

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»**

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ЯДЕРНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ЖАБА ВІКТОР ІВАНОВИЧ

УДК 539.12.01

ДИСЕРТАЦІЯ

**ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ І ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ПРОЦЕСІВ ЗА УЧАСТЮ ДЕЙТРОНА**

01.04.16 – фізика ядра, елементарних частинок і високих енергій

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ В.І. Жаба

Науковий керівник:
Гайсак Іван Іванович
кандидат фіз.-мат. наук,
доцент

Київ – 2021

АНОТАЦІЯ

Жаба В.І. Хвильова функція і поляризаційні характеристики процесів за участю дейтрона. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук (доктора філософії) за спеціальністю 01.04.16 «Фізика ядра, елементарних частинок і високих енергій». – Державний вищий навчальний заклад «Ужгородський національний університет»; Інститут ядерних досліджень Національної академії наук України, Київ, 2021.

Дисертаційна робота присвячена вивченню нуклон-нуклонного розсіяння та аналізу впливу форми хвильової функції дейтрона (ХФД) в координатному представленні на розрахунки поляризаційних характеристик процесів за участю дейтрона. У дисертації представлено огляд результатів застосуванню таких підходів як метод фазових функцій (МФФ) для пошуку фазових зсувів NN -розсіяння; потенціальна модель для аналізу структури радіальної ХФД; моделі імпульсного наближення плоских хвиль (ІНПХ) та обміну ω -мезоном для оцінки поляризаційних характеристик реакції $A(d,d')X$ та ін. У більшості чисельних розрахунків використовувались потенціали Аргоннської та Неймегенської груп.

У роботі приведено детальний огляд основних груп потенціалів NN -взаємодії. Зокрема описано феноменологічні потенціали, моделі бозонного обміну, потенціали в рамках ефективної теорії поля та моделі, що базуються на квантовій хромодинаміці.

Обґрунтовано вибір МФФ для отримання фаз одно- і двоканального розсіяння. Зазначено, що саме цей метод дозволяє застосовувати такі рівняння, що безпосередньо пов'язують фази й амплітуди розсіяння з NN - потенціалом, не знаходячи при цьому хвильові функції як розв'язки рівняння Шредінгера.

Для одноканального розсіяння проаналізовано асимптотику хвильової функції для слабо і сильно сингулярних потенціалів. Для двоканального розсіяння у загальній формі описано рівняння для асимптотики фазової функції.

Для одноканального випадку за допомогою МФФ чисельно отримано фазові зсуви NN - розсіяння для потенціалів Argonne v18, Nijm I, Nijm II,

Nijm93, Reid93. По розрахованим фазовим зсувам обчислено повний переріз та скалярну амплітуду, значення яких мало відрізняються від величин, отриманих по відомим фазам в інших роботах. Порівняно результати розрахунків фазових зсувів по МФФ з фазовими зсувами для інших потенціальних моделей і з експериментальними даними для фазового аналізу SP07.

Для ряду потенціалів (Argonne v18, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, OSBER, Idaho-A, CD-Bonn, WJC-2, N³LO та модельних потенціалів бази даних Granada-2013) здійснена апроксимація фаз *np*- розсіяння за допомогою квадратичної функції параболічного типу Долгополова–Мініна–Работкіна. Отримані коефіцієнти цієї апроксимаційної функції можуть бути застосовані для розрахунку фази розсіяння в будь-якій точці енергетичного інтервалу 1–350 MeV для цих потенціалів, а також оцінки величин залежних від фази.

За допомогою параметризації Стаппа проведено пошук фаз розсіяння і параметра змішування для зв'язаних каналів 3S_1 – 3D_1 . Для потенціалу Reid68 розрахунки параметра змішування дають гладку поведінку від енергії як і в інших роботах.

Проаналізовано основні аналітичні форми ХФД в координатному та імпульсному представленнях. Вказано наявність та причини надлишкового вузла ХФД. Наявність вузлів у ХФД свідчить про неузгодженості і неточності в реалізації чисельних алгоритмів в розв'язанні подібних задач, а також пов'язана з особливостями потенціальних моделей для опису дейтрона.

У рамках потенціальної моделі проаналізовано структуру радіальної ХФД. Показано, що фізичний розв'язок крайової задачі можна побудувати із двох незалежних розв'язків зв'язаної системи рівнянь Шредінгера, асимптотика яких визначається повним моментом системи та поведінкою тензорного потенціалу на початку координат. Наявність такої обумовленості асимптотики від виду тензорного потенціалу суттєво відрізняє задачу із зв'язаними каналами від задачі з одиночним рівнянням Шредінгера. Вибір хибної асимптотики радіальних канальних функцій може генерувати надлишкові вузли ХФД.

Враховуючи асимптотику біля початку координат, чисельно розраховані ХФД в координатному представленні для потенціалів Юкави, Reid93 і Argonne

v18 не містять надлишкових вузлів. По отриманих ХФД розраховано імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні.

Для апроксимації ХФД в координатному представленні запропоновано дві нові аналітичні форми у вигляді добутку степеневі функції r^n на суму експоненціальних членів $A_i * \exp(-a_i * r^3)$. Отримані по цим формам ХФД з відповідними коефіцієнтами розкладу для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 не містять надлишкових вузлів. Розраховані статичні параметри дейтрона добре узгоджуються з експериментальними і теоретичними даними. Крім цього, застосовано елементарні гаусові розклади і функції Лагерра для апроксимації ХФД в координатному представленні. Вказані способи одержання ХФД забезпечують коректну асимптотику поблизу початку координат. Табличні значення коефіцієнтів ХФД для цих потенціалів можуть бути використані для чисельних розрахунків фізичних величин, які залежать від ХФД.

Аналіз впливу відсутності чи наявності вузлів ХФД в координатному представленні на поведінку величин розподілу густини в дейтроні та густини переходу показує, що форма ХФД впливає на форму цих величин. Розрахунки розподілу густини $\rho_d^{M_d}$ і густини переходу $\rho_{tr}^{\pm 1}$ для різних ХФД можуть допомогти оцінити коректність вибору конкретної аналітичної форми для апроксимації ХФД.

Проаналізовано теоретичні принципи одержання формфакторів, структурних функцій дейтрона і дейтронних поляризацій та їх експериментальні дані провідних колаборацій та оглядів.

Аналогічно до роботи М.Н. Платонової і В.І. Кукуліна знайдено вирази для сферичних $S_0^{(i)}$ і квадрупольних $S_2^{(i)}$ формфакторів, які визначаються через коефіцієнти аналітичних форм ХФД в координатному представленні. Це дозволяє визначати асимптотики при великих значеннях імпульсу та спростити розрахунок зарядового G_C , квадрупольного G_Q і магнітного G_M формфакторів дейтрона та функції електричної структури $A(p)$ при застосуванні оригінального дипольного наближення для нуклонних формфакторів.

Розраховано дейтронні формфактори G_C , G_Q , G_M та структурні функції A і B та порівняно їх з експериментальними даними. При великих значеннях імпульсу

асимптотики формфакторів дейтрона визначаються коефіцієнтами аналітичних форм ХФД, ізоскалярними нуклонними формфакторами та імпульсом. Для функції електричної структури $A(p)$ продемонстровано основні теоретичні форми асимптотичної поведінки та апроксимації по експериментальним даним і порівняно їх з експериментом провідних колаборацій. Крім підходу в КХД, для розглянутих випадків асимптотика для $A(p)$ представлена у формі степеневі функції p^{-n} . Положення нуля формфакторів дейтрона і функції магнітної структури $B(p)$ порівняно з близькими значеннями для інших потенціальних моделей.

Апроксимація експериментальних даних відношення структурних функцій B/A здійснена за допомогою паде-апроксиманти. Також запропонована нова апроксимаційна форма для B/A при переданих імпульсів $p < 7.5 \text{ fm}^{-1}$ з врахуванням відношень для формфакторів дейтрона G_C (G_Q) і G_M . Приведено результати шести модельних розрахунків та відповідні значення коефіцієнтів для цих апроксимаційних формул.

На основі одержаних коефіцієнтів форм ХФД для вказаних потенціалів представлено результати теоретичних розрахунків векторних t_{10} , t_{11} і тензорних t_{20} , t_{21} , t_{22} дейтронних поляризацій. При порівнянні отриманих теоретичних значень t_{20} з експериментальними даними спостерігається хороше узгодження в області імпульсів $p = 1-4 \text{ fm}^{-1}$. Приведено чисельні значення позиції нуля тензорних поляризацій t_{20} і t_{21} та порівняно їх із результатами для інших потенціальних моделей і апроксимацій.

Отримані величини поляризаційних характеристик дейтрона (компоненти тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} , поляризаційної передачі κ_0 , тензорної аналізуючої здатності A_{yy} , тензор поляризованої мішені R_T-1 , тензор асиметрії A_{zz} та ін.) є співрозмірними з раніше опублікованими.

По ХФД для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18, OBERC, MT і Paris розраховано кутову асиметрію повного набору дейтронних поляризацій t_{ij} і Борнівські значення векторних A_B^L , A_B^T та тензорних A_B^{LL} , A_B^{TT} , A_B^{LT} асиметрій в пружному ed -розсіянні в лептонних змінних. Імпульсно-кутова

залежність значень поляризацій $t_{1i}(p, \theta_e)$ і $t_{2i}(p, \theta_e)$, асиметрій $A_B^i(p, \theta)$ і $A_B^{ij}(p, \theta)$ та компонент τ_{2M} для диференціального перерізу з урахуванням поляризаційних ефектів оцінена у 3D форматі для потенціалу Reid93.

Представлено результати кутової асиметрії для дейтронних поляризацій t_{ij} та імпульсної асиметрії для векторних поляризацій t_{1i} . Досліджено вплив чотирьох апроксимацій ХФД (для потенціалу Reid93) на результати чисельних розрахунків тензорної поляризації t_{20} . В пружному dp - розсіянні назад у рамках методу інваріантної амплітуди проведено розрахунок тензорної аналізуючої здатності T_{20} і поляризаційної передачі κ_0 . Порівнюються значення κ_0 та кореляції κ_0 - T_{20} з експериментальними даними. Представлено імпульсну асиметрію тензорних аналізуючих здатностей T_{20} і T_{22} , які характеризують фотонародження негативного π -мезона в реакції $\gamma(d, \pi^-)pp$. Спостерігається симетрія величин T_{20} і T_{22} відносно кута 90° . Відношення R для векторної P_x і тензорної P_{xz} поляризацій характеризується кутовою асиметрією.

Отже, поряд з « A_y загадкою» залишаються актуальними теоретичні та експериментальні дослідження інших поляризаційних характеристик для процесів за участю дейтрона, для яких наявна як кутова, так й імпульсна асиметрія.

Обчислені значення тензорної A_{yy} і векторної A_y аналізуючих здатностей для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18, Paris, CD-Bonn, MT порівнюються з експериментальними даними в t - масштабуванні для $A(d, d')X$ - реакції на водню, вуглеці та берилію і даними процесів $e^- + d \rightarrow e^- + d$ та $p(d, d')X$. Для теоретичного опису застосовано формалізм в моделях ІНПХ та обміну ω -мезоном. В ІНПХ також обчислено теоретичні значення тензор-тензорної K_{yy} та вектор-векторної K_y передач поляризації, а в підході обміну ω -мезоном – векторні (тензорні) коефіцієнти передачі поляризації $k_a^{a'}$ ($k_{aa}^{a'a'}$). В рамках моделі обміну ω -мезоном приведені результати A_{yy} для Ропер- резонансу та алгебраїчної колективної моделі. Задовільність теоретичних оцінок аналізуючих здатностей їх експериментальним даним в різних областях t -

масштабування детально проаналізовано в залежності від застосованої моделі опису $A(d,d')X$ - реакції та вибору потенціальної моделі. Обговорюється подальше застосування одержаних поляризаційних спостережуваних.

Для лептон-дейтронного розсіяння в наближенні нульової маси лептона оцінена імпульсно-кутова залежність коефіцієнтів спінової кореляції $C_{xz}^{(0)}$, $C_{zz}^{(0)}$ та тензорних асиметрій $A_{xx}^{(0)}$, $A_{xz}^{(0)}$, $A_{zz}^{(0)}$ у 3D форматі для ХФД потенціалу Reid93. Застосування отриманих величин дозволяє краще пояснити і проілюструвати закономірності пружного лептон-дейтронного розсіяння.

Одержані теоретичні результати для поляризаційних спостережуваних у процесах за участю дейтрона слугують прогнозуванням для їх експериментального визначення. На підставі результатів для поляризаційних характеристик можна отримати певну інформацію про електромагнітну структуру дейтрона і диференціальний переріз подвійного розсіяння. Використовуючи обчислені дейтронні поляризації $t_{ij}(p)$, при відомих тензорній і векторній аналізуючих здатностях можна більш детально вивчити явище поляризації розсіяних назад електронів і дейтронів.

Ключові слова: потенціал, розсіяння, фазовий зсув, метод фазових функцій, зв'язані канали, дейтрон, хвильова функція, асимптотика, вузол, аналітична форма, поляризаційні спостережувані, формфактор, тензорна поляризація, асиметрія.

ABSTRACT

Zhaba V.I. Wave function and polarization characteristics of processes with the participation of deuteron. – Qualifying scientific paper, manuscript.

Thesis for Science Candidate Degree in Physics and Mathematics (Philosophy Doctor) by specialty 01.04.16 «Physics of Nucleus, Elementary Particles and High Energies». – State Higher Educational Institution «Uzhgorod National University»; Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2021.

The thesis is devoted to the study of nucleon- nucleon scattering and the analysis the influence of the form of the deuteron wave function (DWF) in coordinate representation on the calculations of the polarization characteristics of processes with

the participation of deuteron. The thesis provides an review of the results of applying such approaches as the variable phase approach (VPA) to search for NN - scattering phase shifts; a potential model for analyzing the structure of radial DWF; plane-wave impulse approximation (PWIA) and ω -meson exchange models to estimate the polarization characteristics of $A(d,d')X$ reaction and others. The potentials of the Argonne and Nijmegen groups were used in most numerical calculations.

The paper gives a detailed review of the main groups of NN - interaction potentials. Specifically, phenomenological potentials, boson exchange models, potentials within effective field theory and models based on quantum chromodynamics are described.

The choice of VPA for obtaining phases of single- and two-channel scattering is substantiated. It is indicated that this method allows to apply such the equations directly connecting the phases and scattering amplitudes with the NN - potential without finding the wave functions as solutions of Schrödinger equation.

For single-channel scattering are analyzed the asymptotics of the wave function for weakly and strongly singular potentials. The equation for phase function asymptotics is described for two-channel scattering in a general form.

The phase shifts of a NN - scattering for Argonne v18, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 potentials have been calculated numerically using VPA for a single-channel case. The full cross-section and scalar amplitude has been calculated using the obtained phase shifts. These results are not very different from those obtained by using the known phases published in literature. We have compared the calculation results of the phase shifts using VPA with the phase shifts for other potential models and the experimental data for phase analysis SP07.

For the list of potentials (Argonne v18, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, OSBEP, Idaho-A, CD-Bonn, WJC-2, N^3 LO and model potentials of the Granada-2013 database) the approximation of np - scattering phases was carried out using the parabolic-type quadratic function Dolgoplov–Minin–Rabotkin's. The obtained coefficients of this approximation function can be applied to calculate the scattering phase at any point in the energy interval of 1–350 MeV for these potentials, as well as to estimate the phase-dependent values.

The search for the scattering phases and the mixing parameter for coupled channels 3S_1 – 3D_1 were performed using the Stapp parameterization. For Reid68 potential of the calculations of the mixing parameter give a smooth energy behavior as in other papers.

The main analytical forms of DWF in coordinate and momentum representations are analyzed. The presence and causes of superfluous knots for DWF are indicated. The presence of knots in DWF indicates inconsistencies and inaccuracies in the implementation of numerical algorithms in solving similar problems, and also related to features of potential models for the description of a deuteron.

The structure of the radial DWF is analyzed within the framework of the potential model. It is shown that the physical solution of the boundary problem can be constructed by two independent solutions of a coupled system of Schrödinger equations, the asymptotics of which are determined by the total moment of the system and the behavior of the tensor potential at the origin of the coordinates. The presence of such conditionality of asymptotic by the form of the tensor potential significantly differentiates the problem with coupled channels from the problem with a single Schrödinger equation. The choice of false asymptotic for radial channel functions can generate superfluous knots of DWF.

