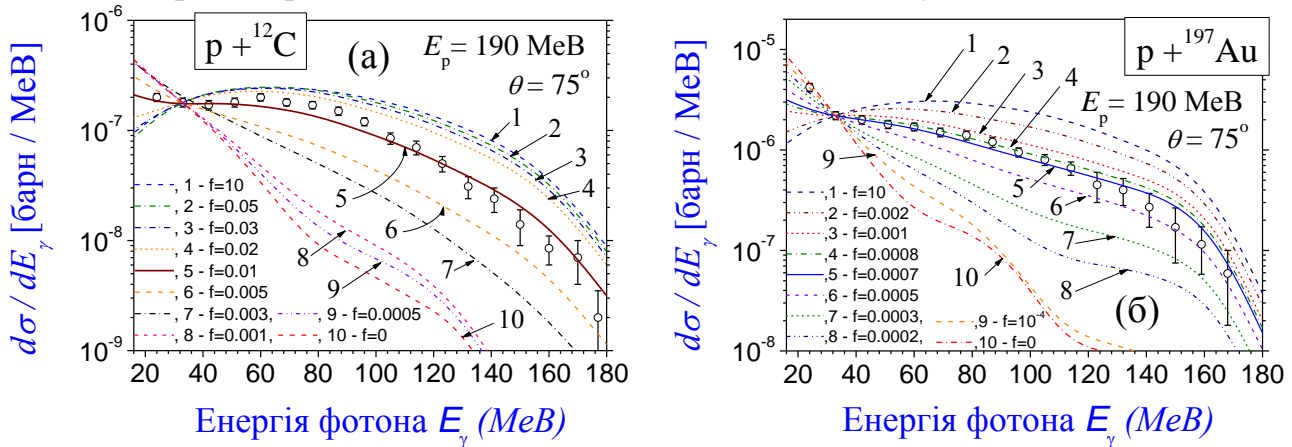


Рис. 6. Перерізи випромінювання для $p + {}^{12}\text{C}$ (а) та $p + {}^{197}\text{Au}$ (б) при енергії протонів розсіяння 190 MeV у залежності від параметра f та експериментальні данні [M. J. van Goethem, et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 122302 (2002)]. Спектри чутливі до параметра f , що характеризує внесок некогерентного випромінювання відносно когерентного. *Зв'язок імпульсів нуклонів зі спіном розсіяного протона дозволяє описати плато у спектрах.*

У Розділі 7 проведено дослідження питання, чи можна побачити багатонуклонну структуру α -розпадаючого ядра у експериментальних спектрах гальмівного випромінювання фотонів, що супроводжує такий α -розпад. З метою отримати відповідь на таке питання, розроблено нову модель гальмівного випромінювання, яка враховує розподіл нуклонів у α -розпадаючій ядерній системі. Підхід, представлений у даному розділі, уперше був представлений у роботі [12].

Тут узагальнено формалізм випромінювання Розділу 6 для системи (α -частинка та ядро). Так, включається нуклонний розподіл в α -частинці, що вилітає при розпаді ядра. Питання такого впливу на випромінювання фотонів не було досліджено (але існують якісні експериментальні данні), що стало мотивацією дослідження. Ідея полягає у представленні вектору нуклона \mathbf{p}_s з номером s від центру мас фрагмента як

$$\mathbf{p}_s = \mathbf{p}_{0,s} + \tilde{\mathbf{p}}_s, \quad (26)$$

де $\mathbf{\rho}_{0,s}$ — радіус-вектор від центру мас фрагмента до точки найбільш ймовірного положення нуклону з номером s , $\tilde{\mathbf{p}}_s$ — зміщення нуклону відносно до точки найбільш ймовірного положення. Однонуклонна функція отримає вигляд:

$$\psi_{\lambda_s}(s) = \varphi_{n_s}(\rho_s - \rho_{0,s}) \left| \sigma^{(s)} \tau^{(s)} \right\rangle, \quad (27)$$

де φ_{n_s} — просторова функція нуклону з номером s , n_s — номер стану просторової функції нуклону з номером s , $\left| \sigma^{(s)} \tau^{(s)} \right\rangle$ — спин-ізоспінова функція нуклону з номером s .

Подальший формалізм випромінювання розвивається подібно до Розділів 6 та 1. Так, матричний елемент випромінювання отримує наступний вигляд:

$$\langle \Psi_f | \hat{H}_\gamma | \Psi_i \rangle = -\frac{e}{m_p} \sqrt{\frac{2\pi}{W_{ph}}} \cdot p_{fi} \delta(\mathbf{K}_f - \mathbf{k}), \quad (28)$$

$$p_{fi} = 2e^{-(a^2k_x^2 + b^2k_y^2 + c^2k_z^2)/4} \sum_{\alpha=1,2} \mathbf{e}^{(\alpha)} \cdot \langle \varphi_f(\mathbf{r}) | Z_{\text{eff}}^{(\text{dip})}(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \mathbf{p} | \varphi_i(\mathbf{r}) \rangle, \quad (29)$$

$$Z_{\text{eff}}^{(\text{dip})}(\mathbf{k}) = c_A f_{2\alpha}(\mathbf{k}, \rho_1 \dots \rho_A) - c_\alpha f_{1d}(\mathbf{k}, n_1 \dots n_A) \cdot f_{2d}(\mathbf{k}, \rho_1 \dots \rho_A), \quad (30)$$

де $c_A = m_A / (m_A + m_\alpha)$, $c_\alpha = m_\alpha / (m_A + m_\alpha)$ — масові параметри, m_p — маса протона, $f_{2\alpha}$, f_{1d} та f_{2d} — зарядові форм-фактори ядра та α -частинки, де виконується підсумування за всіма станами однонуклонних функцій (див. підрозділи 7.2.4 та 7.2.5 у дисертації), a , b , c — осциляторні довжини по моделі деформованих осциляторних оболонок (для α -частинки). Ймовірність випромінювання фотонів у α -розпаді визначається відповідно до формалізму Розділів 1 та 2, але тепер вона залежить від розподілу нуклонів у α -частинці (у розрахунках розподіл нуклонів в ядрі не враховується).

Висновки з аналізу на основі такої моделі наступні:

- Після врахування формалізму нуклонної структури, розрахункові спектри випромінювання для важких ядер змінюється дуже слабо для більшості α -розпадних ядер [див. Рис. 7 (а) для ядра ^{219}Pa]. Однак, помітні зміни відбуваються для легших ядер навіть для енергії фотонів до 1 MeV [див. Рис. 7 (б) ядер ^{106}Te та ^{110}Te].
- Включення формалізму нуклонної структури у модель збільшує ймовірності гальмівного випромінювання фотонів.
- Виявлено наступні тенденції для визначення ядер зі спектрами випромінювання, що більш чутливі до нуклонної структури:
 - напрямом до ядер з меншим числом Z ,
 - напрямом до ядер з більшим Q -значенням.

У цілому, прояв багатонуклонних ефектів у спектрах гальмівного випромінювання при α -розпаді виявився достатньо слабким. Можна полягати, що нуклонна структура ядер сильніше проявляється у спектрах гальмівного випромінювання у кластерних розпадах, поділу, розсіянні протонів та легких ядер на ядрах (де енергії суттєво вищі, ніж Q -значення α -розпадних ядер). Існують мотивації того, що у зірках створюються протонно збагачені ізотопи у процесах швидкого захоплення протонів ядрами (*rapid proton capture process*). Такі процеси супроводжуються випромінюванням гальмівних фотонів та їх можна використати для досліджень властивостей нуклонної структури ядер. Враховуючи зростаючий інтерес до таких ядер та реакцій з ними, додається аналіз у Додатку Ж.2 дисертації для таких реакцій.

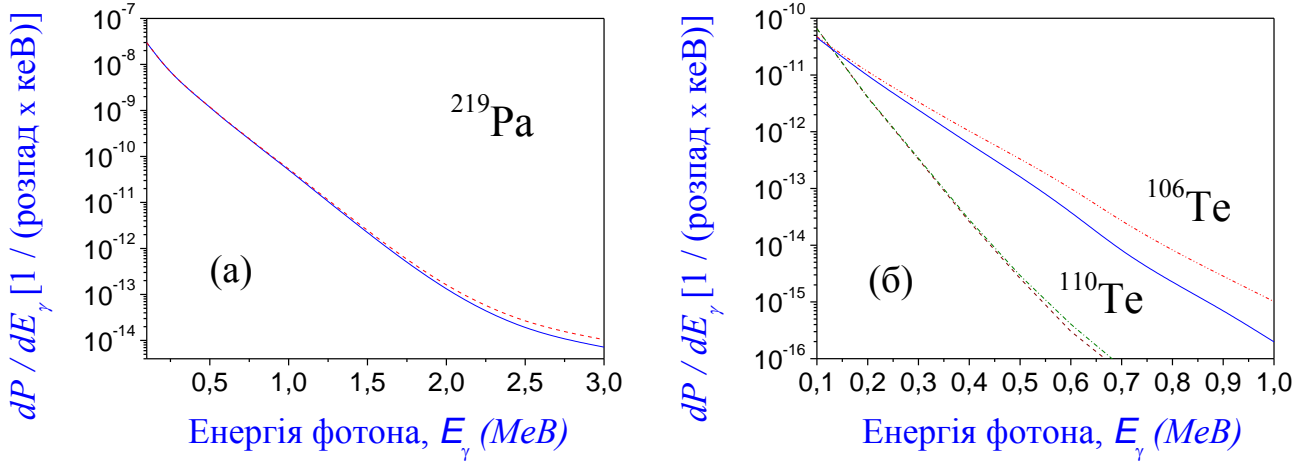


Рис. 7. Ймовірності гальмівного випромінювання фотонів при α -розпаді ядер ^{219}Pa (а), ^{106}Te та ^{110}Te (б) [у розрахунках $\rho_{s,0}=1.7$ фм для α -частинки]. Штрихова червона лінія — розрахунки з включенням нуклонної структури, суцільна синя лінія — розрахунки без нуклонної структури. *Спектр для кожного ядра після включення нуклонної структури підвищується у порівнянні з спектром без такої структури. Нуклонна структура більш помітна для ядер з більшим Q_α -значенням та меншим Z .*

У Розділі 8 проведено перші дослідження випромінювання гальмівних фотонів при розсіянні піонів (у пучках) на ядрах. Підхід, представлений у даному розділі, уперше був представлений у роботі [13]. Мотивацією даного дослідження є припущення, що такі фотони можуть бути використані в якості нового незалежного тесту не кулонівської (ядерної) частини піон-ядерної взаємодії. У Розділі викладено новий формалізм гальмівних фотонів у цій реакції. Некулонівська взаємодія між піонами і ядрами визначається на основі двох ядерних потенціалів.

- (1) Потенціал Кісслінгера відповідно до формалізму Джонсона-Сетчлера, отриманий за допомогою перетворення Крелла-Еріксона з рівняння Клейна-Гордона для розсіювання піонів на ядрах:

$$V_N^{(JS)}(r) = U_N + \Delta U_C, \quad (31)$$

$$U_N(r) = \frac{(\hbar c)^2}{2w} \left\{ \frac{q(r)}{1-\alpha(r)} - \frac{k^2\alpha(r)}{1-\alpha(r)} - \frac{\nabla^2\alpha(r)}{2[1-\alpha(r)]} - \left[\frac{\nabla\alpha(r)}{2[1-\alpha(r)]} \right]^2 \right\}, \quad (32)$$

$$\Delta U_C(r) = \frac{\alpha(r)V_C(r) - V_C^2(r)/(2w)}{1-\alpha(r)}. \quad (33)$$

- (2) Потенціал Вудса-Саксона, який використовується Акхтером (Akhter) *та ін.* у розрахунках на основі оптичної моделі:

$$V_N^{(WS)}(r) = -U f(r) - iW g(r), \quad (34)$$

$$f(r) = [1 + \exp((r - R_U)/a_U)]^{-1}, \quad g(r) = [1 + \exp((r - R_W)/a_W)]^{-1}. \quad (35)$$

Тут, $q(r)$, $\alpha(r)$, w — функції, визначені у роботі [M.V. Johnson, G.R. Satchler, Ann. Phys. (N.Y.) **248**, 134 (1996)], параметри оптичної моделі взято з роботи [Md.A.E. Akhter, *et al.*, J. Phys. **G 27**, 755 (2001)]. Формалізм випромінювання фотонів у розсіянні піонів на ядрах визначається подібно Розділу 5 для протон-ядерного розсіювання, але хвильові функції розраховуються чисельно на основі формул (31)–(33) або (34)–(35).

На основі моделі встановлено, що випромінювання фотонів, сформоване за рахунок ядерної частини потенціалу Джонсона-Сатчлера, вносить істотний внесок у

повний спектр. Таким чином, ядерна взаємодія відіграє важливу роль у формуванні випромінювання гальмівних фотонів. Таку взаємодію можна вивчати експериментально за допомогою вимірювань гальмівних фотонів.

Важливість такого результату посилюється, якщо врахувати, що, за винятком роботи [12], ще не вдалося витягти будь-яку інформацію про ядерні параметри оптичної моделі в ядерних реакціях з аналізу експериментальних даних супутнього гальмівного випромінювання. Це пояснюється тим, що кулонівська взаємодія відіграє більш велику роль у формуванні гальмівного випромінювання, ніж ядерна. Результати у Розділі для піон-ядерного розсіяння показують, що спектри гальмівного випромінювання є дійсно чутливими до параметрів кулонівської і ядерної взаємодій в області високих енергій фотонів. Вперше спостерігається аналогічна залежність спектрів випромінювання від сили ядерної частини оптичного потенціалу для протон-ядерного розсіяння. Таким чином, можливі вимірювання гальмівного випромінювання фотонів були б хорошим інструментом для отримання нової інформації про взаємодію між піонами та ядрами.

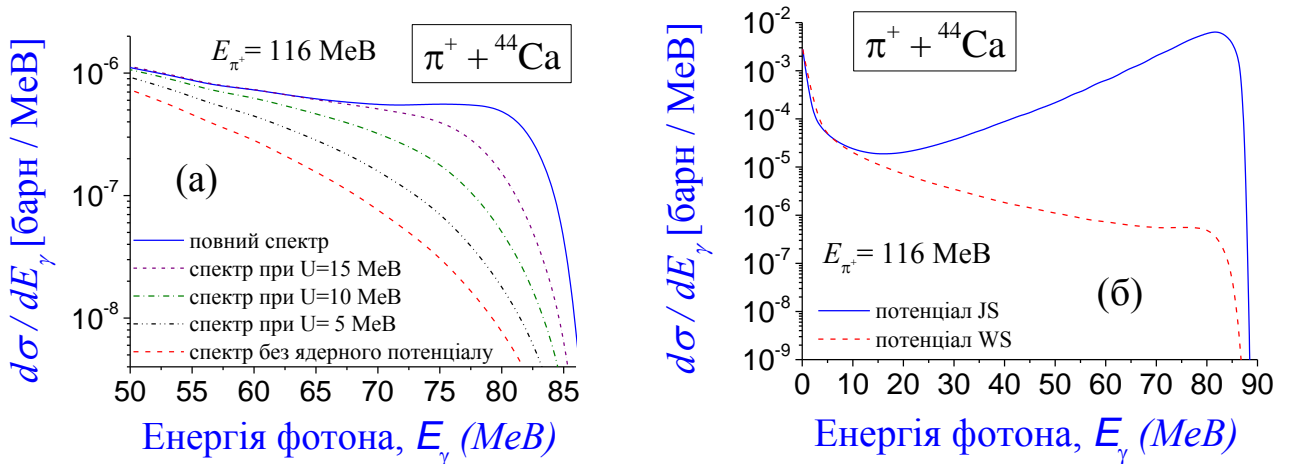


Рис. 8. [Панель а]: Зміна спектру фотонів у залежності від сили U ядерного потенціалу (Вудса-Саксона) в оптичній моделі. **Виявлено особливу чутливість спектрів в області високих енергій фотонів.** [Панель б]: Суттєва різниця між спектрами по релятивістській моделі (підхід Джонсона-Сатчлера) та нерелятивістській моделі (оптична модель), для низьких енергій — співпадіння.

У Розділі 9 представлено новий квантовий метод (названий *методом багаторазових внутрішніх відбиттів*, або *методом БВВ*) для визначення ширин розпаду ядра з вильотом протона у сферично симетричному наближенні та з реалістичним радіальним бар'єром.

Найпростіше ідею метода можна описати на прикладі одномірного проходження частинки над прямокутним бар'єром. Так, нехай частинка з масою m падає зліва на бар'єр з межами $0 < x < a$ та висотою V_1 . Хвильова функція має вигляд:

$$\varphi(x) = \begin{cases} e^{ikx} + A_R e^{-ikx}, & x \leq 0, \\ \alpha e^{-ik_2 x} + \beta e^{ik_2 x}, & 0 \leq x \leq a, \\ A_T e^{ikx}, & x \geq a. \end{cases} \quad (36)$$

Тут $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$ та $k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - V_1)}$ — хвильові числа, A_R , A_T , α , β — амплітуди, що знаходяться з умов неперервності хвильової функції та її похідної у границях бар'єра (*стандартний підхід квантової механіки*).

Згідно до ідеї метода БВВ, на першому етапі розглядається падіння хвилі $\varphi_{inc}^{(1)} = e^{ikx}$ зліва ($x < 0$) на першу границю бар'єра при $x=0$ з утворенням однієї хвилі $\varphi_{tr}^{(1)}$, що пройшла через цю границю, та однієї відбитої хвилі $\varphi_{ref}^{(1)}$. З умов неперервності повної хвильової функції (для такого процесу) та її похідної на цій границі знаходяться невідомі амплітуди $\beta^{(0)}$, $A_R^{(0)}$ та рішення отримає вигляд:

$$\begin{aligned} \varphi_{inc}^{(1)} &= e^{ikx}, & x < 0, \\ \varphi_{tr}^{(2)} &= \beta^{(0)} e^{ik_2x}, & 0 \leq x \leq a, & \beta^{(0)} = \frac{2k}{k+k_2}, & A_R^{(0)} = \frac{k-k_2}{k+k_2}. \\ \varphi_{ref}^{(1)} &= A_R^{(0)} e^{-ikx}, & x < 0, \end{aligned} \quad (37)$$

На другому етапі розглядається подальше поширення хвилі $\varphi_{tr}^{(1)}$ над бар'єром, що була утворена на першому етапі та пройшла через ліву границю бар'єра. Тепер ця хвиля падає на другу границю бар'єра при $x=a$ з утворенням нової хвилі $\varphi_{tr}^{(2)}$, що пройшла через цю границю, та нової відбитої хвилі $\varphi_{ref}^{(2)}$. З умов неперервності повної хвильової функції та її похідної у цій границі знаходяться нові амплітуди цього етапу. Ще слід розглянути третій етап з аналізом подальшого поширення хвилі, що була утворена на другому етапі та відбита від границі при $x=a$. Тепер ця хвиля падає на першу границю при $x=0$ з утворенням нових хвилі $\varphi_{tr}^{(3)}$, що пройшла, та відбитої хвилі $\varphi_{ref}^{(3)}$. Нові амплітуди знаходяться з умов неперервності повної хвильової функції та її похідної відносно границі цього етапу. Хвилі на цих етапах можна записати так:

$$\begin{aligned} \varphi_{inc}^{(2)} &= \varphi_{tr}^{(1)} = \beta^{(0)} e^{ik_2x}, & \varphi_{inc}^{(3)} &= \varphi_{ref}^{(2)}, \\ \varphi_{tr}^{(2)} &= A_T^{(0)} e^{ikx}, & \varphi_{tr}^{(3)} &= A_R^{(1)} e^{-ikx}, \\ \varphi_{ref}^{(2)} &= \alpha^{(0)} e^{-ik_2x}, & \varphi_{ref}^{(3)} &= \beta^{(1)} e^{ik_2x}. \end{aligned} \quad (38)$$

Подальше поширення хвиль розглядається на наступних етапах, але всі розв'язки подібні до отриманих раніше. Ця властивість дозволяє знайти рекурентні співвідношення для розрахунку невідомих амплітуд для довільного етапу. При заміні $k_2 \Rightarrow i\xi$, де $\xi = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(V_1 - E)}$, всі рішення перетворюються у відповідні рішення для задачі тунелювання під бар'єром (при $E < V_1$). Так, суми амплітуд всіх хвиль, що пройшли через бар'єр, та всіх відбитих хвиль від бар'єра мають рішення:

$$\begin{aligned} A_T &= T_2^+ T_1^- \left(1 + \sum_{m=1}^{+\infty} (R_2^+ R_1^-)^m \right) = \frac{i4k\xi e^{-\xi a - ika}}{F_{sub}}, & T_1^+ &= \beta^{(0)}, & R_1^+ &= A_R^{(0)}, \\ A_R &= R_1^+ + T_1^+ R_2^+ T_1^- \left(1 + \sum_{m=1}^{+\infty} (R_2^+ R_1^-)^m \right) = \frac{k_0^2 D_-}{F_{sub}}, & T_2^+ &= \frac{A_T^{(n)}}{\beta^{(n)}}, & R_2^+ &= \frac{\alpha^{(n)}}{\beta^{(n)}}, \\ & & T_1^- &= \frac{A_R^{(n+1)}}{\alpha^{(n)}}, & R_1^- &= \frac{\beta^{(n+1)}}{\alpha^{(n)}}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$F_{sub} = (k^2 - \xi^2) D_- + 2ik\xi D_+, \quad D_{\pm} = 1 \pm e^{-2\xi a}, \quad k_0^2 = k^2 + \xi^2 = \frac{2mV_1}{\hbar^2}, \quad (40)$$

та вони точно співпадають з амплітудами, отриманими стандартним підходом квантової механіки [див. (36)].