Given the asymptotics at the origin of the coordinates, the numerically calculated DWF in the coordinate representation for Yukawa, Reid93, and Argonne v18 potentials do not contain superfluous knots. The nucleon momentum distribution in the deuteron is calculated by obtained DWF.

New analytical forms as a product of power function r^n by the sum of the exponential terms $A_i \exp(-a_i r^3)$ are proposed for approximate the DWF in the coordinate representation. Obtained by these forms of DWFs with the corresponding expansion coefficients for of Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 and Argonne v18 potentials do not contain superfluous knots. The calculated static deuteron parameters agree well with experimental and theoretical data. In addition, elementary Gaussian expansion and Laguerre functions are applied to approximate for DWF in the coordinate representation. These methods of obtaining DWFs provide correct asymptotics near the origin of the coordinates. The tabulated values of coefficients of

DWFs for these potentials can be used for numerical calculations of the physical quantities that depend on DWF.

Impact analysis of the absence or presence of knots for DWF in the coordinate representation on the behavior of the values of the density distribution in the deuteron and the transition density shows that the shape of DWF affects the form of these quantities. Calculations of the density distribution $\rho_d^{M_d}$ and the transition density $\rho_{tr}^{\pm 1}$ for different DWFs can help evaluate the correctness of the choice of a particular analytical form for DWF approximation.

Theoretical principles of obtaining form factors, structure functions of deuteron and deuteron polarizations and their experimental data of the modern collaborations and reviews are analyzed.

Similarly to paper of N.N. Platonova and V.I. Kukulkin was found expressions for spherical and quadrupole form factors, which are determined by the coefficients of analytical forms of DWFs in the coordinate representation. This makes it possible to determine asymptotics at large momentum values and to simplify the calculation of the charge G_C , quadrupole G_Q and magnetic G_M deuteron form factors and the electric structure function $A(p)$ when using the original dipole approximation for the nucleon form factors.

The deuteron form factors G_C , G_Q , G_M and the structure functions A and B were calculated and compared with the experimental data. At large momentum values the asymptotics of the deuteron form factors are determined by the coefficients of the analytical forms of DWF, isoscalar nucleon form factors and the momentum. For electric structure function $A(p)$, the basic theoretical forms of asymptotic behaviour and approximations according to the experimental data and in comparison with the experiment of the leading collaborations are demonstrated. In addition to the QCD approach, the asymptotic for $A(p)$ is represented in the form of the power function p^{-n} . Positions of the zero for the deuteron form factors and the magnetic structure function $B(p)$ are compared with similar values for other potential models.

The approximation of the experimental data for the ratio of the structure functions B/A is carried out using the Pade approximant. A new approximation form for B/A for

transmitted momentum $p < 7.5 \text{ fm}^{-1}$ is also proposed when taking into account the relations for G_C (G_O) and G_M deuteron form factors. The results of six model calculations and the corresponding coefficients for these approximation formulas are given.

The results of theoretical calculations of vector t_{10} , t_{11} and tensor t_{20} , t_{21} , t_{22} deuteron polarizations have been presented based on the obtained coefficients of DWF forms for the indicated potentials. When comparing the theoretical values of t_{20} with the experimental data, there is good agreement in the range momentums $p=1-4 \text{ fm}^{-1}$. The numerical values of the position of the zero for tensor polarizations t_{20} and t_{21} are presented and compared with the results for other potential models and approximations.

The obtained values of the polarization characteristics of the deuteron (components of the tensor sensitivity to polarization of deuterons T_{20} , polarization transmission κ_0 , tensor analyzing power A_{yy} , tensor polarized target R_T-1 , tensor asymmetry A_{zz} , etc.) are comparable with earlier published results.

By DWFs for Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18, OBEPc, MT and Paris potentials were calculated the angular asymmetry for the full set of deuteron polarizations t_{ij} and Born values of the vector A_B^L , A_B^T and tensor A_B^{LL} , A_B^{TT} , A_B^{LT} asymmetries in elastic ed - scattering in leptonic variables. The momentum-angular dependence of the values of polarizations $t_{1i}(p, \theta_e)$ and $t_{2i}(p, \theta_e)$, asymmetries $A_B^i(p, \theta)$ and $A_B^{ij}(p, \theta)$, and the component τ_{2M} for the differential cross-section taking into account the polarization effects is estimated in 3D format for Reid93 potential.

The results of angular asymmetry for deuteron polarizations t_{ij} and momentum asymmetry for vector polarizations t_{1i} are presented. The influence of four DWF approximations (for the Reid93 potential) on the results of numerical calculations of tensor polarization t_{20} is investigated. In backward elastic dp - scattering within the framework of the invariant amplitude method, the tensor analyzing power T_{20} and the polarization transmission κ_0 were calculated. The values of κ_0 and the correlation κ_0 - T_{20} are compared with the experimental data. The momentum asymmetry for the tensor analyzing powers T_{20} and T_{22} , which characterize the photoproduction of the negative π -meson in $\gamma(d, \pi^-)pp$ reaction, is presented. The symmetry of values T_{20} and

T_{22} is observed with respect to angle 90 degree. The ratio R for vector P_x and tensor P_{xz} polarizations is characterized by angular asymmetry.

Thus, near to « A_y puzzle» remain actual theoretical and experimental researches of other polarization characteristics for processes with the participation of deuteron for which is present both angular, and momentum asymmetry.

The calculated values of tensor A_{yy} and vector A_y analyzing powers for Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18, Paris, CD-Bonn, MT potentials are compared with the experimental data in t -scaling for $A(d,d')X$ reaction on hydrogen, carbon and beryllium and the data of process $e^-+d \rightarrow e^-+d$ and $p(d,d')X$. Formalism in PWIA and ω -meson exchange models is applied for the theoretical description. In PWIA also calculates the theoretical values of the tensor-tensor K_{yy} and vector-vector K_y polarization transfers, and in ω -meson exchange model – vector (tensor) polarization transfer coefficients $k_a^{a'}$ ($k_{aa}^{a'a'}$). The results of A_{yy} for the Roper resonance and the algebraic collective model we present within the framework of the ω -meson exchange model. Satisfaction of the theoretical estimates of the analyzing powers of their experimental data in different ranges of t -scaling is analyzed in detail depending on the model of description of $A(d,d')X$ reaction and the choice of the potential model. The further application of the obtained polarization observables is discussed.

The momentum-angular dependence of the spin correlation coefficients $C_{xz}^{(0)}$, $C_{zz}^{(0)}$ and tensor asymmetries $A_{xx}^{(0)}$, $A_{xz}^{(0)}$, $A_{zz}^{(0)}$ in 3D format for DWF of Reid93 potential have been estimated for the lepton-deuteron scattering within the limits of zero lepton mass. The application of the obtained values allows better explanation and illustration of the laws in the elastic lepton-deuteron scattering.

Obtained theoretical results for polarization observables in processes with the participation of deuteron serve as a prediction for their experimental determination. Based on the results for the polarization characteristics, it is possible to obtain certain information about the electromagnetic structure of the deuteron and the differential cross-section of the double scattering. Using the calculated deuteron polarizations $t_{ij}(p)$, with the known tensor and vector analyzing powers, it is possible to study in more detail the polarization phenomenon of backscattered electrons and deuterons.

Keywords: potential, scattering, phase shifts, variable phase approach, coupled channels, deuteron, wave function, asymptotic, knot, analytic form, polarization observables, form factor, tensor polarization, asymmetry.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

Публікації, які ввійшли до міжнародних наукометричних баз:

1. Zhaba V. I. The phase-functions method and full cross-section of nucleon-nucleon scattering. *Mod. Phys. Lett. A.* 2016. Vol. 31, No. 8. P. 1650049. DOI:10.1142/S0217732316500498.
2. Zhaba V. I. The phase-functions method and scalar amplitude of nucleon-nucleon scattering. *Int. J. Mod. Phys. E.* 2016. Vol. 25, No. 11. P. 1650088. DOI:10.1142/S0218301316500889.
3. Zhaba V. I. New analytical forms of wave function in coordinate space and tensor polarization of deuteron. *Mod. Phys. Lett. A.* 2016. Vol. 31, No. 25. P. 1650139. DOI:10.1142/S021773231650139X.
4. Zhaba V. I. Analytical forms of the deuteron wave function for Nijmegen group potentials and polarization characteristics of $A(d,d')X$ reactions. *Mod. Phys. Lett. A.* 2018. Vol. 33, No. 27. P. 1850160. DOI:10.1142/S0217732318501602.
5. Zhaba V. I. Deuteron wave function for Reid93 potential and polarization observables in elastic lepton-deuteron scattering. *Int. J. Mod. Phys. E.* 2019. Vol. 28, No. 9. P. 1950080. DOI:10.1142/S0218301319500800.
6. Zhaba V. I. Asymptotic of the electric structure function and the deuteron wave function. *Mod. Phys. Lett. A.* 2020. Vol. 35, No. 16. P. 2050134. DOI:10.1142/S0217732320501345.
7. Жабa В. І. Розрахунок фаз нуклон-нуклонного розсіяння для потенціалів NijmI, NijmII і Nijm93 за методом фазових функцій. *Журнал фізичних досліджень.* 2015. Т.19, №4. С. 4201.
8. Zhaba V. I. Calculation of phases of np-scattering up to $T_{lab}=3$ GeV for Reid68 and Reid93 potentials on the phase-function method. *Problems of Atomic Science and*

Technology. 2016. №5(105). P. 29-32.

9. Жаба В. І. Нові аналітичні форми хвильової функції дейтрона для потенціалів Неймегенської групи. *Ядерна фізика та енергетика*. 2016. Т. 17, № 1. С. 22-26. DOI:10.15407/j8.01.022.

10. Жаба В. І. Апроксимація хвильової функції та поляризаційні характеристики дейтрона для потенціалів Неймегенської групи. *Український фізичний журнал*. 2016. Т. 61, № 11. С. 949-955. DOI:10.15407/ujre61.11.0943.

11. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції в координатному представленні і тензорна поляризація дейтрона для потенціалів Неймегенської групи. *Журнал фізичних досліджень*. 2016. Т. 20, № 3. С. 3101.

12. Zhaba V. I. Approximation of the deuteron wave functions and polarizing characteristics for Reid93 potential. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2016. №3(103). P. 154-157.

13. Zhaba V. I. New Analytical Forms Through Laguerre Functions for Wave Function in Coordinate Space and Tensor Polarization of Deuteron. *Electr. Journ. Theor. Phys.* 2016. Vol. 13, No. 36. P. 147-156. DOI:10.4399/978885489952013.

14. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції й асиметрія поляризаційних характеристик дейтрона. *Журнал фізичних досліджень*. 2017. Т. 21, № 4. С. 4101.

15. Жаба В. І. Хвильова функція дейтрона й поляризаційні характеристики в $A(d,d')X$ - реакції. *Журнал фізичних досліджень*. 2019. Т. 23, № 1. С. 1102. DOI:10.30970/jps.23.1102.

Публікації у наукових фахових виданнях України:

16. Гайсак І., Жаба В. Про вузли хвильової функції дейтрона. *Вісник Львівського університету. Серія фізична*. 2009, Вип. 44. С. 8-15.

17. Гайсак І. І., Жаба В. І. Дейтрон: хвильова функція і параметри. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2014. № 36. С. 100-106. DOI:10.24144/2415-8038.2014.36.100-106.

18. Жаба В. І. Нові аналітичні форми хвильової функції і поляризаційні характеристики дейтрона для потенціалу Reid93. *Вісник Черкаського університету. Серія Фізико-математичні науки*. 2015. Том. 349, № 16. С. 50-55.

19. Жаба В. І. Апроксимація хвильової функції та поляризаційні характеристики дейтрона для потенціалу Argonne v18. *Вісник Львівського університету. Серія фізична*. 2016. Вип. 51. С. 77-86.
20. Жаба В. І. Розрахунок фаз нуклон-нуклонного розсіяння для потенціалу Reid93 за методом фазових функцій. *Наукові записки НаУКМА. Фізико-математичні науки*. 2016. Т. 178. Р. 44-48.
21. Жаба В. І. Нові аналітичні форми хвильової функції дейтрона для потенціалу Reid93. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2016. № 39. С. 82-87. DOI:10.24144/2415-8038.2016.39.82-87.
22. Жаба В. І. Асимптотики фазової та хвильової функцій. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2016. № 40. С. 106-112. DOI:10.24144/2415-8038.2016.40.106-112.
23. Жаба В. І. Дейтрон: аналітичні форми хвильової функції та розподіл густини. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2017. № 42. С. 191-195. DOI:10.24144/2415-8038.2017.42.191-195.
24. Жаба В. І. Структурні функції дейтрона. *Вісник Львівського університету. Серія фізична*. 2017. Вип. 54. С. 22-32.
25. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції дейтрона і поляризаційні спостережувані в $A(d,d')X$ - реакціях. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2018. № 43. С. 34-40. DOI:10.24144/2415-8038.2018.43.34-40.
26. Жаба В. І. Розрахунки формфакторів дейтрона. *Вісник Львівського університету. Серія фізична*. 2019. Вип. 56. С. 43-55. DOI:10.30970/vph.56.2019.43.
- Публікації у іноземних журналах, що не належать до наукометричних баз:*
27. Zhaba V. I. Parameterization of the deuteron wave functions and form factors. *World Scientific News*. 2017. Vol. 87. P. 222-232.
28. Zhaba V. I. Parameterization of the Deuteron form Factors and the Tensor Polarizations. *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*. 2017. Vol. 4, Iss. 10. P. 12-22.
29. Zhaba V. I. Analytical forms of deuteron wave function and density distribution. *World Scientific News*. 2018. Vol. 98. P. 206-213.

30. Zhaba V. I. Analytical Forms of the Deuteron Wave Function for Argonne V18 Potential and the Asymmetry for Polarization Characteristics of the Deuteron. *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*. 2018. Vol. 5, Iss. 4. P. 5-9.
31. Zhaba V. I. Approximation of scattering phases for Reid93 potential. *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*. 2018. Vol. 5, Iss. 8. P. 1-6.
32. Zhaba V. I. The vector and tensor asymmetries and deuteron wave function for different nucleon-nucleon potentials. *World Scientific News*. 2018. Vol. 114. P. 230-240.
33. Zhaba V. I. The variable phase approach: phase, amplitude and wave functions of the states for np- system for Argonne v18 potential. *World Scientific News*. 2019. Vol. 123. P. 161-180.
34. Zhaba V. I. Stapp parameterization and scattering phases for coupled states. *World Scientific News*. 2019. Vol. 129. P. 255-262.
35. Zhaba V. I. Analytical forms of the deuteron wave function in coordinate space and deuteron form factors. *World Scientific News*. 2019. Vol. 130. P. 250-264.
36. Zhaba V. I. Components for differential cross-section with taking into account the polarization effects in elastic electron-deuteron scattering. *World Scientific News*. 2019. Vol. 131. P. 279-286.
37. Zhaba V. I. Wave function and radial moments for the deuteron. *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*. 2019. Vol. 6, Iss. 7. P. 18-22.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

38. Гайсак І. І., Жаба В. І., Урбан Й., Халупка С. Двоканальне протон-нейтронне розсіювання. *Конференція молодих учених і аспірантів "ІЕФ-2007"*: програма і тези доповідей (м. Ужгород, 14-19 травня 2007 р.). Ужгород, 2007. С. 94.
39. Гайсак І., Жаба В. Про вузли хвильової функції дейтрона. *Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики «ЕВРИКА-2008»*: збірник тез (м. Львів, 19–21 травня 2008 р.). Львів, 2008. С. А6.
40. Гайсак И. И., Жаба В. И., Урбан Й., Халупка С. Асимптотика и ложные

узлы волновой функции дейтрона. *VI конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям: тезисы докладов* (г. Харьков, 25-29 февраля 2008 г.). Харьков, 2008. С. 56.

41. Гайсак І. І., Жаба В. І. Хвильова функція дейтрона в імпульсному представленні. *Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів "ІЕФ-2011": програми і тези доповідей* (м. Ужгород, 24-27 травня 2011 р.). Ужгород, 2011. С. 169.

42. Гайсак И. И., Жаба В. И. Связанные каналы и свойства волновой функции дейтрона. *X конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям: тезисы докладов* (г. Харьков, 27 февраля – 2 марта 2012 г.). Харьков, 2012. С. 40.