Тобто, підхід БВВ дає точний аналітичний розв'язок хвильової функції, та коефіцієнтів проникності $T_{MR} = |A_T|^2$ і відбиття $R_{MR} = |A_R|^2$. Ця особливість не виглядає цікавою для найпростішого бар'єра прямокутної форми, але вона робить метод БВВ потужним засобом у задачах з реалістичними бар'єрами (які можна апроксимувати

через довільне скінчене число прямокутних сходинок). Такий формалізм реалізовано та застосовано для задачі розпаду ядра з вильотом протона у Розділі 9.

Для застосування методу БВВ до протонного розпаду відзначимо наступне.

- За допомогою методу БВВ знайдено розв'язки амплітуд хвильової функції (що описує проникнення протона з внутрішньої області назовні з її тунелюванням через бар'єр), проникності T_{MIR} та відбиття R_{MIR} відносно радіального бар'єру, що складається з довільного числа N прямокутних сходинок. Ці рішення є *точними*, що отримані у *квантовому підході* вперше. При $N \rightarrow \infty$ ці рішення можуть бути розглянуті як точні для реалістичного протон-ядерного потенціалу з бар'єром і внутрішньою ямою довільної форми. Точність результатів складає $|T_{\text{MIR}} + R_{\text{MIR}} - 1| < 10^{-15}$.
- На відміну від ВКБ-підходу і двохпотенціального підходу, метод БВВ дає сильну залежність проникності від точки старту r_{min} у внутрішній ямі, звідки пакет, що описує виліт протона, починає рух назовні на першому етапі розпаду. Наприклад, проникність бар'єру для ядра ^{157}Ta змінюється до 200 разів залежно від положення r_{min} [див. Рис. 9 (а)]. З порівняння амплітуд, отриманих методом БВВ, з відповідними амплітудами, знайденими за допомогою стандартного підходу квантової механіки (представленого у Додатку К.3 у дисертації), отримано збіг перших 15 цифр. Цей тест доводить, що *сильна залежність проникності від точки старту r_{min} присутня незалежно від вибору повністю квантового методу для розрахунків*. Цей результат вказує на перспективу увести початкову умову у нестационарну та стаціонарну картини розпаду. ВКБ та двохпотенціальний підходи не мають такої властивості.
- З метою вирішити невизначеність періоду напіврозпаду від точки старту уведено додаткову умову: *на першому етапі розпаду рух пакету назовні починається у координаті мінімуму внутрішньої ями*. Така умова забезпечує мінімальні зміни періоду напіврозпаду при варіаціях точки старту (тобто дає найбільш стабільну основу для розрахунку періодів).
- Після врахування зовнішньої області потенціалу за бар'єром період розпаду змінюється до 1.5 разів [див. Рис. 9 (б)].

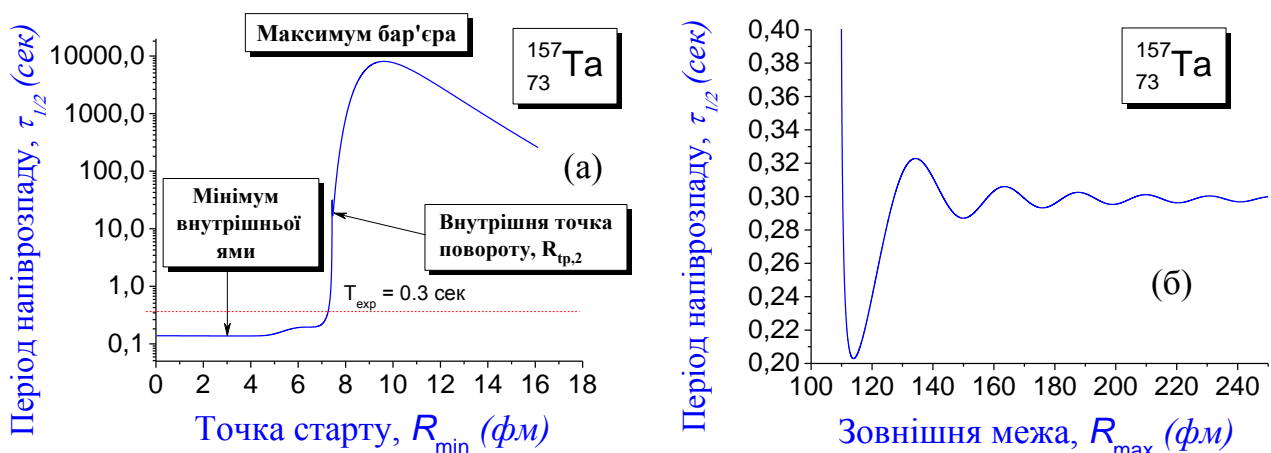


Рис. 9. Протонний розпад ядра $^{73}_{157}\text{Ta}$: на лівій панелі залежність періоду напіврозпаду t_{MIR} від точки старту r_{start} (при $r_{\text{max}} = 250$ фм), на правій панелі залежність періоду напіврозпаду від зовнішньої границі r_{max} бар'єра (при r_{start} у мінімумі ями потенціалу). При $r_{\text{start}} = 7.21$ фм значення t_{MIR} співпадає з експериментальним t_{exp} .

Результати досліджень у Розділі 9 опубліковано у роботах [17–18]. Деякі властивості методу БВВ проаналізовано у роботі [16].

У Розділі 10 викладено узагальнення методу багаторазових внутрішніх відбиттів для опису захоплення α -частинок ядрами, на його основі проаналізовано захоплення α -частинок ядрами ^{40}Ca , ^{44}Ca та ^{46}Ca . Ідея полягає у удосконаленні формалізму БВВ до опису захоплення α -частинки ядрами. Переріз захоплення та точність методу визначаються як

$$\sigma_{\text{capture}}(E) = \frac{\pi \hbar^2}{2mE} \sum_{l=0}^{+\infty} (2l+1) T_l P_l, \quad \varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|\sigma^{(\text{theor})}(E_k) - \sigma^{(\text{exp})}(E_k)|}{\sigma^{(\text{exp})}(E_k)}. \quad (41)$$

Тут E — кінетична енергія α -частинки у лабораторній системі, m — наведена маса α -частинки і ядра, P_l — ймовірність злиття α -частинки з ядром, T_l — проникність радіального бар'єру. Проникність бар'єру розраховується на основі методу БВВ. Параметри α -ядерного потенціалу беруться з інших робіт або визначаються на основі фітінг-процедури. Відзначимо наступне.

- Застосування методу БВВ дає нову параметризацію потенціалу з визначенням ймовірностей злиття і знижує помилку ε_1 у 43.12 разів в описі експериментальних даних для $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ і у 34.28 разів для $\alpha + ^{44}\text{Ca}$ у порівнянні з ВКБ-розрахунками без ймовірностей злиття [див. Рис. 10, Табл. 1].

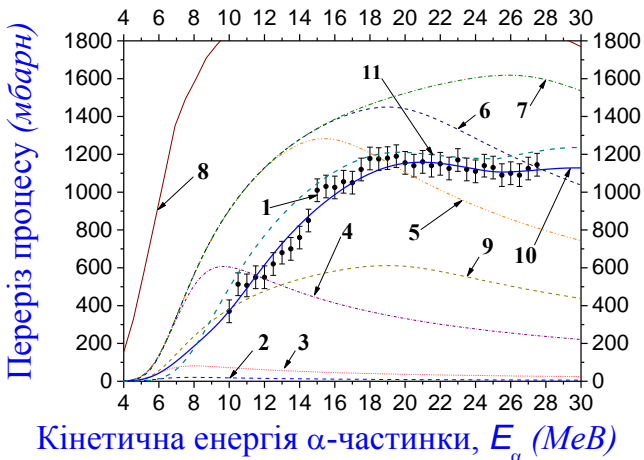


Рис. 10. Перерізи захоплення α -частинки ядром ^{44}Ca , отримані методом БВВ (ліній 2–7 і 9–11) і підходом ВКБ (лінія 8). Лінії 10–11 знаходяться при включенні ймовірностей злиття, лінії 2–9 без врахування ймовірностей злиття. Дані 1 - експериментальні дані, пунктирна синя лінія 2 - переріз при $l_{\text{max}}=0$, коротка пунктирна червона лінія 3 - переріз при $l_{\text{max}}=1$, коротка штрих-пунктирна фіолетова лінія 4 - переріз при $l_{\text{max}}=5$, подвійна штрих-пунктирна оранжева лінія 5 - переріз при $l_{\text{max}}=10$, пунктирна темно синя лінія 6 - переріз при $l_{\text{max}}=12$, штрих-пунктирна зелена лінія 7 - переріз при $l_{\text{max}}=15$, суцільна коричнева лінія 8 - переріз при $l_{\text{max}}=20$, пунктирна темно-жовта лінія 9 - нормований переріз при $l_{\text{max}}=17$, суцільна синя лінія 10 - переріз при $l_{\text{max}}=17$, і пунктирна темно-бірюзова лінія 11 - переріз при $l_{\text{max}}=17$.

- Знайдені ймовірності злиття вказують, що підхід різкого обрізання кутових моментів, запропонований Гласом і Моселом, є достатньо грубим наближенням (див. Рис. 10.7 у дисертації), що виключає можливість вивчення процесів злиття у реакціях α -захоплення (див. Додаток К.4 дисертації).
- Показано, що формула Вонга та підхід Хілла-Уілера у визначенні проникності не враховують форму бар'єру (за рахунок уведення оберненої параболічної апроксимації). Тому ВКБ-наближення більш вдало враховує форму бар'єра.
- З аналізу експериментальних даних знайдено формулу ймовірностей злиття:

$$p_{\text{full}}(L) = 1 - p_1(L) - p_2(L), \quad (42)$$

$$p_1(L) = \frac{c_1}{1 + \exp[(L - c_2)/c_3]}, \quad p_2(L) = f_2(L) \cdot \sum_{n=1} \exp\left\{-\frac{(L - n \cdot \Delta)^2}{c_4}\right\}, \quad (43)$$

$$f_2(L) = 1 - \exp\{-c_5 \cdot (L - c_6)\}, \Delta = a \cdot (N - N_{\text{magic}}) + b, \quad (44)$$

$$a = 2.31, b = 4.05, c_1 = 1, c_2 = 4.2, c_3 = 0.5, c_4 = 1, c_5 = 0.25, c_6 = 2.5. \quad (45)$$

Ця формула описує відмінність між перерізами $\alpha + {}^{40}\text{Ca}$ і $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$ (N — число нейтронів ядра). Для ядер з нейтронним числом $N=26$, запропоновано нові перерізи $\alpha + {}^{46}\text{Ca}$ для експериментального підтвердження [див. Рис. 11].

- З аналізу реакції $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$ при $l=0$ оцінено різницю у визначенні коефіцієнтів проникності T і відбиття R між методом БВВ та методом, що визначає хвильові функції через інтегрування радіального рівняння Шрьодінгера (в дисертації удосконалено метод Нумерова, див. Додаток К.7) через похибку $\varepsilon_1 = ||T + R| - 1|$. Узагальнений метод Нумерова має $\varepsilon_1 = 10^{-5}$, точність методу БВВ обмежена потужністю комп'ютера (у розрахунках $\varepsilon_1 < 10^{-16}$, Табл. К.5, К.6 у дисертації).
- Для $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$ з врахуванням деформації ядра метод БВВ описує експериментальні дані з високою точністю і визначає ймовірності злиття (див. Табл. К.7, лінії 2 і 3 на Рис. К.5 у дисертації). Після включення деформації спостерігаються осциляції у спектрі.

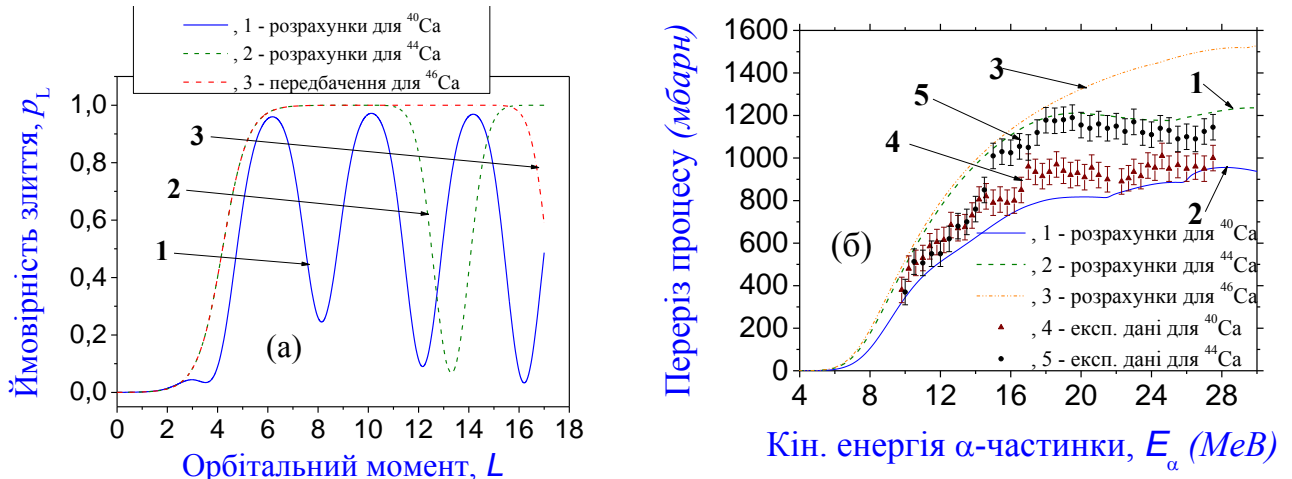


Рис. 11. Ймовірності злиття (а), розраховані за формулами та перерізи (б) для захоплення α -частинки ядрами ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{44}\text{Ca}$ та ${}^{46}\text{Ca}$, отримані методом БВВ.

Параметризація	$\alpha + {}^{40}\text{Ca}$			$\alpha + {}^{44}\text{Ca}$		
	Власна (нова)	З літератури		Власна (нова)	З літератури	
Ймовірності злиття	включено	виключено	включено	включено	виключено	включено
метод	БВВ	ВКБ	ВКБ	БВВ	ВКБ	ВКБ
V_0 , МеВ	28.6444	28.83		36.1	35.26	
r_m , фм	6.5164	6.6338		7.3	6.68	
d , фм	0.5107	0.4929		0.4349	0.4929	
ε_1	0.02141	0.9233	0.5154	0.0245	0.8401	0.3881

Табл. 1. Нові параметри потенціалу за методом оптимізації та значення помилок, коли в розрахунках коефіцієнти проникності знаходяться за допомогою методу БВВ або ВКБ та включаються ймовірності злиття або ні [19, 20].

Важливе питання — визначення межі, відносно якої треба знайти потік, що пройшов. Малі варіації межі суттєво змінюють проникність. Так, для $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$ при $l=0$ та $E_\alpha = 2$ МеВ роль межі можна оцінити через характеристику $f_1 = T(r_{\text{capture}}=7.42 \text{ фм}) / T(r_{\text{capture}}=4.5 \text{ фм}) = 1.9733$. Роль деформації ядра можна оцінити через відношення проникностей сферичного та деформованого ядра у реакції. Отримаємо $(T_{\text{def}} - T_{\text{sph}}) / T_{\text{sph}} = 0.58015$ при $E_\alpha = 2.1$ МеВ при $l = 0$. Отримаємо $f_2 = T_{\text{def}} / T_{\text{sph}} = (T_{\text{def}} - T_{\text{sph}}) / T_{\text{sph}} + 1 = 1.58015$. Видно, що коефіцієнт f_2 менше ніж f_1 . Тому у розрахунках положення межі r_{capture} при визначенні проникності (і перерізів) важливіше, ніж деформація ядра без врахування межі r_{capture} . Метод БВВ розв'язує цю проблему.

Метод БВВ виявився найбільш точним в описі експериментальних даних α -захоплення у порівнянні з іншими методами. Результати цих досліджень опубліковано в роботах [19, 20].

У Розділі 11 досліджено захоплення α -частинки ядром за допомогою метода БВВ з додатковим новим включенням внутрішньої межі у началі координат при $r=0$. Логіку такого узагальнення БВВ найбільш ясно можна описати на найпростішій картині розсіяння хвилі на радіальному потенціалі з внутрішньою ямою з шириною a та навіть без бар'єра у вигляді

$$V(r) = \begin{cases} -V_0, & 0 \leq r < a \quad (\text{область 1}), \\ 0, & r > a \quad (\text{область 2}). \end{cases} \quad (46)$$

Подальший розвиток формалізму багаторазового поширення хвиль по етапам, визначення всіх амплітуд та коефіцієнтів виконується подібно до логіки Розділу 10, з додатковим врахуванням відбиттів відносно межі при $r=0$. Можна ввести ймовірність існування складеного ядра P_{cn} через квадрат радіальної хвильової функції $\chi(r)$, проінтегрований у межах внутрішньої ями, як

$$P_{\text{cn}} = \int_0^a |\chi(r)|^2 dr = \int_0^a |\alpha_1 e^{ik_1 r} + \beta_1 e^{-ik_1 r}|^2 dr = P_{\text{osc}} T_{\text{bar}} P_{\text{loc}}, \quad (47)$$

де

$$P_{\text{osc}} = |A_{\text{osc}}|^2, \quad T_{\text{bar}} = \frac{k_1}{k} |T_1^-|^2, \quad P_{\text{loc}} = 2 \frac{k}{k_1} \left(a - \frac{\sin(2k_1 a)}{2k_1} \right), \quad (48)$$

$$P_{\text{interf}} = \frac{4\sqrt{2}kk_1|k-k_1|}{(k+k_1)^2} \frac{1}{\sqrt{k^2(1-\cos(2k_1 a)) + k_1^2(1+\cos(2k_1 a))}}, \quad (49)$$

$$A_{\text{osc}} = \left(1 + \sum_{i=1}^{+\infty} (R_0 R_1^+)^i \right) = \frac{k+k_1}{(k+k_1) + (k_1-k) \exp(2ik_1 a)}. \quad (50)$$

Тут $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$ та $k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E-V_1)}$ — хвильові числа. У формулах ймовірність існування складеного ядра P_{cn} вдалося точно аналітично представити через множення коефіцієнту проникнення T_{bar} через границю, коефіцієнту осциляцій P_{osc} та нового множника P_{loc} (якого не було знайдено у роботах іншими авторами). Так, на Рис. 12 показані існування складеного ядра P_{cn} та інші коефіцієнти для захоплення $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$, розраховані для потенціалу (46).

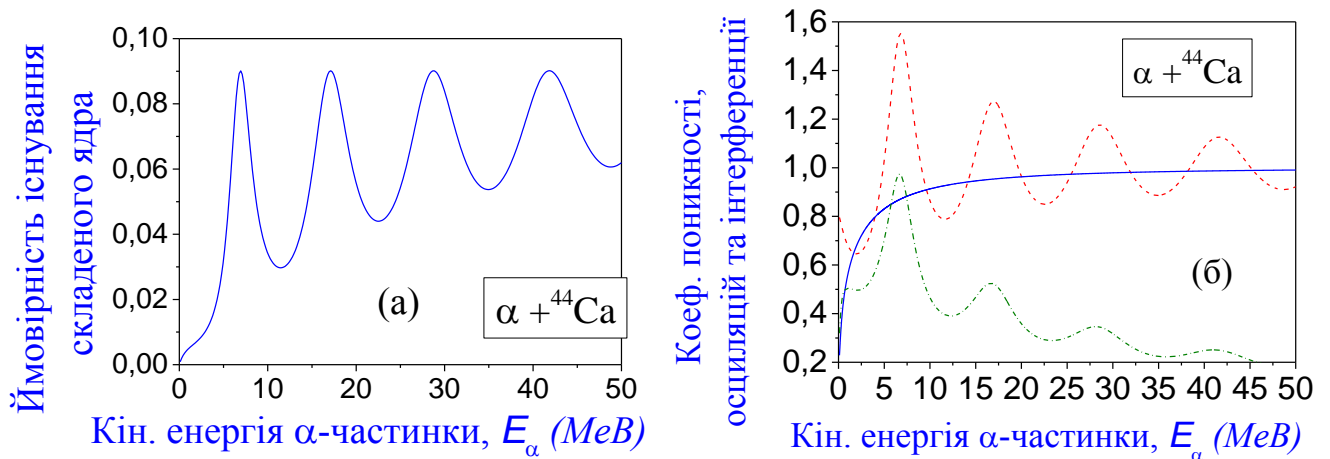


Рис. 12. Ймовірність існування складеного ядра P_{cn} (а), коефіцієнт проникності відносно межі T_{bar} (б, синя суцільна лінія), модуль амплітуди осциляцій A_{osc} (б, червона штрихова лінія), доданок інтерференції P_{interf} (б, зелена штрих-пунктирна лінія) у залежності від енергії налітаючої α -частинки у захопленні $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$ для простого потенціалу (46) при $l = 0$ [коефіцієнти визначені за формулами (47)–(50)]. На рисунках ясно видно наявність нових резонансних станів складеної системи (відповідають максимумам).

Тут можна бачити наявність чітких максимумів. Їм відповідають нові стани [які було названо *квазізв'язаними* (*quasi-bound states*)], що описують найбільш ймовірне існування складеного ядра, що формується під час цієї реакції. Відзначимо, що таких станів не виявлялося іншими авторами у цих реакціях.