43. Гайсак І. І., Жаба В. І., Балог Р. Й. Зв'язані канали і структура хвильової функції дейтрону. *XIX щорічна наукової конференції Інституту ядерних досліджень НАН України: тези доповідей* (м. Київ, 24-27 січня 2012 р.). Київ, 2012. С. 23.

44. Гайсак І. І., Жаба В. І. Хвильова функція і параметри дейтрона. *XX щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України: тези доповідей* (м. Київ, 28 січня – 1 лютого 2013 р.). Київ, 2013. С. 28-29.

45. Гайсак І. І., Жаба В. І. Хвильова функція дейтрона та імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні. *XII конференція по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям: тезисы докладов* (г. Харьков, 17-21 марта 2014 г.). Харьков, 2014. С. 43.

46. Гайсак І. І., Жаба В. І. Хвильова функція і поляризаційні параметри дейтрона. *Науково-технічна конференція "Фізика, електроніка, електротехніка :: 2015" (ФЕЕ-2015): матеріали та програма* (м. Суми, 20-25 квітня 2015 р.). Суми, 2015. С. 57.

47. Жаба В. І. Апроксимація хвильової функції в координатному представленні і радіальні моменти дейтрона. *XXIII щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України: тези доповідей* (м. Київ, 01-05 лютого 2016 р.). Київ, 2016. С. 28-29.

48. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції дейтрона і дифракція дейтрон-ядерної взаємодії. *XXIV щорічна наукова конференція Інституту*

ядерних досліджень НАН України: тези доповідей (м. Київ, 10-13 квітня 2017 р.). Київ, 2017. С. 28-29.

49. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції дейтрона. *Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів “ІЕФ-2017”*: матеріали конференції (м. Ужгород, 23-26 травня 2017 р.). Ужгород, 2017. С. 133-134.

50. Жаба В. І. Оцінка точності апроксимації хвильової функції дейтрона. *Інформаційні технології – 2018*: зб. тез V Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих науковців (м. Київ, 17 травня 2018 р.). Київ, 2018. С. 222-224.

51. Zhaba Viktor. Analytical forms of deuteron wave function for potentials Nijmegen group and density distribution. *VI International Conference “Analysis and Mathematical Physics” dedicated to the centennial anniversary of the National Academy of Sciences of Ukraine and the 50th anniversary of the Department of Function Theory*: Book of abstracts (Kharkiv, June 18-22, 2018). Kharkiv, 2018. P. 34-35.

52. Жаба В. І. Залежність асимптотики нормування S- стану хвильової функції від радіуса дейтрона. *Науково-технічна конференція “Фізика, електроніка, електротехніка :: 2019” (ФЕЕ-2019)*: матеріали та програма (м. Суми, 23-26 квітня 2019 р.) Суми, 2019. С. 31-32.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

53. Zhaba V. I. Calculation of phases of np - scattering for potentials Reid93 and Argonne v18 on the phase-function method. preprint arXiv: 1603.05382 [physics, nucl-th] (2016).

54. Zhaba V. I. Calculation of phases of np - scattering up to $T_{lab}=3$ GeV for potentials Argonne group on the phase-function method. preprint arXiv: 1604.01058 [physics, nucl-th] (2016).

55. Zhaba V. I. Asymmetry for tensor t_{2j} and vector t_{1i} polarizations with taking into account the deuteron wave function in coordinate space. preprint arXiv: 1907.09853 [physics, nucl-th] (2019).

ЗМІСТ

ВСТУП.....	22
РОЗДІЛ 1. ВЛАСТИВОСТІ ЯДЕРНИХ СИЛ І ПОТЕНЦІАЛИ НУКЛОН- НУКЛОННОЇ ВЗАЄМОДІЇ	28
1.1. Фізичні стани двонуклонної системи.....	28
1.2. Потенціали нуклон-нуклонної взаємодії.....	30
1.2.1. Загальна форма потенціалу NN - взаємодії.....	32
1.2.2. Потенціали Рейда (Reid68) і Хамада-Джонстона	35
1.2.3. Єльський потенціал	36
1.2.4. Потенціал з супер м'якою серцевиною.....	37
1.2.5. Потенціали Неймегенської групи.....	37
1.2.6. Потенціали Парижської групи.....	41
1.2.7. Потенціали Урбана	42
1.2.8. Потенціали Аргоннської групи.....	43
1.2.9. Потенціали Боннської групи.....	45
1.2.10. Потенціали Московської групи	46
1.2.11. Кіральні потенціали.....	47
1.2.12. Інші нуклон-нуклонні потенціали	49
1.3. Деякі нерозв'язані проблеми в нуклон-нуклонній взаємодії.....	49
1.4. Висновки до розділу 1	55
РОЗДІЛ 2. МЕТОД ФАЗОВИХ ФУНКЦІЙ ТА РОЗРАХУНКИ ФАЗОВИХ ЗСУВІВ NN - РОЗСІЯННЯ	56
2.1. Метод фазових функцій для одноканального розсіяння. Фазова й амплітудна функції.....	56
2.2. Переваги і застосування методу фазових функцій.....	60
2.3. Асимптотика хвильової функції для одноканального розсіяння.....	61
2.4. Метод фазових функцій для двоканального розсіяння	64
2.5. Асимптотика фазової функції для двоканального розсіяння.....	66
2.6. Розрахунок фазових зсувів одноканального нуклон-нуклонного розсіяння при енергіях до 350 MeV.....	67

2.7. Апроксимація фаз np - і pp - розсіяння	71
2.8. Розрахунок повного перерізу і скалярної амплітуди розсіяння.....	74
2.9. Розрахунок фазових зсувів одноканального нуклон-нуклонного розсіяння при енергіях до 3 ГеВ.....	76
2.10. Розрахунок фазових зсувів двоканального нуклон-нуклонного розсіяння при енергіях до 350 МеВ.....	80
2.11. Висновки до розділу 2.....	82
РОЗДІЛ 3. ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ ДЕЙТРОНА	84
3.1. Система рівнянь Шредінгера для дейтрона	84
3.2. Хвильова функція дейтрона в координатному представленні.....	86
3.3. Хвильова функція дейтрона в імпульсному представленні.....	91
3.4. Параметри дейтрона	93
3.5. Про надлишкові вузли хвильової функції.....	95
3.5.1. Одиночне рівняння Шредінгера	95
3.5.2. Зв'язані канали.....	96
3.5.3. Приклад появи надлишкового вузла в хвильовій функції	97
3.6. Чисельний розв'язок системи рівнянь Шредінгера для дейтрона.....	98
3.7. Аналітичні форми хвильової функції дейтрона в координатному представленні	101
3.8. Розподіл густини речовини в дейтроні	110
3.9. Висновки до розділу 3.....	114
РОЗДІЛ 4. ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕСІВ ЗА УЧАСТЮ ДЕЙТРОНА	116
4.1. Формфактори і структурні функції дейтрона	116
4.2. Розрахунок формфакторів і структурних функцій дейтрона.....	121
4.3. Тензорна і векторна поляризації дейтрона	136
4.4. Розрахунок тензорної і векторної поляризацій дейтрона	141
4.5. Компоненти диференціального перерізу при пружному електрон- дейтронному розсіянні з урахуванням поляризаційних ефектів	145
4.6. Поляризаційні характеристики дейтрона та їх асиметрія	148

4.6.1. Розрахунок величин T_{20} , κ_0 , R_{T-1} , A_{zz}	149
4.6.2. Асиметрія тензорної і векторної поляризацій	151
4.6.3. Асиметрія поляризаційних характеристик κ_0 , T_{2M} і R	153
4.6.4. Векторні і тензорні асиметрії ed - розсіяння в Борнівському наближенні	156
4.7. Поляризаційні характеристики в $A(d,d')$ X- реакції.....	159
4.7.1. Модель імпульсного наближення плоских хвиль.....	159
4.7.2. Модель обміну ω -мезоном	162
4.7.3. Розрахунки поляризаційних характеристик в $A(d,d')$ X- реакції.....	164
4.8. Поляризаційні спостережувані у пружному лептон-дейтронному розсіянні.....	175
4.9. Висновки до розділу 4.....	179
ВИСНОВКИ	184
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	187
Додаток А. Список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.....	207
Додаток Б. Потенціали Reid68, Reid93 і Argonne v18	213
Додаток В. Підпрограми для розрахунку по методу фазових функцій	215
Додаток Г. Методи одержання фазових зсувів і параметра змішування для двоканального розсіяння	218
Додаток Д. Чисельні значення фазових зсувів, параметрів апроксимації фаз np - розсіяння, парціальної амплітуди розсіяння.....	223
Додаток Е. Коефіцієнти аналітичних форм хвильової функції дейтрона в координатному представленні.....	227
Додаток Ж. Радіальні та інверсні моменти дейтрона.....	233
Додаток И. Позиція нуля формфакторів дейтрона, функції магнітної структури $V(p)$ і тензорних поляризацій t_{20} і t_{21}	234
Додаток К. Кутова й імпульсна асиметрії дейтронних поляризацій.....	238
Додаток Л. Борнівські значення векторних і тензорних асиметрій	241

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Після відкриття нейтрона Дж. Чедвіком (1932 р.) розпочалися плідні теоретичні й експериментальні дослідження нуклон-нуклонного розсіяння. З теоретичного боку були запропоновані відповідні моделі нуклон-нуклонної взаємодії (див. п. 1.2). Основними групами потенціалів є феноменологічні потенціали, моделі бозонного обміну, потенціали в рамках ефективної теорії поля та моделі, що базуються на квантовій хромодинаміці. До першої групи відносять потенціали Неймегенської та Аргоннської груп.

Точний та аналітичний розв'язок задачі розсіяння із метою обчислення фаз розсіяння можливий тільки для окремих феноменологічних потенціалів. Коли використовуються реалістичні потенціали, то фази розсіяння обчислюються наближено. Основними методами розв'язування рівняння Шредінгера з метою отримання фаз розсіяння є: метод послідовних наближень, Борнівське наближення, метод фазових функцій (МФФ), Brysk- апроксимація та ін. Саме МФФ виявився досить зручним при розв'язуванні багатьох конкретних задач атомної і ядерної фізики. Основною і головною перевагою МФФ при застосуванні до задач NN -розсіяння є та, що він дозволяє отримати фази розсіяння, не знаходячи при цьому хвильові функції як розв'язки рівняння Шредінгера. Завдяки фазовому рівнянню наявний безпосередній зв'язок між фазою розсіяння і потенціалом взаємодії.

До нерозв'язаних проблем в NN - взаємодії відносять наступні: надлишковий вузол хвильової функції дейтрона для деяких потенціалів; енергетичні поведінки поляризаційного параметра асиметрії A_y (так звана A_y -загадка), дейтронних аналізуючих здатностей та диференціального перерізу для пружного нуклон-дейтронного розсіяння; кутова й імпульсна залежність тензорної поляризації t_{20} та ін. (п. 1.3).

Як показує аналіз тематик публікацій в наукометричних базах за останні десятиліття, окрім взаємодії двох нуклонів між собою, цікавими є і процеси за безпосередньої участі дейтрона. Слід зауважити, що зв'язаним станом нейтрона і протона є саме дейтрон, який описується хвильовою функцією. Знання форми та особливостей поведінки хвильової функції дейтрона (ХФД) в координатному та/або

імпульсному представленнях дозволяють описати процеси взаємодії пружного та непружного розсіяння дейтрона. Такими процесами є електрон-дейтронне, дейтрон-протонне розсіяння, реакції типу $A(d,d')X$ на легких ядрах. Теоретична оцінка поляризаційних спостережуваних для вказаних процесів дозволяє оцінити межі застосовності моделей і їх узгодження з експериментом. Згідно аналізу п. 4.3 в науковій літературі відсутні експериментальні дані для дейтронних тензорних t_{21} , t_{22} і векторних t_{10} , t_{11} поляризацій в широкому інтервалі імпульсів. Тому є актуальними і теоретична оцінка, і експериментальне визначення даних величин.

Ще в роботах Ф. Капа і В. Гребнера (1955 р.), Парижської групи (1981 р.), С.Б. Дубовіченко (2000 р.) та ін. було запропоновано аналітичні форми ХФД в координатному представленні (пп. 3.2 і 3.7). Саме такі прості та зручні форми представлення ХФД дозволяють спростити чисельні розрахунки в прикладних задачах. В подальшому ці ідеї для апроксимації ХФД буде використано в дисертації.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами. Дослідження, що представлені в дисертаційній роботі, були проведені в рамках науково-дослідницьких державних бюджетних тем ДВНЗ «Ужгородського національного університету»: 1) ДБ-715 «Експериментальне і теоретичне дослідження взаємодії електронів і фотонів з ядрами в області енергій до 25 МеВ», номер державної реєстрації НДР: 0109U000873, в 2009-2011 рр.; 2) ДБ-846 «Експериментальні та теоретичні проблеми взаємодії електронів та гамма квантів з молекулами, атомами та атомними ядрами», номер державної реєстрації НДР: 0115U001098, в 2015-2017 рр.; 3) ДБ-880 «Теорія R-матриці і точні чисельні розрахунки елементарних процесів зіткнення електронів і фотонів зі складними атомами», номер державної реєстрації НДР: 0118U000173, в 2018-2020 рр.

Мета і завдання дослідження. Мета дисертаційної роботи здобувача – це вивчення нуклон-нуклонного розсіяння та дослідження впливу форми ХФД в координатному представленні на розрахунки поляризаційних характеристик процесів за участю дейтрона. Для досягнення мети дослідження необхідно вирішити такі завдання:

- по методу фазових функцій знайти фазові зсуви одно- і двоканального

розсіяння нуклонів і застосувати їх для оцінки повного перерізу, парціальної амплітуди і повної (скалярної) парціальної амплітуди нуклон-нуклонного розсіяння;

- врахування форми зв'язуючого (тензорного) потенціалу в задачі на зв'язані канали та оцінка її впливу на асимптотику ХФД в координатному представленні;
- знайти аналітичні форми ХФД, які були б зручними при їх подальшому практичному застосуванні в чисельних розрахунках;
- застосування одержаних ХФД для розрахунків поляризаційних характеристик в процесах за участю дейтрона (електрон-дейтронному розсіянні, дейтрон-протонному розсіянні, $A(d,d')X$ - реакції);
- виявлення закономірностей застосовності різних ХФД та конкретних нуклон-нуклонних моделей при оцінці поляризаційних спостережуваних в процесах за участю дейтрона.

Об'єкт дослідження: нуклон-нуклонний потенціал; дейтрон як зв'язаний стан нейтрона і протона.

Предмет дослідження: одно- та двоканальне нуклон-нуклонне розсіяння при енергіях до 350 МеВ; хвильова функція дейтрона в координатному представленні; електромагнітна структура дейтрона та його взаємодія з легкими ядрами; поляризаційні спостережувані в процесах за участю дейтрона.

Методи дослідження. Дисертаційне дослідження проводилося за допомогою як аналітичних, так і чисельних методів. Для пошуку фазових зсувів нуклон-нуклонного розсіяння використано метод фазових функцій. Для знаходження коефіцієнтів хвильової функції дейтрона в координатному представленні застосовано апроксимацію базисом $r^n \cdot A_i \cdot \exp(-a_i \cdot r^m)$, а для оцінки співвідношення B/A – паде-апроксимацію. Для чисельного інтегрування використовувалися методи Рунге-Кутта 4- і 5-го порядків точності. Значна частина програмного коду була реалізована на мові програмування Фортран.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. В рамках потенціальної моделі вперше застосовано асимптотику для

ХФД в координатному представленні, яка залежить від тензорного потенціалу. Виявлено, що вибір хибної асимптотики радіальних канальних функцій може генерувати надлишкові вузли ХФД.

2. Використовуючи метод фазових функцій, знайдено фазові зсуви для потенціалів Argonne v18, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, які застосовано для розрахунку перерізу та скалярної амплітуди одноканального NN - розсіяння.

3. Отримано коефіцієнти для квадратичної функції параболічного типу Долгополова–Мініна–Работкіна, що описує фазові зсуви np - розсіяння до 350 MeV для потенціалів Argonne v18, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, OSBER, Idaho-A, CD-Bonn, WJC-2, N³LO та модельних потенціалів бази даних Granada-2013.