У традиційних розрахунках перерізів α -захоплення такі стани відсутні, що можна пояснити наступним. Коефіцієнти проникності бар'єра мають монотонну залежність від енергії α -частинки [див. суцільну лінію на Рис. 12 (б)]. У традиційних розрахунках перерізи α -захоплення пропорційні до коефіцієнтів проникності та тому не мають піків (див. Рис. 3 у роботі [20]). У таких підходах не розглядається поведінка хвильової функції у внутрішній області ядра, де виникає захоплення α -частинки ядром (повний потік не зберігається). Але формалізм БВВ враховує таку хвильову функцію у внутрішній області ядра (відповідно до положень квантової механіки), що дає додатковий внесок від квантових потоків та визиває появу квазізв'язаних станів. Перевагами метода БВВ (у порівнянні з іншими підходами) є використання тестів квантової механіки та надвисока точність розрахунків.

Інша перевага метода БВВ — це те, що такий формалізм єдиним шляхом вперше об'єднує дві ідеї Гамова (що базуються на оцінках тунелювання через бар'єр та осциляцій у внутрішній області ядра), що широко застосовуються при рішенні задач ядерних розпадів та захоплення. Також у підході БВВ виникає ще один новий множник P_{loc} . Цей множник описує просторовий розподіл α -частинки у внутрішній ядерній області, та він впливає на оцінки перерізів захоплення (або періодів розпадів). Ця особливість не була знайдена як у задачах захоплення, так і в задачах розпадів ядер у роботах інших авторів.

На прикладі захоплення $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$ додаються власні передбачення енергій квазізв'язаних станів (див. Рис. 13). Обчислені перерізи α -захоплення (з включенням ймовірностей злиття) гарно описують експериментальні дані для цієї реакції.

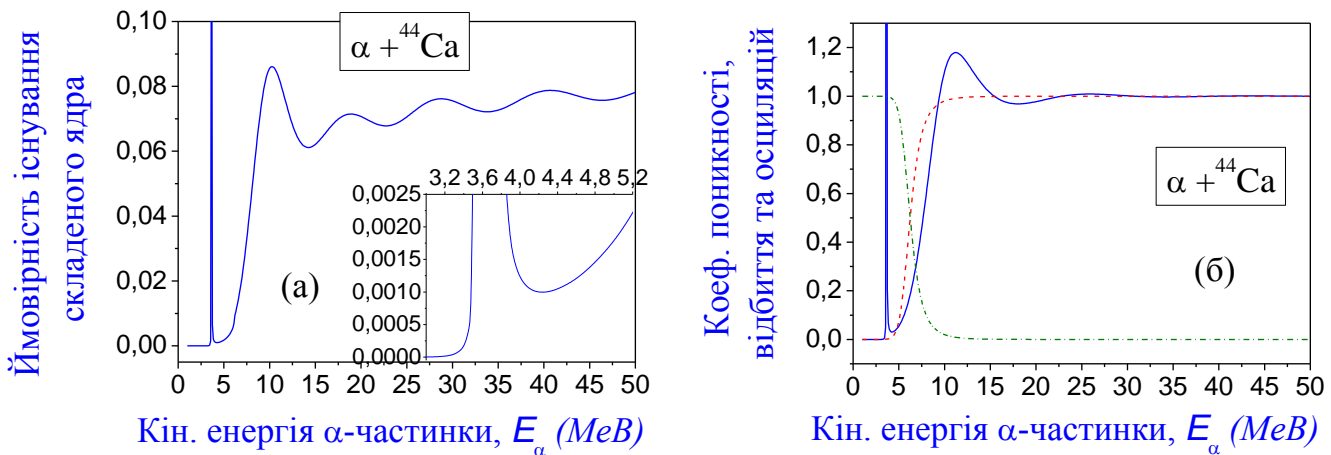


Рис. 13. Ймовірність існування складеного ядра (а) та коефіцієнти проникності, відбиття, осциляцій (б) у захопленні $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$ для реалістичного потенціалу α -ядерної взаємодії.

Порівняно формалізм методу БВВ у визначенні квазізв'язаних станів з *теорією квазістаціонарних станів з комплексними енергіями (КСКЕ)* у визначенні квазістаціонарних станів у α -захопленні. Отримано наступне.

- Теорія КСКЕ не визначає перерізів для α -захоплення, відповідно до сучасних моделей α -захоплення, тоді як метод БВВ має єдиний формалізм з визначенням коефіцієнтів проникності, ймовірностей існування складеного ядра, ймовірності злиття з високою точністю.
- Квазістаціонарні стани, розраховані після адаптації теорії КСКЕ для α -захоплення, відрізняються від квазізв'язаних станів, що визначаються методом БВВ (див. Рис. 14 для $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$).

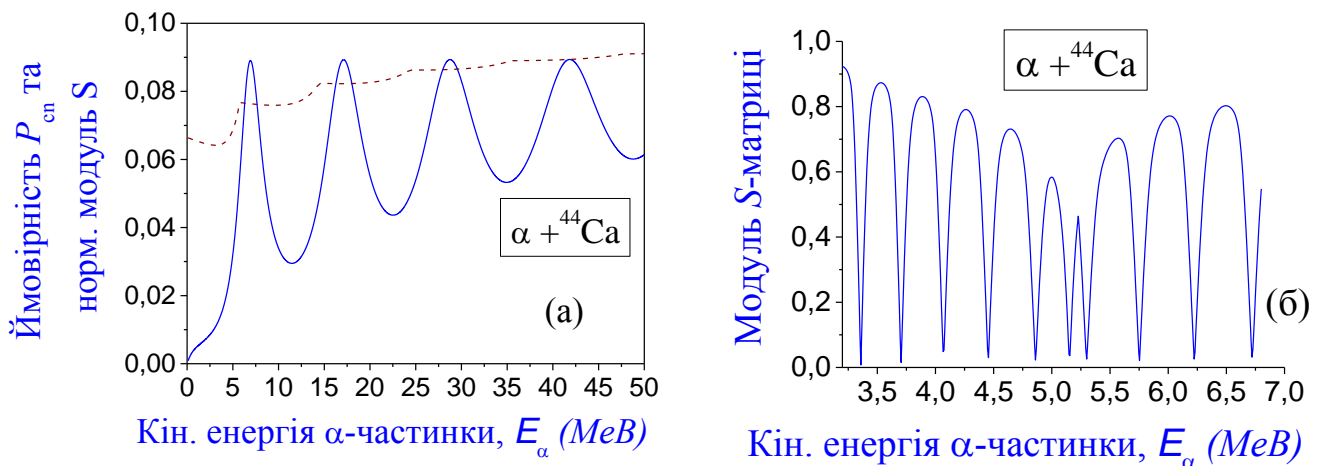


Рис. 14. Нові квазізв'язані стани (а) у порівнянні з резонансними станами за теорією квазістаціонарних станів з комплексними енергіями (б) для захоплення $\alpha + {}^{44}\text{Ca}$. З рисунків видно невідповідність таких станів за двома підходами.

Результати досліджень у Розділі 11 опубліковано у роботі [21].

У Розділі 12 застосовано метод БВВ для визначення ймовірності проходження пакету з внутрішньої ями назовні з його тунелюванням через одномірний радіальний бар'єр довільної форми у задачах, що досліджуються у квантовій космології з ідеєю тунелювання. Відзначимо наступне:

- Коли бар'єр складається з довільного числа N прямокутних потенційних сходинок, точні розв'язки для амплітуд хвильової функції, коефіцієнтів проникності T_{bar} через бар'єр та відбиття R_{bar} від нього отримано вперше. При $N \rightarrow \infty$ розв'язки можна розглядати як точні для потенціалу з бар'єром та ямою довільної форми. Точність методу у знаходженні коефіцієнтів проникності складає $|T_{\text{bar}} + R_{\text{bar}} - 1| < 10^{-15}$, що суттєво перевищує точність інших методів.
- У космологію уведено новий коефіцієнт, що описує ймовірність проходження пакету з внутрішньої ями назовні з його тунелюванням через бар'єр та враховує внутрішні осциляції пакету у ямі (його названо **коефіцієнтом проходження**). Вдається розділити цей коефіцієнт на коефіцієнт проникності та інший новий коефіцієнт, який характеризує осциляторну поведінку пакету у внутрішній ямі (його названо **коефіцієнтом осциляцій**).

Метод застосовано для дослідження властивостей пакету, що описує еволюцію Всесвіту на першому етапі у закритій моделі Фрідманна-Робертсона-Уолкера з квантуванням та позитивною космологічною сталою, компонентою випромінювання та компонентою узагальненого газу Чаплигіна. Відповідно до такої моделі, остаточне рівняння еволюції пакету можна записати як

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial a^2} + V(a) \right\} \varphi(a) = E_{\text{rad}} \varphi(a), \quad E_{\text{rad}} = \frac{3\rho_{\text{rad}}}{2\pi G}, \quad (51)$$

$$V(a) = \left(\frac{3}{4\pi G} \right)^2 ka^2 - \frac{3}{2\pi G} a^4 \left(\rho_{\Lambda} + \frac{\rho_{\text{rad}}}{a^{3(1+\alpha)}} \right)^{1/(1+\alpha)}, \quad (52)$$

де a - масштабний фактор, $\varphi(a)$ - хвильова функція, ρ_{Λ} - компонента густини енергії, що пов'язана з космологічною сталою, ρ_{rad} - густина енергії радіації (рівняння стану для радіації $p = \rho_{\text{rad}}/3$, p - тиск), α - параметр моделі газу Чаплигіна (позначення див. у [22–24]). Тут потенціал $V(a)$ має бар'єр, але хвіст спадає. Аналіз показує наступне:

- Проникність бар'єру суттєво змінюється у залежності від точки старту R_{start} пакету у внутрішній ямі. Коефіцієнт проникності має осциляторну поведінку, різниця між мінімумами і максимумами є мінімальною, якщо точка старту R_{start} розташована у мінімумі внутрішньої ями; зі збільшенням R_{start} ця різниця збільшується, досягаючи максимального значення біля точки повороту. Коефіцієнти відбиття, осциляцій та проходження мають аналогічну поведінку. Ця особливість проявляється у повністю квантовому розгляді та зникає у квазікласичному наближенні.
- Коефіцієнт проникності суттєво змінюється при врахуванні зовнішнього хвоста бар'єру. Коефіцієнт проникнення має осциляторну залежність від енергії випромінювання. Піки осциляцій локалізуються на однакових відстанях. Тобто, отримано картину резонансів, що вказують на наявність квазістаціонарних станів (див. Рис. 15). З ростом енергії випромінювання проникність змінюється монотонно. Вона описує тенденцію поведінки коефіцієнта проходження, тоді як коефіцієнт осциляцій додає піки. Причина резонансів стає зрозумілою: осциляції пакета у внутрішній ямі спричиняють їх.

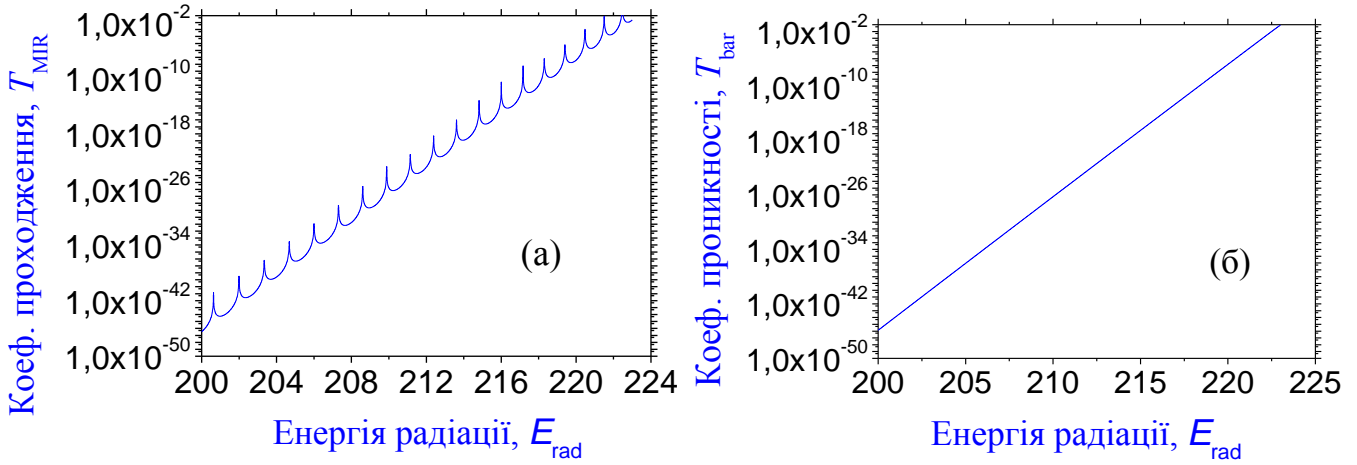


Рис. 15. Якісна картина резонансів у коефіцієнті проходження T_{MIR} (а) та відсутність резонансів у проникності T_{bar} (б).

- Залежність коефіцієнта проникності від точки старту має максимуми. Тому найбільш ймовірний старт пакету приходить на координату одного з максимумів (значення масштабного фактору для найбільш ймовірного старту розширення Всесвіту).
- Залежність модуля хвильової функції у внутрішній і зовнішній областях від масштабного фактору має чіткі мінімуми та максимуми [22, 23]. Ця нова властивість найсильніше виявляється на першій стадії розширення та вона зникає у ВКБ-наближенні (що використовується іншими авторами).

Результати досліджень цього Розділу опубліковано у роботах [22–24, 33, 37, 38].

У Розділі 13 побудовано новий метод знаходження хвильової функції для тунелювання частинки з масою m у полі одномірного потенціалу Альбрехта з дисипативною компонентою, що визначається на основі хвильових пакетів. Задача починається з розгляду одномірного рівняння Шрödінгера з гамільтоніаном виду

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) + i\gamma \cdot \hat{W}(x, t), \quad \hat{W}_A(x, t) = \langle p \rangle \cdot (x - \langle x \rangle) \quad (53)$$

Тут вважається, що потенціал $V(x)$ відомий, $\hat{W}_A(x, t)$ — компонента, що визначається на основі усереднень імпульсу $\langle p \rangle$ та координати $\langle x \rangle$, γ — коефіцієнт згасання [що дозволяє контролювати інтенсивність впливу $\hat{W}_A(x, t)$] та усереднення виконуються за хвильовими пакетами. Так, наприклад, для $\langle p \rangle$ маємо:

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= \int \Psi^*(x, t) \left(-i \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi(x, t) dx = \\ &= -i \int \left\{ \int_0^{E_{\max}} g(E_1) e^{iE_1 t} \varphi^*(E_1, x) dE_1 \right\} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_0^{E_{\max}} g(E_2) e^{-iE_2 t} \varphi(E_2, x) dE_2 \right\} dx, \end{aligned} \quad (54)$$

де $g(E_i)$ — амплітуди пакетів. Результат усереднення є таким:

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= -i\hbar \int dx \int_0^{E_{\max}} dE_1 \int_0^{E_{\max}} dE_2 g(E_1) g(E_2) e^{i(E_1 - E_2)t} \varphi^*(E_1, x) \frac{\partial \varphi(E_2, x)}{\partial x}, \\ \langle x \rangle &= \int dx \int_0^{E_{\max}} dE_3 \int_0^{E_{\max}} dE_4 g(E_3) g(E_4) e^{i(E_1 - E_2)t} x \varphi^*(E_3, x) \varphi(E_4, x). \end{aligned} \quad (55)$$

Підставляючи ці формули у рівняння (53), отримуємо:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_0(x) - E \right) \varphi(E, x) = i\hbar\gamma \cdot \int dx_1 \int dx_2 \int_0^{E_{\max}} dE_1 \int_0^{E_{\max}} dE_2 \int_0^{E_{\max}} dE_3 \int_0^{E_{\max}} dE_4 \times$$

$$\times \frac{g(E_1)g(E_2)g(E_3)g(E_4)g(E'')}{g(E)} (x-x_2) \varphi^*(E_1, x_1) \frac{\partial \varphi^*(E_2, x_1)}{\partial x_1} \varphi^*(E_3, x_2) \varphi(E_4, x_2) \varphi(E'', x). \quad (56)$$

Тут хвильова функція $\varphi(E, x)$ — невідома та її потрібно знайти. Для знаходження такої функції запропоновано ідею — використати метод послідовних наближень як

$$\varphi(x) = \varphi_0(x) + \gamma \cdot \varphi_1(x). \quad (57)$$

Підставляючи таке представлення у рівняння (56), отримаємо:

$$\gamma^0 : \quad \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_0(x) - E_0 \right) \varphi_0(E_0, x) = 0,$$

$$\gamma^1 : \quad \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_0(x) - E_0 \right) \varphi_1(E_0, x) = i \cdot f(x), \quad (58)$$

$$f(x) = \int dx_1 \int dx_2 \int_0^{E_{\max}} dE_1 \int_0^{E_{\max}} dE_2 \int_0^{E_{\max}} dE_3 \int_0^{E_{\max}} dE_4 \frac{g(E_1)g(E_2)g(E_3)g(E_4)g(E'')}{g(E)} \times$$

$$\times (x-x_2) \varphi_0^*(E_1, x_1) \frac{\partial \varphi_0^*(E_2, x_1)}{\partial x_1} \varphi_0^*(E_3, x_2) \varphi_0(E_4, x_2) \varphi_0(E'', x).$$

Звідси видно, що $\varphi_0(E_0, x)$ — розв'язок стаціонарного рівняння Шрьодінгера з потенціалом $V(x)$. Розв'язок для дисипативної корекції $\varphi_1(x)$ має вигляд:

$$\varphi_1(x) = -\varphi_0(x) \cdot \left\{ \frac{2m}{\hbar} \int \frac{\int \varphi_0(x) f(x) dx + C_1}{\varphi_0^2(x)} dx + C_2 \right\}, \quad (59)$$

де C_1, C_2 — постійні інтегрування. Такий підхід застосовано для аналізу тунелювання частинки через прямокутний бар'єр. Після визначення хвильової функції розраховується проникність бар'єра як

$$T = T_0 + \gamma \cdot \Delta T, \quad (60)$$

де T_0 — проникність бар'єра, що задається потенціалом $V(x)$ у стаціонарному рівнянні Шрьодінгера, ΔT — корекція за рахунок врахування дисипативної компоненти $\hat{W}_A(x, t)$.

На прикладі захоплення α -частинки ядром ^{44}Ca проаналізовано загальні властивості дисипативних ефектів при тунелюванні. Виявлено, що включення дисипативної компоненти у потенціал Альбрехта послаблює проникність бар'єра, вплив таких дисипативних сил на тунелювання має осциляційний характер у залежності від енергії α -частинки. Результати цих досліджень опубліковано у роботах [25–27].

У **висновках** сформульовані основні результати дисертації. У **додатках** приведено математичні подробиці моделей, що представлено у основній частині дисертації.

ВИСНОВКИ

Основні наукові висновки дисертаційної роботи полягають у наступному:

1. Побудовано нову квантову теорію гальмівного випромінювання фотонів в ядерних процесах з застосуванням до α -розпаду сферичних та деформованих ядер, розпадів ядер з вильотом протонів, розсіяння протонів та π -мезонів на ядрах, спонтанного та потрійного поділу ядер. Ця теорія є найбільш точною в описі існуючої експериментальної інформації випромінювання гальмівних фотонів у реакціях, вказаних вище. Окремі досягнення такої теорії сформульовано у розділах. Відзначимо наступне:
 - Теорія вперше дозволяє вивчати експериментально деформації ядер у розпадах через аналіз спектрів випромінювання фотонів.
 - Розроблений новий *метод провідної гармоніки* дозволяє суттєво підвищити точність розрахунків матричних елементів випромінювання у задачах, де виникають труднощі у збіжності розрахунків при визначенні спектрів (наприклад, така ситуація виникає у задачах поділу важких ядер).
 - Теорія дозволяє досліджувати динаміку та геометрію вильоту фрагментів при потрійному поділу ядер через аналіз гальмівних фотонів.
 - Теорія єдиним чином описує некогерентне та когерентне випромінювання при розсіянні. Так, у рамках такої єдиної теорії вперше пояснено суттєву роль некогерентного випромінювання фотонів при розсіянні протонів на ядрах та відсутність такого випромінювання при альфа-розпадах ядер (що підтверджується експериментами). Суттєвою частиною теорії є формалізм магнітного випромінювання, аномальних магнітних моментів нуклонів, що складають ядра.
 - Теорія дозволяє вивчати багатонуклонну структуру ядер у альфа-розпадах на основі аналізу гальмівних фотонів.
 - Проведено перші дослідження випромінювання гальмівних фотонів при розсіянні піонів (у пучках) на ядрах. Встановлено, що випромінювання фотонів високих енергій, сформоване за рахунок ядерної частини потенціалів, вносить істотний внесок у повний спектр (це вказує на те, що некулонівську взаємодію можна вивчати експериментально через аналіз вимірювань гальмівних фотонів).
 - У теорії вперше реалізовано підхід до визначення потенціалів взаємодії у розсіянні протонів на ядрах, π -мезонів на ядрах через аналіз гальмівного випромінювання фотонів.