4. Запропоновано нові аналітичні форми ХФД в координатному представленні, які не містять надлишкових вузлів біля початку координат. Зазначено, що розрахунки величини розподілу густини дейтрона $\rho_d^{M_d}$ і густини переходу $\rho_r^{\pm 1}$ для різних ХФД допомагають оцінити коректність вибору аналітичної форми при апроксимації ХФД.

5. Знайдено вирази для сферичних $S_0^{(i)}$ і квадрупольних $S_2^{(i)}$ формфакторів через коефіцієнти розкладу аналітичних форм ХФД в координатному представленні. При застосуванні оригінального дипольного наближення для нуклонних формфакторів це в свою чергу дає змогу визначити асимптотики при великих значеннях імпульсу та спростити розрахунок таких характеристик як дейтронні формфактори G_C , G_Q , G_M та функція електричної структури $A(p)$. Запропоновано нову апроксимаційну форму експериментальних даних відношення структурних функцій B/A для імпульсів $p < 7.5 \text{ fm}^{-1}$ при врахуванні відношень для зарядового G_C (квадрупольного G_Q) і магнітного G_M формфакторів дейтрона.

Практичне значення отриманих результатів. Отриману в рамках потенціальної моделі ХФД без надлишкових вузлів для потенціалів Юкави, Reid93 і Argonne v18 можна в подальшому можна застосовувати для задач, що чутливі до асимптотики ХФД в координатному представленні.

Отримані коефіцієнти для квадратичної функції параболічного типу, що описує фазові зсуви np - розсіяння, для широкого кола потенціалів можуть бути

використані для розрахунку фази розсіяння в будь-якій точці енергетичного інтервалу 1–350 MeV.

Табличні значення коефіцієнтів ХФД в координатному представленні для п'яти потенціалів Аргоннської та Неймегенської груп можуть бути використані для чисельних розрахунків величин, які визначаються по ХФД.

Одержані теоретичні результати для поляризаційних спостережуваних у процесах за участю дейтрона слугують прогнозуванням для їх експериментального визначення.

На підставі результатів в дисертаційному дослідженні для поляризаційних характеристик можна отримати певну інформацію про електромагнітну структуру дейтрона і диференціальний переріз подвійного розсіяння. Використовуючи обчислені дейтронні поляризації $t_{ij}(p)$, при відомих тензорній і векторній аналізуючих здатностях можна більш детально вивчити явище поляризації розсіяних назад електронів і дейтронів.

Особистий внесок здобувача. Під керівництвом доц., к.ф.-м.н. Гайсака Івана Івановича дисертант приймав активну участь на всіх етапах наукового дослідження (у постановці завдань, при виборі методів дослідження, розробці чисельних програм на мові програмування Фортран, здійсненні чисельних розрахунків, аналізі результатів та формулюванні висновків). Частина робіт виконані у співавторстві з науковим керівником. Особистий внесок дисертанта полягає у наступному. В роботі [16] здобувач приймав участь у чисельних розрахунках та в інтерпретації одержаних результатів. В [17] дисертант розраховував параметри дейтрона.

В публікаціях [38-46], які засвідчують апробацію матеріалів дисертації, здобувач приймав таку участь: чисельні розрахунки, обговорення та інтерпретація результатів, написання тез й доповіді для виступу на конференції, доповідь.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертації доповідалися і були представлені в доповідях та матеріалах таких міжнародних та вітчизняних конференцій: Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики «ЕВРИКА» (Львів, 2008 р.); 13th Small Triangle Meeting on Theoretical Physics (Stará Lesna, Slovakia, 2011 р.);

Щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України (Київ, 2012, 2013, 2016, 2017 рр.); Конференція по фізиці високих енергій, ядерній фізиці і прискорювачам (Харків, ННЦ ХФТІ, 2008, 2012, 2014 рр.); VI International Conference “Analysis and Mathematical Physics” (Харків, 2018 р.); Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів “ІЕФ” (Ужгород, 2007, 2011, 2017 рр.); Науково-технічна конференція «Фізика, електроніка, електротехніка» (Суми, 2015, 2019 рр.); Інформаційні технології: V Всеукраїнська науково-практична конференція молодих науковців (Київ, 2018 р.). Отримані результати дисертаційного дослідження також доповідалися і обговорювалися на щорічних стендових конференціях науково-педагогічних працівників ДВНЗ «УжНУ».

Публікації. Основний зміст дисертації опублікований в 37 наукових статтях в реферованих журналах [1-37]. Із них: 6 в іноземних [1-6] та 9 у вітчизняних [7-15] журналах, що індексуються у наукометричних базах Scopus і Web of Science; 11 входять до переліку фахових видань України [16-26]; 11 в іноземних журналах [27-37], що не належать до наукометричних баз. Результати роботи також представлені в 15 тез доповідей у матеріалах конференцій [38-52] та в 3 електронних препринтах [53-55] на <http://arxiv.org/> (Cornell University Library).

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації – 243 сторінки. Основна частина роботи викладена на 165 сторінках і, окрім тексту і формул, містить 88 рисунків та 11 таблиць. В 10 додатках об’ємом 37 сторінок містяться список публікацій здобувача за темою дисертації, табличні значення й рисунки фізичних величин (24 таблиці і 22 рисунки), громіздкі викладки та довідкова інформація. Список використаних джерел налічує 506 найменування на 20 сторінках.

Подяка. Автор щиро вдячний науковому керівникові (зав. відділення «фізика ядра та елементарних частинок», доценту кафедри теоретичної фізики, кандидату фізико-математичних наук Івану Івановичу Гайсаку) за всебічну підтримку, слухні настанови та постійну увагу до виконання наукової роботи.

РОЗДІЛ 1

ВЛАСТИВОСТІ ЯДЕРНИХ СИЛ І ПОТЕНЦІАЛИ НУКЛОН-
НУКЛОННОЇ ВЗАЄМОДІЇ

В розділі описано фізичні стани системи, яка складається із двох нуклонів. Приведена класифікація та опис основних широкоживаних потенціалів нуклон-нуклонної взаємодії. Вкінці розділу приділена увага деяким нерозв'язаним проблемам в NN- взаємодії.

1.1. Фізичні стани двонуклонної системи

У загальному випадку стан двоферміонної системи у квантовій механіці визначається енергією E , повним моментом J , проекцією моменту M та парністю P [56-62]. Оператор орбітального моменту L не комутує з тензорною частиною потенціалу, тобто орбітальний момент не зберігається. Але орбітальним моментом визначається парність системи: $P=(-1)^L$, тому для ідентифікації станів використовують спектроскопічні позначення S, P, D, F, \dots (відповідають $L=0,1,2,3,\dots$). Зауважимо, що повний спін системи S зберігається, якщо система є істинно нейтральною. У цьому разі стан системи додатково характеризується зарядовою парністю: $C=(-1)^{L+S}$. В інших випадках спін системи невизначений. Триpletний стан з $J=1$, який має парність (-1) , є сумішшю станів 3S_1 і 3D_1 , а стан $J=1$, що має парність $(+1)$, є чистим 3P_1 - станом.

nn - і pp - системи – це системи із тотожних частинок (ферміонів), то загальна хвильова функція повинна бути антисиметричною.

Загальна хвильова функція записується у вигляді добутку орбітальної (індекс L), спінової (індекс S) і ізспінової (індекс T) хвильових функцій:

$$\psi = \psi_L \cdot \psi_S \cdot \psi_T .$$

Для nn - і pp - систем ізоспін $T=1$ (ізспінова хвильова функція ψ_T є симетричною, а добуток орбітальної і спінової функцій $\psi_L \cdot \psi_S$ – антисиметричною).

Оператори Гейзенберга (обмінний оператор), Бартлетта (представляє спіни ферміонів і не діє на їх координати) та Майорана (представляє тільки координати

частинок і чіпає їх спіни) представляються відповідно у вигляді [63]:

$$P^r = 1 - T^2 = -\frac{1}{2}(1 + \tau_1 \cdot \tau_2); \quad P^B = S^2 - 1 = \frac{1}{2}(1 + \sigma_1 \cdot \sigma_2); \quad P^M P^B P^r = -\frac{1}{4}(1 + \tau_1 \cdot \tau_2)(1 + \sigma_1 \cdot \sigma_2).$$

Для nn - і pp - систем, якщо спіновий стан:

- 1) синглетний (спінова функція ψ_S є антисиметричною), тоді L приймає парні значення;
- 2) триплетний (спінова функція ψ_S є симетричною), тоді L приймає непарні значення.

np - система може перебувати як в синглетному, так і в триплетному ізоспіновому стані [64]. Оскільки нейтрон і протон - нетотожні частинки, то для них немає вимог до певної симетрії. Для ізоспінового синглету ($T=0$) np - системи ізоспінова хвильова функція ψ_T є антисиметричною, і, як наслідок, добуток орбітальної і спінової функцій $\psi_L \cdot \psi_S$ є симетричною функцією. Для np - системи, якщо спіновий стан:

- 1) синглетний (спінова функція ψ_S є антисиметричною), тоді L – непарні значення;
- 2) триплетний (спінова функція ψ_S є симетричною), тоді значення сумарного орбітального моменту L повинні бути парними.

Сумарна таблиця np - системи [62] показує, які можуть існувати парні (+) й непарні (–) синглети й триплети (Таблиця 1.1).

Таблиця 1.1

Спінові стани для np - системи

	$S=0$		$S=1$	
J	+	–	+	–
0	1S_0	—	—	3P_0
1	—	1P_1	$^3S_1 + ^3D_1$	3P_1
2	1D_2	—	3D_2	$^3P_2 + ^3F_2$
3	—	1F_3	$^3D_3 + ^3G_3$	3F_3

В Таблиці 1.1 для np - системи сірим відтінком позначено стани для

ізотопічного спіну $T=0$, а всі інші – спінові стани для NN - систем для $T=1$.

Спінові стани для нуклон-нуклонної системи $^{2S+1}L_J$ та використовувані для них потенціали наведено в Таблиці 1.2 [65].

Таблиця 1.2

Спінові стани для нуклон-нуклонної системи

Квантові числа				Потенціал для станів	
L	S	J	T	V_C	V_{LS}, V_T
0	0	0	1	$^1S_0 (nn, pp, np)$	-
1	1	0	1	$^3P_0 (nn, pp, np)$	-
1	0	1	0	$^1P_1 (np)$	-
1	1	1	1	$^3P_1 (nn, pp, np)$	-
0; 2	1	1	0	3S_1 - $^3D_1 (np)$	3S_1 - $^3D_1 (np)$
2	0	2	1	$^1D_2 (nn, pp, np)$	-
2	1	2	0	$^3D_2 (np)$	-
1; 3	1	2	1	3P_2 - $^3F_2 (nn, pp, np)$	3P_2 - $^3F_2 (nn, pp, np)$
3	0	3	0	$^1F_3 (np)$	-
3	1	3	1	$^3F_3 (nn, pp, np)$	-
2; 4	1	3	0	3D_3 - $^3G_3 (np)$	3D_3 - $^3G_3 (np)$
4	0	4	1	$^1G_4 (nn, pp, np)$	-
4	1	4	0	$^3G_4 (np)$	-
3; 5	1	4	1	3F_4 - $^3H_4 (nn, pp, np)$	3F_4 - $^3H_4 (nn, pp, np)$

1.2. Потенціали нуклон-нуклонної взаємодії

В детальних оглядах М. Нагді [65-67] зазначено, що основні моделі NN - взаємодії можна розділити на чотири групи:

- 1) майже чисто феноменологічні NN потенціали;
- 2) моделі бозонного обміну;
- 3) моделі в рамках ефективної теорії поля;
- 4) моделі, що базуються на квантовій хромодинаміці (КХД).

Останні десятиліття перша і третя групи потенціалів частіше і більш інтенсивно використовуються для опису властивостей дейтрона та характеру його взаємодії з легким ядром. Зупинимось на особливостях деяких потенціалів.

В [68] припущено, що нерелятивістський потенціал володіє досить

загальними властивостями інваріантності й ермітовості. Тому, наприклад, pp потенціал має вигляд

$$V = V_1 + V_2(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) + V_3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}) + V_4((\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{L}) + V_5(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L})(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L}) + V_6(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}), \quad (1.1)$$

де $\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$; V_i ($i=1\dots 6$) – функції скалярів r^2 , p^2 , L^2 . Якщо припустити, що ядерні сили зарядовонезалежні, то загальний вигляд NN потенціалу можна отримати, додавши в (1.1) шість абсолютно аналогічних членів, які залежать від довільних функцій V_7, \dots, V_{12} помножених на скалярний добуток $(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)$.

В огляді [68] приведений наступний перелік NN потенціалів:

1. Статичні потенціали. Вони залежать від просторових, ізоспінних і спінових змінних нуклонів та їх парності, але незалежні від швидкостей та кутового моменту. До них відноситься потенціал Гартенгаус [69], одержаний на основі статичного наближення в мезонній теорії. До цієї групи відносять і потенціали Такетані [70], Брукнера [71], Конума [72] та ін.

2. Потенціали, лінійно залежні від швидкостей. Для них в (1.1) враховано 4-ий доданок. До них відносять потенціали Сінгел-Маршака [73, 74], Гаммел-Талера [75, 76], Бріана [77].

3. Потенціали, залежні від швидкостей квадратично, – моделі Хамада-Джонстона [78, 79] та Лассіла та ін. [80].

4. Потенціали з м'якою серцевиною досліджувалися в роботах Хамада і Джонстона [78, 79], Рейда [81], Улегли [82].

5. Потенціали резонансної моделі. В даному підході використовувалися властивості π -, ρ -, ω -, η -,...- бозонних полів. Тут наявні дробові показники степеней відношень мас важких мезонів до маси піонів, а вільні параметри пов'язані з константами взаємодій мезонів з нуклонами. Потенціали даної моделі приведені в роботах [83-87].

6. Потенціали з граничними умовами. В 1956 р. Фешбах і Ломон [88] запропонували накладати граничні умови на хвильову функцію. «Внутрішня» область виключалася умовами, накладеними на логарифмічну похідну хвильової функції. Радіус цієї області вибирається так, щоб за її межами можна

використати стаціонарний потенціал.

7. Сучасні підходи до моделей потенціалів – потенціали Парижської, Неймегенської, Аргоннської, Боннської груп, а також «проміжковий» феноменологічний метод групи фон Герамба [89], де для кожного фазового зсуву потенціали знаходились в теорії зворотнього розсіяння.

Значна частина згаданих потенціалів буде розглянуто нижче.

1.2.1. Загальна форма потенціалу NN - взаємодії

Як зазначено в [68], для опису пружного розсіяння найбільш загальний NN потенціал був вперше введений Пузіковим, Риндіним і Смородінським в 1957 р. [90] (у вигляді перших п'яти доданків як у формулі (1.1)) і потім детально розглянутий Окубо і Маршаком в 1958 р. [91].

Діапазон радіусу дії NN - взаємодії розділений на три частини [66]: короткий діапазон ($r \leq 1$ fm), діапазон середнього радіусу дії ($1 \text{ fm} \leq r \leq 2$ fm) та діапазон дальнього радіусу дії ($r \geq 2$ fm). Діапазон для дальнього радіусу дії обумовлений обміном одним піоном. Частина короткого діапазону обговорювалася часто феноменологічно; в деяких моделях були введені формфактори, щоб впорядкувати потенціал, тоді як в інших моделях використовується тверда серцевина. Перший логічний підхід до опису області середнього радіусу дії NN - взаємодії полягав в тому, щоб включити обмінні вклади двома піонами (приклади потенціалів обміну з двома піонами (TPE) можна знайти в [70, 71]). Однак ці моделі TPE не давали задовільного опису даних по NN - розсіянню головним чином через недолік достатньої спіно-орбітальної сили. Гаммел, Крістіан і Талер [92] натякнули на потребу спіно-орбітальної сили, коли вони намагалися узгодити всі дані з наявним тоді феноменологічним залежним від швидкості (локальним) потенціалом у вигляді суми центральної і тензорної частин

$$V = V_C(r) + V_T(r)S_{12}$$

для кожного із чотирьох спінів і комбінацій ізоспіну. Але ці спроби терпіли невдачу.