2. Побудовано новий квантово-механічний метод (що було названо *методом багаторазових внутрішніх відбиттів*, або *методом БВВ*) для опису одномірного тунелювання під бар'єром загальної форми та проходження над ним.
 - Метод БВВ є найбільш точним у визначенні проникностей одномірних бар'єрів загальної форми (у порівнянні з іншими підходами).

-
- Метод БВВ (на відміну від інших методів) повністю використовує тести квантової механіки, що дозволяють оцінити коректність формалізму, точність розрахунків.
 - Суттєвою перевагою метода БВВ є його фокус на аналіз бар'єрів довільної форми, що дозволяє вивчати реалістичні потенціали взаємодій у ядерних задачах.
 - Метод БВВ застосовано до опису процесів вильоту протона з ядра (протонний розпад), α -розпаду, α -захоплення, дослідження особливостей злиття. За допомогою такого метода, суттєво покращено опис експериментальних даних вказаних реакцій вище (у деяких випадках більш ніж на порядок у порівнянні з іншими підходами).
 - При описі α -розпаду та оберненого процесу α -захоплення у формалізмі БВВ вперше в єдиному підході об'єднані тунелювання крізь бар'єр та осциляції во внутрішній області ядра. Але такий точний аналітичний розв'язок (отриманий вперше) включає ще один додатковий новий множник, що описує просторовий розподіл α -частинки у межах ядра (його не існувало в підході Гамова до визначення періодів напіврозпадів для альфа-розпадів). На прикладі α -захоплення ядрами ^{44}Ca оцінено роль всіх цих процесів при визначенні ймовірності існування складеного ядра.
 - Метод БВВ перевірено при його застосуванні до задач квантової космології, де використовується ідея тунелювання при описі еволюції Всесвіту на першому етапі. Методом БВВ отримано збіжність розрахунків проникності (та інших відповідних характеристик, з тестами та демонстрацією точності) для бар'єрів зі спадаючим потенціалом у безмежності (такої ситуації немає у задачах розсіювання та розпадів в ядерній фізиці). Виявлено, що метод БВВ описує процеси тунелювання у таких задачах з більш високою точністю у порівнянні з іншими підходами, також пропонує тести.
3. Розроблено новий метод визначення хвильової функції для тунелювання частинки у полі одномірного потенціалу Альбрехта з дисипативною компонентою, що визначається на основі хвильових пакетів. Метод дозволяє управляти інтенсивністю впливу дисипативних сил такого типу на процеси тунелювання завдяки уведеному довільного параметра γ . Для частинки, що тунелює через прямокутний бар'єр, метод визначає проникність у залежності від дисипативного параметра γ . Проаналізовано властивості дисипативних ефектів при тунелюванні на прикладі захоплення α -частинки ядром ^{44}Ca . Виявлено, що (1) включення дисипативної компоненти у потенціал Альбрехта послаблює проникність бар'єра; (2) вплив дисипативних сил такого типу на процес тунелювання має осциляційний характер у залежності від енергії α -частинки.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ РОБІТ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. S. P. Maydanyuk and V. S. Olkhovsky, Does sub-barrier bremsstrahlung in α -decay of ^{210}Po exist? *Prog. Theor. Phys.* **109** (2), 203–211 (2003).
2. S. P. Maydanyuk and V. S. Olkhovsky, Angular analysis of bremsstrahlung in α -decay, *Europ. Phys. Journ.* **A28** (3), 283–294 (2006).
3. G. Giardina, G. Fazio, G. Mandaglio, M. Manganaro, S. P. Maydanyuk, V. S. Olkhovsky, N. V. Eremin, A. A. Paskhalov, D. A. Smirnov, and C. Sacca, Bremsstrahlung emission during α -decay of ^{226}Ra , *Mod. Phys. Lett.* **A23** (31), 2651–2663 (2008).
4. G. Giardina, G. Fazio, G. Mandaglio, M. Manganaro, C. Sacca, N. V. Eremin, A. A. Paskhalov, D. A. Smirnov, S. P. Maydanyuk, and V. S. Olkhovsky, Bremsstrahlung emission accompanying α -decay of ^{214}Po , *Europ. Phys. Journ.* **A36** (1), 31–36 (2008).
5. S. P. Maydanyuk, V. S. Olkhovsky, G. Giardina, G. Fazio, G. Mandaglio, and M. Manganaro, Bremsstrahlung emission accompanying α -decay of deformed nuclei, *Nucl. Phys.* **A823** (1–4), 38–46 (2009).
6. S. P. Maydanyuk, Multipolar approach for description of bremsstrahlung during α -decay and unified formula of the bremsstrahlung probability, *The Open Nucl. Part. Phys. J* **2**, 17–33 (2009).
7. С. П. Майданюк, Мультипольний підхід до опису гальмівного випромінювання при α -розпаді, *Журн. Фіз. Досл.* **13** (№ 3), 3201 (2009).
8. S. P. Maydanyuk, V. S. Olkhovsky, G. Mandaglio, M. Manganaro, G. Fazio, and G. Giardina, Bremsstrahlung emission of high energy accompanying spontaneous of ^{252}Cf , *Phys. Rev.* **C82** (1), 014602 (2010).
9. S. P. Maydanyuk, Multipolar model of bremsstrahlung accompanying proton decay of nuclei, *Jour. Phys.* **G38** (8), 085106 (2011).
10. S. P. Maydanyuk, Model for bremsstrahlung emission accompanying interactions between protons and nuclei from low energies up to intermediate energies: Role of magnetic emission, *Phys. Rev.* **C86** (1), 014618 (2012).
11. S. P. Maydanyuk and P.-M. Zhang, New approach to determine proton-nucleus interactions from experimental bremsstrahlung data, *Phys. Rev.* **C91** (2), 024605 (2015).

-
12. S. P. Maydanyuk, P.-M. Zhang, and L.-P. Zou, New approach for obtaining information on the many-nucleon structure in α decay from accompanying bremsstrahlung emission, *Phys. Rev.* **C93** (1), 014617 (2016).
 13. S. P. Maydanyuk, P.-M. Zhang, and L.-P. Zou, Manifestation of the important role of nuclear forces in the emission of photons in pion scattering off nuclei, *Phys. Rev.* **C98** (5), 054613 (2018).
 14. X. Liu, S. P. Maydanyuk, P.-M. Zhang, and L. Liu, First investigations of hypernuclei in reactions via analysis of bremsstrahlung photons, *Phys. Rev.* **C99** (6), 064614 (2019).
 15. S. P. Maydanyuk, P.-M. Zhang, and L.-P. Zou, Nucleon microscopy in proton-nucleus scattering via analysis of bremsstrahlung emission, *Phys. Rev.* **C99** (6), 064602 (2019).
 16. F. Cardone, S. P. Maydanyuk, R. Mignani, and V. S. Olkhovsky, Multiple internal reflections during particle and photon tunneling, *Found. Phys. Lett.* **19** (5), 441–457 (2006).
 17. С. П. Майданюк, С. В. Бельчиков, Проблема проникності бар'єрів у задачі протонного розпаду: повністю квантовий підхід та початкові умови розпаду, *Журн. Фіз. Досл.* **14** (4), 4002 (2011).
 18. S. P. Maydanyuk and S. V. Belchikov, Problem of nuclear decay by proton emission in fully quantum consideration: Calculations of penetrability and role of boundary condition, *Journ. Mod. Phys.* **2** (6), 572–585 (2011).
 19. С. П. Майданюк, С. В. Бельчиков, Метод багаторазових внутрішніх відбиттів як засіб визначення ймовірностей злиття в задачах захоплення альфа-частинок ядрами, *Журн. Фіз. Досл.* **18** (1), 1001 (2011).
 20. S. P. Maydanyuk, P.-M. Zhang, and S. V. Belchikov, Quantum design using a multiple internal reflections method in a study of fusion processes in the capture of alpha-particles by nuclei, *Nucl. Phys.* **A940**, 89–118 (2015).
 21. S. P. Maydanyuk, P.-M. Zhang, and L.-P. Zou, New quasibound states of the compound nucleus in α -particle capture by the nucleus, *Phys. Rev.* **C96** (1), 014602 (2017).
 22. S. P. Maydanyuk, Wave function of the Universe in the early stage of its evolution, *Europ. Phys. Journ.* **C 57** (4), 769–784 (2008).

-
23. S. P. Maydanyuk, A fully quantum method of determination of penetrability and reflection coefficients in quantum FRW model with radiation, *Int. Journ. Mod. Phys. D19* (4), 392–435 (2010).
24. S. P. Maydanyuk, Resonant structure of the early-universe space-time, *Eur. Phys. Journ. Plus* **126** (8), 76–94 (2011).
25. В. С. Ольховский, С. П. Майданюк, Э. Реками, О несамосопряженных операторах в описании наблюдаемых в квантовой теории и ядерной физике, ЭЧАЯ **41** (Вып. 4), 951–995 (2010) [Eng.: *Physics of Particles and Nuclei* **41** (4), 508–530 (2010)].
26. E. Recami, V. S. Olkhovsky, and S. P. Maydanyuk, On non-selfadjoint operators for observables in quantum mechanics and quantum field theory, *Int. Journ. Mod. Phys. A25* (9), 1785–1818 (2010).
27. С. П. Майданюк, Тунелювання крізь бар'єри Альбрехта з дисипативними компонентами, *Журн. Фіз. Досл.* **19** (3), 3001 (2015).
28. S. P. Maydanyuk, SUSY-hierarchy of one-dimensional reflectionless potentials, *Annals Phys.* **316** (2), 440–465 (2005).
29. S. P. Maydanyuk and S. V. Belchikov. Bremsstrahlung in alpha-decay: Angular analysis of spectra. The II Conference on High Energy Physics, Nuclear Physics and Accelerator Physics. 1–5 March 2004, Kharkiv (Ukraine). *Prob. At. Sci. Tech.. Ser.: Nucl. Phys. Inv.* **44** (5), 19–21 (2004).
30. G. Mandaglio, M. Manganaro, G. Giardina, G. Fazio, C. Sacca, S. P. Maydanyuk, V. S. Olkhovsky, N. V. Eremin, A. A. Paskhalov, and D. A. Smirnov, Radiation of bremsstrahlung accompanying the α -decay of heavy nuclei. *Radiation Effects and Defects in Solid* **164** (5–6), 283–286 (2009).
31. S. P. Maydanyuk, V. S. Olkhovsky, G. Giardina, G. Fazio, G. Mandaglio, and M. Manganaro, Bremsstrahlung emission accompanying decays and spontaneous fission of heavy nuclei. The International Conference “*Nuclear reactions on nucleons and nuclei*”. 5–9 October 2009, Messina (Italy). *Int. Journ. Mod. Phys. E19* (5), 1189–1196 (2010).
32. S. P. Maydanyuk, V. S. Olkhovsky, G. Mandaglio, M. Manganaro, G. Fazio, and G. Giardina, Bremsstrahlung emission of photons accompanying ternary fission of ^{252}Cf . The International Symposium “*Quasifission Process in Heavy Ion Reactions*”. 8–9 November 2010, Messina (Italy). *Journ. Phys.: Conf. Ser.* **282**, 012016 (2011).
33. S. P. Maydanyuk, Quantum method of determination of penetrability in FRW model with radiation. The Humboldt-Kolleg “Humboldt Cosmos: Science and Society”,