З 1957 р. розпочалася одночасна побудова просто феноменологічних потенціалів Гаммел-Талера [75, 76] і наполовину феноменологічного потенціалу Сінгел-Маршака [74]. Ці дві моделі вводили феноменологічні спіно-

орбітальні потенціали. Модель Гаммел-Талера давала хорошу узгодженість даних по розсіянню до 310 МеВ. Модель Сінгел-Маршака, яка складалася з ГРЕ Гартенгаус потенціалу [69] разом з феноменологічною спін-обітальною силою, була успішною тільки до 150 МеВ. Структура NN сил пов'язана зі властивостями симетрій сильних взаємодій. NN - взаємодії при умові «виключення» кулонівських сил повинні бути зарядово-незалежними, тобто заміна протонів на нейтрони і навпаки не змінює властивості ядра. Це означає, що сильні взаємодії інваріантні відносно обертання в просторі ізоспіну. Трансляційна інваріантність для двох взаємодіючих між собою нуклонів призводить до залежності сил тільки від відносної відстані між нуклонами $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Імпульс теж може входити в склад потенціалу тільки у вигляді відносного імпульсу $\vec{p} = (\vec{p}_2 - \vec{p}_1)/2$, оскільки рух центру мас не впливає на NN - взаємодію. Інші обмеження слідує з того, що NN сили не повинні змінюватися від обертання системи координат і зберігати парність. NN - взаємодії повинні бути також інваріантні відносно обертання часу.

Окубо і Маршак показали, що найбільш загальний потенціал двонуклонної системи, розглядаючи умову симетрії, можна записати у такому вигляді [91, 66]

$$\begin{aligned}
 V(\vec{r}, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2) = & V_0(r) + V_\sigma(r)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) + \\
 & + V_\tau(r)(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + V_{\sigma\tau}(r)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + V_{LS}(r)(\vec{L} \cdot \vec{S}) + V_{LS\tau}(r)(\vec{L} \cdot \vec{S})(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + \\
 & + V_T(r)S_{12} + V_{T\tau}(r)S_{12}(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + V_Q(r)Q_{12} + V_{Q\tau}(r)Q_{12}(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + \\
 & + V_{\sigma p}(r)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}) + V_{\sigma p\tau}(r)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p})(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)
 \end{aligned} \quad , \quad (1.2)$$

де S_{12} , $\vec{L} \cdot \vec{S}$ і Q_{12} – тензорний, спін-орбітальний і квадратичний спін-орбітальний оператори відповідно. Перші чотири доданки в даному випадку є центральною силою. Спін-орбітальна частина потенціалу (п'ятий і шостий доданки) виникає із можливості, що радіальна залежність потенціалів може бути різною для ізоспіннезалежних і ізоспінзалежних частин. Сьомий і восьмий доданки – це тензорні частини. Дев'ятий і десятий доданки – квадратичні спін-орбітальні частини вводять тільки тоді, коли існує залежність від імпульсу в потенціалі. Останні два доданки (1.2) часто не враховують, а для пружного розсіяння вони можуть бути виражені як лінійна комбінація інших частин.

Однопійонний обмін (OPE) між двома нуклонами відображає діаграма Фейнмана (Рис. 1.1) [93].

Хоча однопійонна обмінна частина відображає ряд властивостей NN потенціалу, вона не дає вичерпної складної картини NN - взаємодій. Для повного опису вводиться у розгляд потенціал одnobозонного обміну (OBER). В формуванні реального NN потенціалу беруть участь й інші мезони. Мезони – зв'язані стани кварка і антикварка з різними квантовими характеристиками. Про величину вкладів одномезонних обмінних потенціалів в різні частини NN потенціалу вказано в Таблиці 1.3 [93].

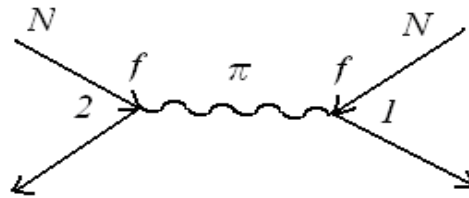


Рис. 1.1. Діаграма Фейнмана для однопійонної взаємодії двох нуклонів [93]

Таблиця 1.3

Вклади різних мезонів в обмінний потенціал NN - взаємодії

		Вклади в NN потенціал					
Мезони	J^P	$1, I=0$	$(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2), I=1$	V_C	$(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$	S_{12}	$(\vec{L} \cdot \vec{S})$
π, η	0^-	η (мал)	π (вел)	–	(мал)	(вел): $V<0$	–
ρ, ω	1^-	ω (вел)	ρ (вел)	(вел): $V>0$	(мал)	(вел): $V>0$	(вел)
$f_0=\sigma, \delta=\alpha_0$	0^+	$f_0=\sigma$	$\delta=\alpha_0$	(вел): $V<0$	–	–	–

Відмітимо деякі особливості одномезонних обмінних членів в NN потенціал. Перший стовпчик Таблиці 1.3 вказує, які мезони беруть участь в формуванні частин NN потенціалу, відмічених в стовпчиках, починаючи з третього. Наближена роль вкладу мезону відмічена в дужках: велика (вел) або мала (мал). В другому стовпчику вказані квантові числа мезонів (повний момент J і парність P). Третій і четвертий стовпчики вказують на роль мезонів у формування ізоскалярних і ізовекторних частин NN потенціалу (ізоспін $T=0$ і 1).

Видна велика роль векторних ρ мезонів для центральної і тензорної частин, а також роль векторних ρ і ω мезонів для спін-орбітальної частини NN потенціалу.

1.2.2. Потенціали Рейда (Reid68) і Хамада-Джонстона

Приведемо явні вирази для двох характерних феноменологічних потенціалів, які забезпечують надійну підгонку даних по зсувах фаз в пружному розсіянні і які знайшли широке застосування в розрахунках як для двонуклонної задачі, так і при дослідженні структури ядра. Конкретно розглянемо потенціали Рейда з м'якою серцевиною («Soft core Reid68» – RSC) [81] і Хамада-Джонстона з жорсткою серцевиною [78, 79, 94, 95]. Обидва потенціали локальні, не враховуючи проекційних операторів, і узгоджуються з потенціалом однопіонного обміну на великих відстанях. Як зазначено в [96], потенціал Рейда підганявся до 1966 р. по значенням зсувів фаз, а потенціал Хамада-Джонстона – до 1961 р. по значеннях [97, 98]. Для обох потенціалів розраховані зсуви фаз узгоджуються з експериментальними результатами для ізоспінів $T=0$ і $T=1$ в межах невеликих неточностей. Обидва потенціали добре описували дейтрон. Потенціал Reid68 можна застосовувати в рівнянні Ліппмана-Швінгера в імпульсному просторі. В каналі 3S_1 - 3D_1 цей потенціал дає зв'язаний стан дейтрона з енергією 2.2246 МеВ і квадрупольним моментом 0.280 fm^2 , які повністю узгоджують з експериментом. Домішок 3D_1 - стану у ХФД складав 6.47%. Графіки для потенціалу Reid68 приведено в Додатку Б.

Згідно опису [96] близьким до розглянутого потенціалу Рейда з жорсткою серцевиною для $T=1$ був потенціал, співставлений Йодером і Сігнеллом [99]. Стани з $J>2$ описувалися за допомогою однопіонного обміну потенціалу. Порівняння розрахунків з дослідом дало величину $\chi^2=2.1$ на степінь вільності. Хоч ця величина вдвічі перевищує значення χ^2 , отримане з емпіричними зсувами фаз, важко з'ясувати, чи є це наслідком неадекватності використання потенціалу ОРЕ в більш високих парціальних хвилях або показує на кореляції в експериментальних похибках для фазових зсувів. У будь-якому випадку досягнуте узгодження з вихідними даними можна розглядати як задовільне.

Більш бажаним було б мати тільки чотири потенціали для використання у синглетному і триплетному станах. Рейду не вдалося знайти такі потенціали при

використанні аналітичних виразів для власних зсувів фаз, які мають тісний зв'язок з розв'язками рівняння Ліппмана-Швінгера зі зв'язком каналів [96]. В таблицях емпіричних зсувів фаз використано узгодження з приводу введення у розгляд «бар-фаз» ($\bar{\delta}$), пов'язаних із власними значеннями зсувів фаз. Наприклад, 1D_2 - фаза, яка була розрахована з потенціалом для стану 1S_0 , узгоджується із експериментом при низьких енергіях, але при більш високих енергіях на $\sim 50\%$ є більшою, ніж емпірична. Аналогічно при більш високих енергіях 3D_2 - фаза, яка обчислена з потенціалом для стану 3S_1 - 3D_1 , була вдвічі більшою за емпіричну. В зсувах фаз для триплетних непарних станах (з використанням потенціалу для стану 3P_2 - 3F_2) також проявляться серйозні розбіжності. Той факт, що ці розбіжності не вдалося ліквідувати підгонкою параметрів потенціалу, спонукав Рейда зробити висновок про неадекватність потенціалів, які включають тільки центральні, тензорні і спін-орбітальні члени для опису фазових зсувів. В 1981 р. Дей вдосконалив потенціал Reid68 до $J=5$, хоча це і не базувалося на фундаментальних основних обговореннях про NN - взаємодії [100]. Хамада і Джонстон подолали цю трудність. Вони додали квадратичний спін-орбітальний член в потенціал. Потенціал Хамада-Джонстона з жорсткою серцевиною має наступну форму [78, 79, 94, 95]:

$$V = V_C + V_T \cdot S_{12} + V_{LS} \cdot (\vec{L} \cdot \vec{S}) + V_{LL} \cdot L_{12}. \quad (1.3)$$

Потенціали V_C , V_T , V_{LS} , V_{LL} – локальні і мають нескінченну відштовхувальну серцевину при $x=0.343$ ($x=\mu r$, $\mu^{-1}=1.415$ fm) [96]. Параметри потенціалів підганялися незалежно в станах з $S=0$; 1 та з парними і непарними L . Хамада і Джонстон впевнилися в тому, що їх потенціал відмінно забезпечує задовільне узгодження з вихідними даними. Потенціал для триплетних парних станів дає дейтрон з енергією зв'язку 2.226 MeV і квадрупольним моментом 0.285 fm². Імовірність D- стану складала 6.97%.

1.2.3. Єльський потенціал

Єльський потенціал [80, 101, 102] дуже подібний до потенціалу Хамада-Джонстона. В ньому явно використовується потенціал однопіонного обміну (ОПЕР) V_{OPER} , а квадратичний спін-орбітальна частина записана в дещо іншій формі. Загальна форма двонуклонного потенціалу виглядає так:

$$V = V_{OPEP} + V_C + V_T S_{12} + V_{LS} \cdot (\vec{L} \cdot \vec{S}) + V_L [Q_{12} + (\vec{L} \cdot \vec{S})^2]. \quad (1.4)$$

Значення параметрів для різних спінових станів і для різних видів V_i приведені в [80]. Сльський потенціал розробляли Брейт і його колеги [101, 102].

1.2.4. Потенціал з супер м'якою серцевиною

«Super-soft-core potential» – це pp плюс np потенціал, який містить π -, ρ -, ω - обмінні вклади, де константи зв'язку беруться з інших джерел. Інші важливі вклади середнього радіусу дії в NN потенціал феноменологічно параметризуються через потенціальні функції потенціалу однобозонного обміну з 32 вільними параметрами. Потенціальні вклади були впорядковані покроковими функціями, щоб побудувати короткий діапазон міжнуклонної взаємодії, звідки і назва даного потенціалу [103, 104]. Дана модель потенціалу – це вдосконалена версія більш ранньої моделі тієї ж групи [105].

1.2.5. Потенціали Неймегенської групи

Неймегенська група розглядала баріон-баріонну і баріон-антибаріонну взаємодії. Спочатку небагато потенціалів було побудовано цією групою, і потім був проведений парціальний хвильовий аналіз (PWA) [106-111] експериментальних даних по розсіянню. Знання, отримані завдяки PWA, були застосовані, щоб будувати нові і покращені потенціали. До Неймегенської групи потенціалів відносять наступні потенціали [67]:

1. Потенціали з твердою серцевиною – «hard-core» (HC). Цей клас давався з 1975 до 1979 рр., і майже дає хороший опис даних. Приклади цих потенціалів – це NijmD [112, 113] і NijmF [114].

2. Потенціали з м'якою серцевиною – «soft-core» (SC). Потенціал Nijm78 [115] був опублікований в 1987 р. і від нього після модифікації був сконструйований потенціал Nijm93 [116]. Nijm78 – нерелятивістський потенціал однобозонного обміну в конфігураційному просторі. Також до цієї підгрупи потенціалів відноситься розширена модель з м'якою серцевиною – «extended-soft-core» (ESC).

3. Потенціали на основі парціального хвильового аналізу (PWA93) [110]. В парціальному хвильовому аналізі Віргінської групи [117] np - фазові зсуви

представлені розширенням ряду, що базується на розрахунку плоскохвильового Борнівського наближення до комбінації t -каналу (m_π^0) і u -канального (m_π^\pm) полюса. Неймегенська група розробила програму, щоб істотно поліпшити фазовий аналіз. Щоб досягати до цієї мети, вони спочатку побудували базу даних, тобто вони проглянули світову NN базу даних (всі дані в діапазоні $E_{LAB}=0-350$ MeV, виданих в журнальних статтях між 1955-1992 рр.) і усунули всі дані, які мали або дуже високе, або дуже низьке значення χ^2 . Із 2078 pp - даних нижче енергії 350 MeV тільки 1787 витримали перевірку, а з 3446 np - даних – тільки 2514. Для потенціалу Nijm92pp величина χ^2/N_{pp} становила 1.4. Наступне удосконалення потенціалу Nijm78 [115] для np даних дало модель Nijm93: $\chi^2/N_{pp}=1.8$ для 1787 pp і $\chi^2/N_{np}=1.9$ для 2514 np даних, тобто $\chi^2/N_{data}=1.87$. Для Nijm I і Nijm II величина $\chi^2/N_{data}=1.03$.

В аналіз вводилися складні напівфеноменологічні припущення: для кожної низьколежачої хвилі ($J \leq 4$) потенціал був відрегульований, щоб обмежити залежність аналізу від енергії. В аналізі потенціал включає частину короткого діапазону и частину дальньої дії з лінією розділу в $r=1.4$ fm. Потенціал дальнього радіусу дії ($r > 1.4$ fm) складався з електромагнітної V_{EM} і ядерної V_N частин [110]: $V_L = V_{EM} + V_N$. Електромагнітна взаємодія може бути записаною наступним чином для pp - і np - розсіяння відповідно

$$V_{EM}(pp) = V_C + V_{VP} + V_{MM}(pp); \quad V_{EM}(np) = V_{MM}(np). \quad (1.5)$$

Тут V_C – потенціал Кулона, який містить найнижчий порядок релятивістських поправок до статичного потенціалу і включає вклади всіх обмінних діаграм з двома фотонами; V_{VP} – вакуумний потенціал поляризації; V_{MM} – магнітна взаємодія моменту. Ядерний потенціал дальньої дії представлений як

$$V_N = \frac{M}{E} \cdot V_{OPE}(f_\pi, m_\pi) + f_{med}(S) \cdot V_{HBE},$$

де V_{OPE} – потенціал однопіонного обміну (OPE); M – нуклонна маса; E – енергія центру мас; f_π – константа зв'язку як один із використовуваних параметрів для мінімізації; V_{HBE} – потенціал важкобозонного обміну; фактор $f_{med}(S=0)=1.8$ і $f_{med}(S=0)=1.0$. Залежний від енергії фактор M/E ($E = \sqrt{M^2 + q^2}$, $q^2 = MT_{LAB}/2$)

беруть «мінімальним» способом, приглушуючи нерелятивістський ОРЕ потенціал при високих енергіях. В NN - розсіянні ми стикаємось з чотирма різними псевдовекторними константами зв'язку в піон-нуклон-нуклонних вершинах: $f_{pp\pi^0}$, $f_{nn\pi^0}$, $f_{np\pi^-}$, $f_{pn\pi^+}$. Для комбінацій, які відбуваються у ОРЕ потенціалі, вони використовуються наступним чином: для $np \rightarrow np$: $f_0^2 \equiv -f_{nn\pi^0}f_{pp\pi^0}$; для $np \rightarrow pn$: $2f_c^2 \equiv f_{np\pi^-}f_{pn\pi^+}$; для $pp \rightarrow pp$: $f_p^2 \equiv f_{pp\pi^0}f_{pp\pi^0}$.

ОРЕ потенціал для pp - і np - розсіяння буде відповідно

$$V_{ORE}(pp) = f_p^2 V(m_{\pi^0}); \quad V_{ORE}(np) = -f_0^2 V(m_{\pi^0}) + (-1)^{T+1} 2f_c^2 V(m_{\pi^+}). \quad (1.6)$$

Тут T означає загальний ізоспін, а величина $V(m)$ для великих r дається виразом:

$$V(m) = \frac{1}{3} \left(\frac{m}{m_s} \right)^2 \frac{e^{-mr}}{r} \left[(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) + S_{12} \left(1 + \frac{3}{mr} + \frac{3}{(mr)^2} \right) \right],$$

де скалярна маса m_s вводиться безрозмірною і звичайно розглядається як маса зарядженого піона.

4. Високоякісні потенціали – «high-quality» (HQ). До них відносять такі потенціали як Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 [116]. NN потенціали можуть бути записані або в конфігураційному просторі, або в імпульсному просторі:

$$(\Delta + k^2)\psi = 2M_r V \psi,$$

де для нерелятивістської і релятивістської кінематик співвідношення між енергією центру мас і імпульсом центра мас даються виразами: $E = k^2 / 2M_r$,

$E = \sqrt{k^2 + M_1^2} + \sqrt{k^2 + M_2^2} - M_1 - M_2$. Запис потенціалів $V = \sum_{i=1}^6 V_i P_i$ визначається

шістьма операторами в конфігураційному просторі:

$$\begin{aligned} P_1 &= 1, \quad P_2 = \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2, \quad P_3 = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}) - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2), \quad P_4 = \vec{L} \cdot \vec{S}, \\ P_5 &= Q_{12} = \frac{1}{2} [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{L}) + (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{L})(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L})], \quad P_6 = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{L}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Тут вказано центральний, тензорний, спін-спіновий, спін-орбітальний, квадратичний спін-орбітальний і антисиметричний спін-орбітальний оператори. Вважається, що для розсіяння ідентичної частинки P_6 не вносить вклад в потенціал. В імпульс-

ному просторі, вводячи позначення $\vec{k} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$, $\vec{q} = \frac{1}{2}(\vec{p}_f + \vec{p}_i)$, $\vec{n} = \vec{q} \times \vec{k}$ (тут \vec{p}_i і \vec{p}_f – початковий і кінцевий імпульси), формули (1.7) приймуть вигляд:

$$P_1 = 1, P_2 = \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2, P_3 = (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k}) - \frac{1}{3} \vec{k}^2 (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2),$$

$$P_4 = \frac{i}{2} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{n}, P_5 = (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{n})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n}), P_6 = \frac{i}{2} (\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{n}.$$

Тому V_i є функціями від \vec{k} , \vec{q} , \vec{n} і енергії в імпульсному просторі. Оператор Q_{12} в конфігураційному просторі – не точне перетворення Фур'є оператора $(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{n})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n})$ в імпульсному просторі. Щоб конфігураційне й імпульсне представлення давали точно ті ж фазові зсуви і зв'язані стани, то версія конфігураційного простору повинна бути точним перетворенням Фур'є версії імпульсного простору, і навпаки.

До структури високоякісних потенціалів входить [116] потенціал ОРЕ. В цих моделях в ОРЕ частині розглядають масові відмінності між нейтральним піоном і зарядженим піоном обміну. Це вказує на те, що ізовектори для np і pp потенціалів відмінні. ОРЕ потенціал для pp - і np - розсіяння представлений відповідно як

$$V_{OPE}(pp) = f_\pi^2 V(m_{\pi^0}); \quad V_{OPE}(np) = -f_\pi^2 V(m_{\pi^0}) \pm 2f_\pi^2 V(m_{\pi^\pm}), \quad (1.8)$$

де знак плюс (мінус) відповідає повному ізоспіну $T=1$ (0). Тут

$$V(m) = \left(\frac{m}{m_{\pi^\pm}} \right)^2 m \left[\phi_T^0(m) S_{12} + \frac{1}{3} \phi_C^1(m, r) (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \right]; \quad \phi_C^1(r) = \phi_C^0(r) - 4\pi \delta^3(m\vec{r}).$$

Основними функціями моделей Nijm I, Nijm II, Nijm93 були функції потенціалу однобозонного обміну (ОБЕ) із залежною від імпульсу центральною частиною і експоненціальними функціями. Пропагатори мезонів, включаючи експоненціальні формфактори, і для обмінів померон-типу даються формулами:

$$\Delta(\vec{k}^2, m^2, \Lambda^2) = \frac{1}{\vec{k}^2 + m^2} e^{-\vec{k}^2 / \Lambda^2}; \quad \Delta(\vec{k}^2, m_p^2) = \frac{1}{M_p^2} e^{-\vec{k}^2 / 4m_p^2},$$

де m_p і M_p – маси померона і протона відповідно. Різні потенціальні форми в імпульсному просторі були оцінені і зводилися до таких трьох модифікацій: (1) врахована різниця мас протона і нейтрона; (2) різниці між нейтральним і

зарядженим піоном і між нейтральним і зарядженим ρ - мезоном явно включені; (3) квадратичний спін-орбітальний оператор потенціалу в просторі імпульсів відрегульований. Ефект першої модифікації був доволі малим. Друга модифікація мала на увазі, що незалежність заряду в ОВЕ частині потенціалу була порушена. Для pp - розсіяння потенціал включає тільки обмін нейтральним мезоном, тоді як np - розсіяння включає обмін нейтральним мезоном і залежність від повного ізоспіну. Третя модифікація демонструє еквівалентність потенціалу в імпульсному і конфігураційному просторах.

Розглянемо регуляризований потенціал Рейда – Reid93. Незручність оригінального потенціалу Reid68 та, що в час побудови даного потенціалу якість np даних була доволі низькою. Друга незручність потенціалу Reid68 – потенціал мав $1/r$ особливість для всіх парціальних хвиль (це можна було подолати, ввівши дипольний формфактор). Оригінальний потенціал Reid68 [81] був параметризований Неймегенською групою на основі фазового аналізу і отримав назву як оновлена регуляризована версія – Reid93. Параметризація була проведена для 50 параметрів потенціалу, причому значення $\chi^2/N_{data}=1.03$ [116, 118]. ОВЕ частина регуляризованого потенціалу Reid93 була розширена для кожної парціальної хвилі. Графіки потенціалу Reid93 приведено в Додатку Б.

1.2.6. Потенціали Парижської групи

Початковий Парижський (Paris) потенціал [119] був отриманий для піон-піонних зсувів фаз і використовувався для піон-піонної взаємодії з прийнятим до уваги вкладу двопіонного обміну (TPE) та π - і ω - обмінів. В 1975 р. був побудований NN потенціал [120], який має фундаментальні теоретичні частини довгого і середнього радіусу дії. Частина короткої дії визначалась феноменологічно, підбираючи фазові параметри, а також параметри дейтрона. Хоча кількість вільних параметрів цього потенціалу невелика (шість в кожному ізоспіновому стані), але якість підгонки дуже хороша. В 1980 р. отримана параметризована версія (Paris80) [121], яка включала в себе набір 12 локальних функцій Юкави, що забезпечувало феноменологічне представлення Парижського потенціалу. Для низькоенергетичної області дана модель дає хороший опис даних pp - розсіяння. В 1981 р. потенціал

Paris80 був параметризований і для імпульсного представлення [122].

В 1980-их рр. був представлений модифікований Парижський потенціал для 1S_0 - і 3P_0 - станів [123, 124], який усував недоліки в більш ранніх параметризаціях. Дана остання зміна потенціалу не призводить до нефізичних зв'язаних станів з великими від'ємними енергіями як з цим стикались раніше. Дана група потенціалів забезпечує хорошу апроксимацію.

1.2.7. Потенціали Урбана

Потенціал Урбана v_{14} [125] є повністю феноменологічним потенціалом, де 14 – число врахованих різноманітних типів потенціалів (центральный, спин-спіновий, тензорний, спин-орбітальний, відцентровий, відцентровий спин-спіновий і загальний залежний від ізоспіну). В загальному записі потенціал має вид

$$v_{ij} = \sum_p v^p(r_{ij}) O_{ij}^p, \quad (1.9)$$

де $v^p(r_{ij})$ – функція відстані між частинками; O_{ij}^p – оператори, перші вісім з яких:

$$O_{ij}^{p=1,8} = 1, \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j, \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j, (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j)(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j), S_{ij}, S_{ij}(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j), (\vec{L} \cdot \vec{S})_{ij}, (\vec{L} \cdot \vec{S})_{ij}(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j).$$

Наступні шість операторів (шість «квадратичних L » частин)

$$O_{ij}^{p=9,14} = L^2, L^2(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j), L^2(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j), L^2(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j)(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j), (\vec{L} \cdot \vec{S})^2, (\vec{L} \cdot \vec{S})^2(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j)$$

відносно слабкі і вибрані, щоб робити розрахунки для багатьох тіл. В даній моделі потенціал NN - взаємодії записувався у такому вигляді:

$$V_{ij} = \sum_{p=1,14} (v_{\pi}^p(r_{ij}) + v_I^p(r_{ij}) + v_S^p(r_{ij})) O_{ij}^p.$$

Замість функцій, пов'язаних з 14-ма операторами, використовуються позначення $c, \sigma, \tau, \sigma\tau, t, t\tau, b, b\tau, q, q\sigma, q\tau, q\sigma\tau, bb, bb\tau$ відповідно. Для однопійонного обміну $v_{\pi}^p(r_{ij})$ є ненульовими тільки доданки з $p=\sigma\tau, t\tau$

$$v_{\pi}^{\sigma\tau}(r) = 3.488 \frac{e^{-0.7r}}{0.7r} (1 - e^{-cr^2}); \quad v_{\pi}^{t\tau}(r) = 3.488 \left(1 + \frac{3}{0.7r} + \frac{3}{(0.7r)^2} \right) \frac{e^{-0.7r}}{0.7r} (1 - e^{-cr^2})^2.$$

Сингулярності типу $1/r$ і $1/r^3$ ОРЕ потенціалу були видалені, а параметр відсікання c був визначений. Грін і Гаапакоскі [126] рекомендували відсікання $(1 - e^{-cr^2})^2$, стверджуючи, що це моделює ефект ρ - обмінної взаємодії. В даній моделі $v_I^p(r_{ij})$ належить до ОРЕ перехідних потенціалів другого порядку.

Короткодiюча частина потенціалу Урбана $v_S^p(r_{ij})$ береться як сума двох потенціалів Вудса-Саксона:

$$v_S^p = S^p W(r) + S'^p W'(r); \quad W(r) = \left(1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)\right)^{-1}; \quad W'(r) = \left(1 + \exp\left(\frac{r-R'}{a'}\right)\right)^{-1}.$$

Параметри і усесторонній опис моделі можна знайти в [125].

1.2.8. Потенціали Аргоннської групи

1. Початковий і базовий потенціал Аргоннської групи (Argonne v_{14} [127]) подібний до потенціалу Урбана v_{14} , але з деякими відмінностями. По-перше, в ньому πNN -зв'язок більший, ніж у потенціалі Урбана. По-друге, він містить ненульові компоненти для $i=t$, tt . По-третє, немає необхідності додавати другу функцію Вудса-Саксона для $i=ls$, lst . Далі, ефекти шести квадратичних операторів підтверджуються в деяких розрахунках ядерної структури.

2. Модель Argonne v_{28} [127] містила явні $\Delta(1232)$ степені вільності і 14 додаткових операторів, включаючи 12 операторів переходу для всіх можливих πNN - і $\pi \Delta\Delta$ -зв'язків і двох центральних операторів для каналів NN і $\Delta\Delta$ (останні обмежені, так що модель v_{28} не має додаткових вільних параметрів для підгонки даних). Моделі Argonne v_{14} і v_{28} дають чудові та майже ідентичні підходи до властивостей дейтрона і np - розсіяння до 330 МеВ. Вони зручні для розрахунку ядерної структури: коли оцінюються вклади багатьох тіл в кластер, то модель v_{28} буде автоматично включати більшу частину ефекту, пов'язаного з силами багатьох тіл в звичайних моделях, тоді як модель v_{14} забезпечить стандарт порівняння.

3. Аргоннський потенціал Argonne v_{18} [128] – високоякісний потенціал із зарядовою залежністю пристосований до бази даних по pp - і nn - розсіяння, отриманих за допомогою Неймегенської групи потенціалів. Argonne v_{18} записується як сума електромагнітної частини, частини однопiонного обміну і проміжкової короткодiючої частини [128]:

$$v(NN) = v^{EM}(NN) + v^\pi(r_{ij}) + v^R(r_{ij}). \quad (1.10)$$

Для pp - розсіяння електромагнітна частина складатиметься з одно- і дво-фотонного кулонівського термів, Дарвін-Фолді терму, вакуум-поляризаційного терму і терму взаємодії магнітного моменту, помножених на відповідні формфактори:

$$v^{EM}(pp) = V_{C1}(pp) + V_{C2} + V_{DF} + V_{DP} + V_{MM}(pp), \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} \text{де } V_{C1}(pp) &= \alpha' \frac{F_c(r)}{r}; & V_{C2} &\approx -\frac{\alpha\alpha'}{M_p} \left[\frac{F_c(r)}{r} \right]^2; & V_{DF} &= -\frac{\alpha}{4M_p} F_c(r); \\ V_{DP} &= -\frac{2\alpha\alpha'}{3\pi} \frac{F_c(r)}{r} \int_1^\infty dx \exp(-2m_e r x) \left[1 + \frac{1}{2x^2} \right] \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2}; \\ V_{MM}(pp) &= -\frac{\alpha}{4M_p^2} \mu_p^2 \left[\frac{2}{3} F_\delta(r) (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) + \frac{F_t(r)}{r^3} S_{ij} \right] - \frac{\alpha}{2M_p^2} (4\mu_p - 1) \frac{F_{ls}(r)}{r} (\vec{L} \cdot \vec{S}). \end{aligned}$$

Тут $F_c(r)$, $F_\delta(r)$, $F_t(r)$, $F_{ls}(r)$ – нуклонні формфактори; $\alpha' = 2k\alpha/(M_p v_{lab})$; $\alpha = 1/137$.

Для np - систем електромагнітна частина потенціалу складається з терму Кулона, що відноситься до розподілу нейтронного заряду, і взаємодії між магнітними моментами [128]

$$v^{EM}(np) = V_{C1}(np) + V_{MM}(np), \quad (1.12)$$

$$\text{де } V_{C1}(np) = \alpha\beta_n \frac{F_{np}(r)}{r}; \quad V_{MM}(np) = -\frac{\alpha}{4M_n M_p} \mu_n \mu_p \left[\frac{2}{3} F_\delta(r) (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) + \frac{F_t(r)}{r^3} S_{ij} \right] - \frac{\alpha}{2M_n M_p} \mu_n \frac{F_{ls}(r)}{r} (\vec{L} \cdot \vec{S} + \vec{L} \cdot \vec{A}).$$

Тут $\beta_n = 0.0189 \text{ fm}^2$, $\vec{A} = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_i - \vec{\sigma}_j)$.

Для nn - системи нехтують кулонівською взаємодією між нейтронними формфакторами, і потенціал визначається тільки термом магнітного моменту

$$v^{EM}(nn) = V_{MM}(nn) = -\frac{\alpha}{4M_n^2} \mu_n^2 \left[\frac{2}{3} F_\delta(r) (\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) + \frac{F_t(r)}{r^3} S_{ij} \right].$$

Крім цього, для розрахунку фаз розсіяння для 1S_0 - стану для pp - системи враховують повну електромагнітну взаємодію і відносну електромагнітну хвилю, а для nn - і np - систем – тільки повну електромагнітну взаємодію.

Залежна від заряду структура $v^\pi(r_{ij})$ потенціалу Argonne v_{18} та ж сама, як і в PWA Неймегенської групи [129].

Короткодіюча частина потенціалу Argonne v_{18} може бути представлена у вигляді суми центрального, L^2 , тензорного, спин-спінового і квадратичного спин-орбітального членів (позначеними c , $l2$, t , ls , $ls2$) в залежності від S , T , T_z :

$$v_{ST,NN}^R(r) = v_{ST,NN}^c(r) + v_{ST,NN}^{l2}(r)L^2 + v_{ST,NN}^t(r)S_{12} + v_{ST,NN}^{ls}(r)(\vec{L} \cdot \vec{S}) + v_{ST,NN}^{ls2}(r)(\vec{L} \cdot \vec{S})^2.$$

Потенціал Argonne v_{18} [128] з 40 регульованими параметрами дає

величину $\chi^2/N_{data}=1.09$ для 4301 pp і np даних в області енергій 0-350 MeV. Графіки потенціалу Argonne v18 приведено в Додатку Б.