-
- HCS2-Kiev2009. 19–22 of November 2009, Kiev (Ukraine). *Visn. Kiev. Univ., Ser.: Fiz. Mat. Nauk.* **3**, 47–52 (2010).
34. S. P. Maydanyuk, New exactly solvable reflectionless potentials of Gamov's type. The XXXII Winter School of Physics. 22 February – 2 March 2005. ITEP, Moscow (Russia). *Surveys in High Energy Physics* **19** (3–4), 175–192 (2004).
35. S. P. Maydanyuk, One-dimensional inverse power reflectionless potential $V(x) = |x-x_0|^{-n}$. The II Conference on High Energy Physics, Nuclear Physics and Accelerator Physics. 1–5 March 2004, Kharkov (Ukraine). *Prob. At. Scienc. Tech. Ser: Nucl. Phys. Inv.* **44** (5), 22–25 (2004).
36. S. P. Maydanyuk, Quantum mechanics of nuclear decays. Chapter in book “*Nuclear Science of the Series: Energy Science and Technology*” (Studium Press LLC, USA, 2014), **4**, 428 [33 pages].
37. S. P. Maydanyuk, A. Del Popolo, V. S. Olkhovsky, and E. Recami, A Fully Quantum Model of Big Bang. Chapter in book “*Quantum Mechanics*” (Intech Press, Edited by M. R. Pahlavani, 2012).
38. S. P. Maydanyuk and V. S. Olkhovsky, Full Quantum Study of the FRW Model with Radiation and Chaplygin Gas. Chapter in book “*The Big Bang: Theory, Assumptions and Problems*”, pp. 185–196 (Nova Publisher, Jason R. O'Connell and Alice L. Hale Ed., ISBN: 978-1-61324-577-4, 2012).
39. V. S. Olkhovsky, E. Recami, and S. P. Maydanyuk, Time as Quantum Observable, Canonical Conjugated to Energy. Chapter in book “*Measurements in Quantum Mechanics*” (InTech Press, Edited by M. R. Pahlavani, 2012).
40. S. P. Maydanyuk, *Nuclear bremsstrahlung: methods of quantum mechanics and electrodynamics in tasks of emission of photons* (Palmarium Academic Publishing, Saarbrucken, 2012), 148 p.

АНОТАЦІЯ

Майданюк С. П. Квантова теорія гальмівного випромінювання фотонів у ядерних процесах. — Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук по спеціальності 01.04.16 — фізика ядра, елементарних частинок і високих енергій. — Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, 2020.

Представлено нову квантову теорію випромінювання гальмівних фотонів у α -розпаді сферичних та деформованих ядер, розпаді ядер з вильотом протонів, розсіянні протонів та π -мезонів на ядрах, спонтанному та потрійному поділах ядер. Теорія вперше через аналіз експериментальних спектрів фотонів дозволяє вивчати деформації ядер у α -розпадах, динаміку та геометрію потрійного поділу, визначає параметри ядерної взаємодії для розсіяння протонів на ядрах. Теорія єдиним чином описує некогерентне та когерентне, електричне та магнітне випромінювання, включає аномальні магнітні моменти нуклонів у ядрах, вперше застосована до потрійного поділу та розсіяння піонів (у пучках) на ядрах.

Побудовано новий метод багаторазових внутрішніх відбиттів (БВВ) для опису одномірного тунелювання під бар'єром загальної форми та проходження над ним з надвисокою точністю. Метод БВВ суттєво покращує опис експериментальних даних вильоту протона з ядра, α -розпаду, α -захоплення, вивчає злиття. Для α -розпаду та α -захоплення у формалізмі БВВ вперше об'єднані тунелювання крізь бар'єр та осциляції во внутрішній області ядра, а також існує додатковий новий множник, що описує розподіл α -частинки у межах ядра (його не існує в підході Гамова до визначення періодів напіврозпадів). Методом БВВ розраховано проникності бар'єрів у задачах квантової космології з тунелюванням. Побудовано новий метод опису тунелювання для потенціалу Альбрехта з дисипацією.

Ключові слова: гальмівне випромінювання, розсіяння піонів на ядрах, розсіяння протонів на ядрах, розпад ядра з вильотом протона, α -розпад, α -захоплення, злиття, спонтанний поділ, потрійний поділ, метод багаторазових внутрішніх відбиттів, дисипація Альбрехта.

АННОТАЦИЯ

Майданюк С. П. Квантовая теория тормозного излучения фотонов в ядерных процессах. — Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.16 — физика ядра, элементарных частиц и высоких энергий. — Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев, 2020.

Представлена новая квантовая теория излучения тормозных фотонов в α -распадах сферических и деформированных ядер, распадах ядер с вылетом протонов, рассеянии протонов и π -мезонов на ядрах, спонтанном и тройном разделении ядер. Теория впервые через анализ экспериментальных спектров фотонов позволяет изучать деформации ядер в α -распадах, динамику и геометрию тройного деления, определяет параметры ядерного взаимодействия для рассеяния протонов на ядрах. Теория единым образом описывает некогерентное и когерентное, электрическое и магнитное излучение, включая аномальные магнитные моменты нуклонов в ядрах, впервые разработана для рассеяния пионов (в пучках) на ядрах, тройного деления.

Разработан новый метод многократных внутренних отражений (МВО) для описания одномерного туннелирования под барьером произвольной формы и прохождения над ним с высокой точностью. Метод МВО значительно улучшает описание экспериментальных данных для вылета протона с ядра, α -распада, α -захвата, позволяет изучать слияние. Для α -распада и α -захвата формализм МВО впервые объединяет осцилляции во внутренней области ядра и туннелирование, а также включает новый множитель, описывающий распределение α -частицы в области ядра (его нет в подходе Гамова к определению периодов полураспадов). Методом БВВ рассчитаны проницаемости барьеров с тестами в задачах квантовой космологии с туннелированием. Построен новый метод описания туннелирования для потенциала Альбрехта с диссипацией.

Ключевые слова: тормозное излучение, рассеяние пионов на ядрах, рассеяние протонов на ядрах, распад ядра с вылетом протона, α -распад, α -захват, слияние, спонтанное деление, тройное деление, метод многократных внутренних отражений, диссипация Альбрехта.

ABSTRACT

Maydanyuk S. P. Quantum theory of bremsstrahlung emission of photons in nuclear processes. — Manuscript.

Thesis for the scientific degree of Doctor of Sciences in Physics and Mathematics by specialty 01.04.16 — physics of nucleus, elementary particles and high energies. – Institute of Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2020.

The dissertation proposes a new quantum theory of emission of bremsstrahlung photons in nuclear processes and new methods of quantum mechanics for nuclear scattering and decays. The theory of bremsstrahlung photons is developed for α decay of spherical and deformed nuclei, nuclear decay with emission of protons, scattering of protons and π -mesons on nuclei, spontaneous and ternary fissions of nuclei. This theory is in the most accurate agreement with experimental information of photons for reactions indicated above. At first time, on the basis of analysis of experimental bremsstrahlung this theory allows to study deformation of nuclei in decays, dynamics and geometry of emission of fragments in the ternary fission. In unified way, the theory describes incoherent and coherent, electric and magnetic bremsstrahlung, including the anomalous magnetic moments of nucleons in nuclei. Presence of incoherent bremsstrahlung in proton-nucleus scattering and absence of this type of bremsstrahlung in α decay of nuclei are explained in frameworks of unified formalism (that is confirmed by experiments). The first investigation of bremsstrahlung in scattering of pions (in beams) on the nuclei has been performed. It is established that the bremsstrahlung of high-energetic photons formed due to nuclear part of potential makes a significant contribution to the full spectrum. The theory extracts parameters of nuclear interactions in scattering of protons and π -mesons on nuclei from analysis of the bremsstrahlung spectra.

A new quantum-mechanical method (called as method of Multiple Internal Reflections or method MIR) is developed to describe a one-dimensional tunneling under a barrier of arbitrary shape and propagation above it. The method MIR determines a penetrability of the barriers with the highest accuracy in comparison with other methods. Advance of that approach is its focus of analysis of the barriers with arbitrary shape, that allows to investigate realistic potentials with interactions in problems of nuclear physics. Unlike other methods, the method MIR provides tests of quantum mechanics to control correctness and accuracy of calculations. This method is applied for decays of nuclei with emission of proton (proton decay of nucleus), α decay, α capture, fusion in last process. The method MIR improves essentially description of experimental data for these processes (in comparison with results obtained in frameworks of other approaches).

At first time, unified formalism MIR provides joint description of tunneling through the barrier and oscillations inside the internal spatial region of nucleus for α decay and α capture. This exact analytical solution includes also one additional new factor, that describes space distribution of α particle inside nuclear region (that factor does not exist in Gamow's formalism in determination of half-lives for α decays). A role of such processes is

estimated on example of α capture by nucleus ^{44}Ca in determination of probability of existence of compound nucleus.

As additional independent test of method MIR, that formalism is applied for a problem of quantum cosmology, where idea of tunneling is investigated in description of evolution of Universe in the first stage. The method MIR is applied for the Friedmann - Robertson - Walker model with quantization in the presence of positive cosmological constant, radiation and the generalized Chaplygin gas. Convergence of calculations of penetrability (and other quantum mechanical characteristics with tests and demonstration of accuracy of calculations) of the barrier with decreasing potentials at asymptotic region are obtained by the MIR formalism for that model (such shapes of potentials are not used in nuclear scattering problems). Analysis has shown high accuracy of the method MIR in determination of quantum characteristics in comparison with other approaches. The method MIR introduces tests of quantum mechanics (not used in other approaches) to problems of quantum cosmology.

A new quantum-mechanical method describing tunneling in the Albrecht potential with dissipative term defined on the basis of packets is constructed. Method controls intensity of dissipation of such a type via dissipative parameter γ . Influence of dissipative forces on tunneling is investigated for α capture by nucleus ^{44}Ca . It is found that (1) inclusion of dissipation to the formalism suppresses tunneling and decreases penetrability of the barrier; (2) influence of dissipation on tunneling has oscillating behavior in dependence on energy of α -particle.

Key words: bremsstrahlung, scattering of pions off nuclei, scattering of protons off nuclei, decay of nucleus with emission of proton, α decay, α capture, fusion, spontaneous fission, ternary fission, method of multiple internal reflections, dissipation of Albrecht.

Майданюк Сергій Петрович

Квантова теорія гальмівного випромінювання фотонів у ядерних процесах
(Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора
фізико-математичних наук.)

Інститут ядерних досліджень НАН України
03680, Київ-28, просп. Науки, 47