Модифікований потенціал Argonne v_{18pq} [130] включав різні варіанти квадратичних імпульсно-залежних термів в NN потенціалах, щоб відповідати фазовим зсувам високих парціальних хвиль. Згідно [131] версія ARGm не враховувала електромагнітні взаємодії окрім нерелятивістської кулонівської взаємодії для розподіленого заряду. Також змінена ядерна частина потенціалу, щоб відтворити довжини синглетного розсіяння і енергію зв'язку дейтрона в повній відповідності з вихідним потенціалом Argonne v₁₈. В [132] запропоновано версію Argonne v₁₈ в імпульсному представленні.

1.2.9. Потенціали Боннської групи

В першій версії (1987 р.) потенціали Боннської групи представляла усесторонню польову обмінну мезоном модель для NN - взаємодії з відповідними діаграмами [133]. Загальний Боннський потенціал (Full-Bonn) – NN просторово-імпульсний потенціал. Поряд з π , ω і δ - обмінами модель містить TPE вклади, включаючи ρ - обмін і віртуальне ізобарне збудження. Крім того, діаграми більш високого порядку з обміном важкими бозонами виявляються критичними для кількісного опису кутового моменту малих зсувів фаз NN - розсіяння. Дана модель дає передбачення мезон-нуклонних вершинних параметрів (константи взаємодії і параметри відсікання вершинних формфакторів). Модель забезпечує оптимальну основу для того, щоб звернутись до декількох важливих проблем ядерної фізики (задачі трьох тіл, симетрії заряду, порушення парності, релятивістських ефектів для NN сил в задачі багатьох тіл). Версія NN потенціалу для координатного простору отримана від простої параметризації загальної моделі (Full-Bonn) з шістьма ОВЕ частинами (три пари для псевдоскаляра, вектора і скаляра мезонів). Потенціали були регуляризовані за допомогою функцій для дипольних формфакторів. Full-Bonn потенціал в цілому дає хороший опис NN даних по розсіянню. Остаточна версія Full-Bonn потенціалу була отримана в 1989 р. В цій моделі короткодіюча частина визначалась феноменологічними формфакторами для діаграм Фейнмана в імпульсному просторі і регуляризованою високо імпульсною частиною амплітуди

розсіяння з відсікання. Маса відсікання були відрегульовані у відповідності з експериментальними даними.

Діаграми власної енергії нуклонів, необхідні для задоволення унітарності NN - розсіяння вище порогу народження піонів, вивчалися для реалістичної моделі однобозонного обміну [134]. Показано, що в рамках нековаріантної теорії збурень незалежна ітерація бульбашкових діаграм на обох нуклонних лініях призводять до факторів «одягання», які забезпечують чітко визначені поправки до мезонних обмінних вкладів.

Серед багато чисельних версій Боннської групи потенціалів найкращими є наступні потенціали: BEST1, BEST3 [135], Full-Bonn, Bonn-B [136], CD-Bonn [137, 138], останній з яких є найкращим із усіх моделей. Відмінність між Full-Bonn і Bonn-B потенціалами така, що у Full-Bonn моделі корельовані двопіонні і $\pi\rho$ вклади з проміжковими Δ ізобарами, а у Bonn-B – «класична» модель однобозонного обміну з використанням фіктивного σ мезону для презентації двопіонного обміну. На відміну від Full-Bonn, потенціал Bonn-B є незалежним від енергії, що спрощує його застосування для розрахунків нуклонної структури і NN - розсіяння. Незважаючи на простоту потенціалу Bonn-B, він дає результати, які майже ідентичні отриманим з використанням загальної моделі. Отож, потенціал Bonn-B – проста теоретична мезонна модель, яка дає хороший опис даних по розсіянню свого часу. Однак в 1993 р. в публікації [111] для даних pp - розсіяння нижче 350 MeV було показано, що відрегульовані для координатного простору моделі (Bonn-A і Bonn-B) дають поганий опис ($\chi^2/N_{data} > 8$ в діапазоні енергій 2-350 MeV). Але з 2000 року є доступний залежний від заряду («charge-dependence» – звідси і позначення CD) потенціал CD-Bonn, який відповідає світовим pp - даним нижче 350 MeV з $\chi^2/N_{data}=1.01$ (2932 даних) і відповідним np - даним з $\chi^2/N_{data}=1.02$ (3058 даних). Були продубльовані потенціалом CD-Bonn всі дані, отримані для потенціалу Full-Bonn для парціальних хвиль з $J \leq 4$. CD-Bonn представлений в термінах коваріантних амплітуд Фейнмана небозонного обміну і є локальним.

1.2.10. Потенціали Московської групи

Детальний опис даної групи потенціалів приведено в [139-141], де

розглядається мікроскопічна основа цих моделей, що виникає завдяки складній кварковій структурі нуклонів. Потенціали Moscow- типу пояснюють глибоко лежачі зв'язані стани, які з'являються в цих моделях.

Вводячи додаткові умови ортогональності на складові частинки з шести кварків, отриманий неперервний ряд еквівалентних нелокальних моделей взаємодії, які характеризуються сильним скороченням або відсутністю відштовхувальної серцевини. Були детально проаналізовані передбачення цих моделей взаємодії для $3N$ систем. Показано, що при відомих умовах потенціали Moscow- типу порівняно з першопочатковою фазово-еквівалентною моделлю дають NN потенціал, який описує вищі парні парціальні хвилі. Більші відхилення від звичних моделей були знайдені для розподілу імпульсу у високій області. Енергія Кулонівського зміщення для ядер ${}^3\text{He}-{}^3\text{H}$ показує на узгодження з експериментом, коли енергія зв'язку ${}^3\text{H}$ екстраполюється до експериментального значення.

Новий механізм для проміжкового і короткодіючого діапазонів NN -взаємодії дається мікроскопічною моделлю, яка розвинена Moscow-Tübingen групою [142, 143]. Ця група розробила т.з. «одягнену» дибаріонну модель (DDM) [144] і «одягнену» мішковинну модель (DBM) [145].

1.2.11. Кіральні потенціали

Одним із кіральних потенціалів є Айдахо (Idaho) [146-148]. Для 2π обмінних діаграм (Рис. 1.2) з використанням коваріантної теорії збурень для рівняння Бете-Салпетера читається в системі оператора

$$T = Y + YGT,$$

де T – інваріантна амплітуда для двонуклонних процесів розсіяння, Y – сума всіх неперетворюваних двочастинкових діаграм, G – релятивістський двонуклонний пропагатор. Рівняння Бете-Салпетера еквівалентне набору рівнянь

$$T = \bar{V} + \bar{V}gT, \quad (1.13.1)$$

$$\bar{V} = Y + Y(G - g)\bar{V}, \quad (1.13.2)$$

$$\bar{V} \approx Y + Y_{OPE}(G - g)Y_{OPE}. \quad (1.13.3)$$

Тут розглядається 2π коробкова діаграма (Y_{OPE} – релятивістська однопійонна частина).

Y містить всі неперетворювані діаграми, включаючи релятивістські поправки до третього порядку. Це не призводить до подвійного підрахунку \bar{V} . За релятивістський трьохмірний пропагатор g вибирають той, який запропонували Блакенбеклер і Сугар. Він має ту перевагу, що ОРЕ (і повний потенціал) будуть зарядово-незалежними, що усуває потребу в складному формалізмі унітарних перетворень.

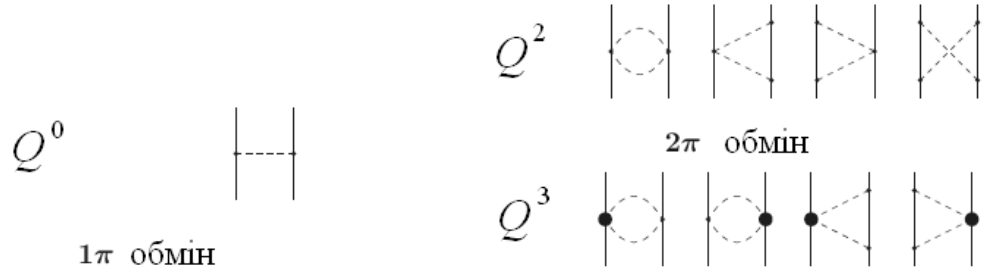


Рис. 1.2. Одно і двоіонна обмінна діаграма до третього порядку [147]

Повний кіральний потенціал визначається як

$$\bar{V}(\vec{p}', \vec{p}) = (\text{сума } \pi + 2\pi \text{ вкладів}) + \text{контакти}, \quad (1.14)$$

де перший доданок дається рівнянням (1.13.3). Цей потенціал задовольняє релятивістське рівняння Блакенбеклера-Сугара (1.13.1). Якщо потенціал записати як

$$V(\vec{p}', \vec{p}) = \sqrt{\frac{M_N}{E_{p'}}} \bar{V}(\vec{p}', \vec{p}) \sqrt{\frac{M_N}{E_p}} \approx \left(1 - \frac{p'^2 + p^2}{4M_N^2}\right) \bar{V}(\vec{p}', \vec{p}), \quad (1.15)$$

то V задовольнятиме звичайному нерелятивістському рівнянню Ліппмана-Швінгера

$$T(\vec{p}', \vec{p}) = V(\vec{p}', \vec{p}) + \int d^3 p'' V(\vec{p}', \vec{p}'') \frac{M}{p^2 - p''^2 + i\epsilon} T(\vec{p}'', \vec{p}). \quad (1.16)$$

В попередніх виразах використано, що $E_p = \sqrt{M_N^2 + \vec{p}^2}$. Слід звернути увагу на

те, що корекційний член $-\frac{p'^2 + p^2}{4M_N^2}$ включений тільки для ОРЕ потенціалу, тоді

як для ТРЕ він би створив додаткові вклади вищих порядків. З тих пір, як кіральний потенціал V задовольняє рівняння (1.16), він став застосовним в звичайній нерелятивістській ядерній фізиці. Оскільки повторення V в (1.16) вимагає скорочення для великих імпульсів, щоб запобігти нескінченності.

Тому потенціал V впорядковують таким чином:

$$V(\vec{p}', \vec{p}) \rightarrow V(\vec{p}', \vec{p}) \exp\left(-\left(p'/\Lambda\right)^{2n}\right) \exp\left(-\left(p/\Lambda\right)^{2n}\right);$$

$$V(\vec{p}', \vec{p}) \approx V(\vec{p}', \vec{p}) \left\{1 - \left[\left(p'/\Lambda\right)^{2n} + \left(p/\Lambda\right)^{2n}\right] + \dots\right\}.$$

Останнє рівняння вказує на те, що експоненціальне відсікання призводить до нових вкладів в потенціал. Для потенціалів контактів використовується маса відсікання Λ .

Ренормалізація NN - взаємодії з кіральним двоіонним обмінним потенціалом описана в [149]. До часто використовуваних кіральних потенціалів відносять Idaho N³LO [150] і Juelich N³LO [151].

В [152] описані модельні потенціали, пристосовані до бази даних Granada-2013. В огляді [153] розглянуто за допомогою кіральної ефективної теорії поля, як ядерні сили виникають з низько енергетичної КХД. Високоякісні двонуклонні потенціали до п'ятого порядку кірального розширення приведені в [154]. Запропоновані дві феноменологічні r і r^2 обмежені кіральні SU(3) кваркові моделі представлено в [155].

1.2.12. Інші нуклон-нуклонні потенціали

До використовуваних в науковій літературі NN потенціалів можна віднести також наступні: потенціали Фунабаші [156-158], потенціали Гамбургської групи [159-161], уявні потенціали [162], INOY-потенціали Будапештської групи (локальні всередині, а ззовні Юкавівський хвіст [163] або короткодійний терм Юкави [131]), потенціали на основі J- матричного формалізму оберненої задачі розсіяння (JISP) [164, 165].

До потенціалів, що базуються на КХД, відносять Оксфордський потенціал (Oxford) [166], де застосовано складові кваркової моделі до низькоенергетичної NN - взаємодії. До сучасних феноменологічних NN потенціалів відносяться наступні: релятивістська оптична модель [167] на базі Московського потенціалу, Бразильський релятивістський потенціал двоіонного обміну $O(q^4)$ [168], локальний потенціал, розширений з точки зору ортогональних проекторів [169] та ін.

1.3. Деякі нерозв'язані проблеми в нуклон-нуклонній взаємодії

Вищевказані NN потенціали досить добре описують експериментальні дані розсіяння неполяризованих частинок, але для пояснення енергетичної

поведінки поляризаційних величин [170] потрібно модифікувати потенціал взаємодії, а це призводить до зміни неполяризаційних даних.

Розглянемо проблеми невеликого масштабу, але їм часто дослідники не приділяють особливої уваги при вивченні NN - взаємодії:

- 1) лишній (надлишковий) вузол хвильової функції дейтрона;
- 2) енергетична поведінка поляризаційного параметра асиметрії A_y ;
- 3) асиметрія тензорної поляризації t_{20} ;
- 4) особливості одержання значень матеріального r_m , структурного r_d і зарядового r_{ch} радіусів дейтрона;
- 5) властивості нуклон-нуклонні взаємодії при високих енергіях.

Розглянемо першу нерозв'язану проблему – лишній вузол ХФД. Відомо, що, по-перше, згідно постулатів квантової механіки в основному стані будь-яка хвильова функція не повинна мати нулів; по-друге, ХФД – двокомпонентна, і описується системою двох зв'язаних диференціальних рівнянь Шредінгера. В потенціальній моделі дейтрон описується системою двох зв'язаних рівнянь Шредінгера, що відповідають двом радіальним компонентам хвильової функції $u(r)$ та $w(r)$ для орбітальних моментів $L=0$ та $L=2$. В деяких роботах одна [138] (Боннський потенціал), або обидві [140, 171] (Московський потенціал) компоненти ХФД мають вузли поблизу початку координат. На Рис. 1.3 наведено ХФД для Боннського потенціалу [138]. Очевидно, що така поведінка ХФД протирічить загальній математичній теоремі про число вузлів власних функцій крайових задач [172]. Основному стану системи відповідає функція без вузлів в середині інтервалу крайової задачі. Наявність вузлів в хвильових функціях основного (і єдиного) стану дейтрона може вказувати на існування певних неузгодженостей в реалізації чисельних алгоритмів, які застосовуються в подібних задачах. Як правило, в наукових публікаціях опускається багато подробиць щодо конкретної реалізації того чи іншого алгоритму. Тому неможливо вказати на точну причину некоректної поведінки отриманої ХФД.

Розглянемо другу нерозв'язану проблему [173] – енергетичну поведінку поляризаційного параметра асиметрії A_y . В науковій літературі даний параметр

прийнято називати як « A_y puzzle (загадка, головоломка)». Наприклад, в [173] приведений нуклонний аналіз A_y для пружного Nd - розсіяння. Представлені передбачення для CD-Bonn, Argonne v18, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Idaho та NLO потенціалів. Окрім цього, приведені експериментальні значення енергетичної залежності A_y при 3 MeV [174], 10 MeV [175], 65 MeV [176] (при nd - розсіянні) і [177] (при pd - розсіянні). Порівнявши таку поведінку A_y з теорією, стає зрозуміло, що приведена авторами [173] енергетична залежність поляризаційного параметра від енергії має суттєві неточності.

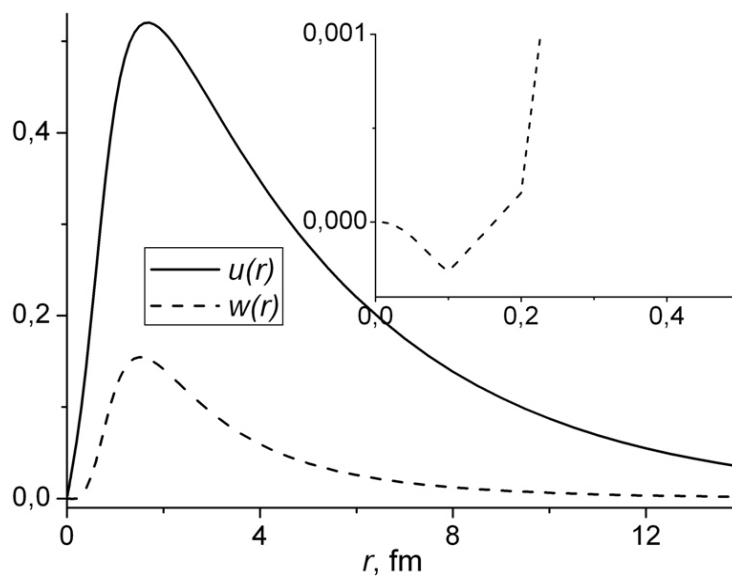


Рис. 1.3. Хвильова функція дейтрона Боннського потенціалу [138]

В роботі [178] систематично досліджено які саме покращення в описі величини A_y можуть бути отримані шляхом змін нуклон-нуклонного потенціалу.

В [179] вказана розбіжність між nd і pd даними для низькоенергетичної аналізуючої здатності в пружному розсіянні з одного боку та прогнозами всіх NN сил (навіть у тому числі 3NF) з іншого боку. Спостерігається сильна чутливість A_y до компонент 3P_0 , 3P_1 і 3P_2 - 3F_2 NN сил. Вказана невелика різниця між даними pd і nd . Причому pd дані навколо кута $\theta=120^\circ$ є дещо меншими, ніж nd дані. В [180] була спроба якісно пояснити цей ефект на основі гіпотези про уповільнення протона в кулонівському полі дейтрона.

Як зазначено в [181], дуже точне недавнє вимірювання нейтрон-протонної

векторної аналізуючої здатності A_y , при 12 MeV на TUNL викликало дебати про можливу проблему A_y в низькоенергетичному np - розсіянні (див. в огляді [182]). На думку авторів [181], остання особливість можливо пов'язана з проблемою A_y в низькоенергетичному Nd - розсіянні [183]. Однак набори 3P_j фазових зсувів [183] сильно відрізняються від тих, які визначені як в глобальному фазовому аналізі нуклон-нуклонних даних, так і в моделях нуклон-нуклонних потенціалів.

В [184] досліджено низькоенергетичне пружне nd - розсіяння та реакцію розпаду дейтрона. Особлива увага приділяється загадці A_y у пружному розсіянні та поперечним перерізам в просторово-симетричних (SST) та nn квазівільних розсіюючих (QFS) конфігураціях, для яких повідомляється про великі розбіжності між експериментальними даними та теоретичними розрахунками (для Av18, CD-Bonn, Nijm1, Nijm2, N³LO) при енергії падаючого нейтрона $E_{lab, n}$ нижче 30 MeV.

Автори роботи [185] виявили, що включення послідовних кіральних взаємодій з релятивістськими $1/m$ поправками та короткодійним 2π -контактним термом (не включеним у N³LO 3-нуклонній силі) не пояснює A_y загадку при малих енергіях.

Крім енергетичної поведінки поляризаційного параметра A_y , в роботі [173] також приведені як теоретичні розрахунки, так і експериментальні дані для дейтронних аналізуючих здатностей T_{20} , iT_{11} , T_{21} , T_{22} та диференціального перерізу $d\sigma/d\Omega$ для пружного Nd - розсіяння. Виміряні високоточні дейтронні аналізуючі здатності iT_{11} , T_{20} , T_{21} , T_{22} для пружного dp - розсіяння при 70, 100, 135, 200 і 250 MeV/N порівнюються [186] з розрахунками для потенціалів Av18, CD Bonn, Nijm I і Nijm II та їх поєднанням з TM99 3NF, комбінації Av18+Urbana IX. Вони також залежать від енергії.

Як зазначено в [187], покращені кіральні потенціали повинні забезпечити відмінну відправну точку для їх застосувань до малонуклонних систем. Зокрема, нуклон-дейтронне розсіяння є природним полігоном для вивчення деталей тринуклонної сили. Розрахунки, засновані на кіральних потенціалах (NLO, N²LO, N³LO) і Неймегенському парціальному хвильовому аналізі, свідчать про те, що ефекти тринуклонної сили в Nd - розсіянні повинні бути малими при низькій енергії (за винятком деяких спостережуваних, як, наприклад, векторна аналізована

здатність), але стають чітко видимими при проміжних енергіях $E_{N,lab} \sim 70$ MeV і вище. Результати для np диференціального перерізу $d\sigma/d\Omega$, векторна аналізована здатність A_y , коефіцієнти передачі поляризації D і A та параметри спінової кореляції A_{xx} і A_{yy} різняться при енергіях $E_{lab} = 50; 96; 143; 200$ MeV.

Використовуючи кваркову модель NN - взаємодії fss2, в [188] досліджено нейтрон-дейтронні низькоенергетичні параметри ефективного діапазону, диференціальні перерізи та спінові поляризаційні спостережувані пружного nd - розсіяння до енергії падаючого нуклона $E_N = 65$ MeV. Ці спостережувані послідовно описані без введення тринуклонних сил, але за винятком нуклонної аналізуючої здатності $A_y(\theta)$ і дейтронної векторної аналізуючої здатності $iT_{11}(\theta)$ в області низьких енергій $E_N \leq 25$ MeV. При розрахунках було включено екрановану кулонівську силу до pd -розсіяння, модифікуючи підхід Вінсента-Фатака до різкої кулонівської сили. Давня « A_y загадка» трохи покращилася, але все ще залишається.

Прогнози кіральних потенціалів [189] вищі в максимумі A_y (при $E_n = 3$ і 10 MeV), ніж для потенціалу CD-Vonn, і порушують довгострокову ситуацію, коли всі NN стандартні реалістичні потенціали недооцінюють максимуми приблизно на 30%. Фактично розрахунки в [189] порушили застій у вирішенні A_y загадки.

Як зазначено в [190], процес пружного нуклон-дейтронного розсіяння може бути використаний для дослідження тринуклонної динаміки, але для отримання достовірних висновків на основі порівняння теоретичних прогнозів і даних необхідна оцінка теоретичних невизначеностей. Приведено приклад коефіцієнта спінової кореляції $C_{z,x}$, отриманого в рамках підходу Фаддєєва. Виявлено, що використання різних моделей ядерних сил призводить до домінуючої теоретичної невизначеності для спостережуваних пружного Nd - розсіяння.

У роботі [191] представлені результати для тензорної поляризації t_{20} , яка залежить від імпульсу p та кута розсіяння електронів θ_e . Проілюстрована асиметрія для t_{20} у залежності від кута θ_e .

При вивченні когерентного π^0 - фотонародження на дейтроні з включенням проміжної ηNN - взаємодії в тричастинковому підході [192] показано, що вплив ефектів перерозсіяння в проміжному стані на тензорні спінові асиметрії мішені

істотний при крайніх зворотних кутах піона. На прямих кутах переважає внесок чисто імпульсного наближення, а спінові асиметрії демонструють дуже слабкий вплив ефектів перерозсіання. При дослідженні чутливості результатів до оператора фотонародження елементарного піона і до NN моделі потенціалу для ХФД були знайдені істотні залежності.

В роботі [193] зазначено, що середньоквадратичний радіус дейтрона r_m визначається за експериментальними даними по пружному розсіянню електронів дейтронами в області малих переданих імпульсів. В новому методі визначення r_m , заснованому на дослідженнях ізотопічних зсувів між атомами водню і дейтерію, використовується різниця між вимірами і теоретичними значеннями ізотопічних зсувів, але через недосконалість теорії точність у визначенні r_m втрачається, а знайдені значення r_m шляхом аналізу різних ізотопічних зсувів істотно відрізняються один від одного. На даний момент розбіжності в теоретичних й експериментальних значеннях r_m становлять ~ 1 -2%. Для такої простої і добре вивченої системи як «дейтрон» подібні розбіжності є небажаними, і тому останнім часом зусилля дослідників спрямовані на усунення цього протиріччя, щоб точніше визначити величину r_m .

Згідно досліджень в [193] значення матеріального r_m , структурного r_d і зарядового r_{ch} радіусів дейтрона, отримані з використанням експериментальних фаз розсіяння групи GWU, добре узгоджуються як із параметрами, розрахованими при використанні експериментального значення ефективного радіуса дейтрона $\rho=1.727(26)$ fm, так і з експериментальними значеннями цих величин. Значення середньоквадратичних радіусів r_m , r_d і r_{ch} для Неймегенських фаз розсіяння гірше узгоджуються з експериментом, ніж значення цих параметрів для фаз розсіяння групи GWU.

В [194] приведені значення синглетних низькоенергетичних параметрів розсіяння a_s , r_{0s} , v_{2s} , v_{3s} , v_{4s} , отримані з використанням підгонки синглетної функції ефективного радіуса $k \cdot \text{ctg} \delta_s$ поліномами для сучасних експериментальних фаз нейтрон-протонного розсіяння групи GWU. Встановлено, що низькоенергетичні параметри np - розсіяння для

експериментальних даних групи GWU істотно відрізняються від низькоенергетичних параметрів для експериментальних даних Неймегенської групи. Показано, що на відміну від параметрів, що відповідають фазам розсіяння Неймегенської групи, отримані параметри згідно експериментальним фазам розсіяння групи GWU приводять до дуже хорошого узгодження розрахованих перерізів np - розсіяння з їх експериментальними значеннями.

Стосовно NN - взаємодії при високих енергіях [195] потрібно відмітити, що розсіяння перестає бути ізотропним і починає залежати від форми потенціалу; поряд з S - хвилею помітний вклад в переріз дають і вищі гармоніки; починаючи з порогу народження піонів ($E_{nop} \approx 140$ MeV) відновлення ядерних сил по даним про пружне розсіяння ускладнюється непружними каналами.

1.4. Висновки до розділу 1

В першому розділі приведений опис фізичних станів двонуклонної системи: спінові стани для nn -, pp - і np - систем ($T=1$); спінові стани для np - системи ($T=0$); сумарні спінові стани для np -системи.

Приведено основні особливості потенціалів нуклон-нуклонної взаємодії. Зокрема розглянуто потенціали Рейда з м'якою серцевиною і Хамада-Джонстона з жорсткою серцевиною, а також описано такі різновиди потенціалів NN - взаємодії: Єльський потенціал, супер м'якоосновний потенціал, потенціали Неймегенської групи (PWA93, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93), потенціал Парижської групи (Paris80), потенціал Урбана v_{14} , потенціали Аргоннської (Argonne v_{14} і v_{18}) і Боннської (Full-Bonn, Bonn-B, CD-Bonn) груп, Moscow- тип потенціалів та інші потенціали. Приділено увагу також і кіральним потенціалам.

Вкінці розділу приведено деякі нерозв'язані проблеми в нуклон-нуклонній взаємодії та їх стан вирішення (лишній вузол ХФД та енергетична поведінка поляризаційного параметра асиметрії A_y , дейтронних аналізуючих здатностей T_{20} , iT_{11} , T_{21} , T_{22} та диференціального перерізу $d\sigma/d\Omega$ для пружного нуклон-дейтронного розсіяння, кутова й імпульсна залежність тензорної поляризації t_{20} та ін.).

РОЗДІЛ 2

МЕТОД ФАЗОВИХ ФУНКЦІЙ

ТА РОЗРАХУНКИ ФАЗОВИХ ЗСУВІВ NN- РОЗСІЯННЯ

Даний розділ присвячений опису й аналізу основних рівнянь методу фазових функцій (МФФ) та їх застосування до задач одно- та двоканального нуклон-нуклонного розсіяння. До таких задач належать, наприклад, пружне розсіяння в синглетних і триплетних спінових станах при наявності нецентрального сил типу спін-орбітального і тензорного зв'язку [196, 197]. Приведено результати отриманих фазових зсувів та залежних від них величин.

2.1. Метод фазових функцій для одноканального розсіяння. Фазова й амплітудна функції

Із експериментально спостережуваних величин перерізу розсіяння та енергій переходів отримують у першу чергу інформацію про фази та амплітуди розсіяння, а не про хвильові функції, що є основним об'єктом дослідження при стандартному підході. Іншими словами, в експерименті спостерігаються не самі хвильові функції, а їх зміни, викликані у результаті взаємодії [196]. Тому представляє інтерес отримати, вивчати і застосовувати рівняння, що безпосередньо пов'язують фази й амплітуди розсіяння з потенціалом, не знаходячи при цьому хвильові функції.

До основних відомих і найпоширеніших методів розв'язування рівняння Шредінгера з метою отримання фаз розсіяння належать: метод послідовних наближень, Борнівське наближення, МФФ, Brysk- апроксимація та ін.

Розглянемо типовий приклад одноканального процесу: розсіяння безспінової частинки з енергією E (або хвильовим числом $k^2 = 2mE/\hbar^2$) і орбітальним моментом l на сферично-симетричному потенціалі $V(r)$. Рівняння Шредінгера для радіальної хвильової функції $u_l(r)$ має вигляд [196, 197]:

$$\frac{d^2 u_l(r)}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r) \right) u_l(r) = 0, \quad (2.1)$$

де $U(r) = \frac{2m}{\hbar^2} V(r)$ - перенормований потенціал взаємодії. Двома лінійно незалежними

розв'язками вільного рівняння Шредінгера (2.1) (при $U \equiv 0$) є сферичні функції Ріккати-Бесселя $j_l(kr)$ і $n_l(kr)$ [198]. Із умови скінченності хвильової функції випливає, що вільному рухові відповідає тільки регулярний в точці $r=0$ розв'язок $j_l(kr)$. Тому в цьому випадку при великих значеннях r асимптотичний розв'язок набуде вигляду

$$u_l(r) \approx \text{const} \cdot \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right).$$

При наявності потенціалу в області, де $U(r)$ зникає, хвильова функція включатиме добавку нерегулярного розв'язку вільного рівняння $n_l(kr)$. Мірою цієї добавки, що кількісно описує ефект взаємодії, є фаза розсіяння δ_l :

$$u_l(r) \approx \text{const} \cdot [j_l(kr) - \text{tg} \delta_l \cdot n_l(kr)], \quad (2.2)$$

$$u_l(r) \rightarrow \text{const} \cdot \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l\right), \quad r \rightarrow \infty. \quad (2.3)$$

Стандартний спосіб обчислення фаз розсіяння – це розв'язування рівняння Шредінгера для хвильової функції (2.1) при асимптотичній граничній умові (2.3). МФФ полягає в переході від рівняння Шредінгера до рівняння для фази розсіяння. Для цього вводять дві нові функції $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$ таким чином [196, 199]:

$$u_l(r) = A_l(r) \cdot [\cos \delta_l(r) \cdot j_l(kr) - \sin \delta_l(r) \cdot n_l(kr)]. \quad (2.4)$$

Фізичний зміст функцій $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$ виявляється, якщо на них накласти додаткові умови. Необхідність додаткової умови зумовлена тим, що замість невідомої функції $u_l(r)$ введено дві невідомі функції $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$. Тому повинна виконуватися наступна умова для похідної хвильової функції:

$$\frac{du_l(r)}{dr} = A_l(r) \left[\cos \delta_l(r) \cdot \frac{dj_l(kr)}{dr} - \sin \delta_l(r) \cdot \frac{dn_l(kr)}{dr} \right], \quad (2.5)$$

яка еквівалентна наступній умові

$$\frac{dA_l}{dr} [\cos \delta_l \cdot j_l - \sin \delta_l \cdot n_l] - \frac{d\delta_l}{dr} A_l [\sin \delta_l \cdot j_l + \cos \delta_l \cdot n_l] = 0. \quad (2.6)$$

Рівняння (2.1) і (2.6) є достатніми для однозначного визначення функцій $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$. Проведене перетворення аналогічне методу варіації постійних.

Введені таким чином функції $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$ мають зміст відповідно фазових і амплітудних функцій розсіяння. Дійсно це так, бо із порівняння виразів (2.4) і (2.2) очевидно, що якщо потенціал $U(r)$ “обрізаний” в деякій точці $r=R$:

$$U(r, R) = U(r) \cdot \theta(R - r), \quad \theta(x > 0) = 1, \quad \theta(x \leq 0) = 0, \quad (2.7)$$

то в області $r > R$ функції $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$ приймають постійні значення $\delta_l(R)$ і $A_l(R)$, що дорівнюють фазі розсіяння й амплітуді асимптотичного виразу хвильової функції (2.3) при розсіянні на “обрізаному” потенціалі (2.7). Термін “фазова функція” вперше був використаний в роботі Морза і Алліса [200].

Знайдемо рівняння, яким задовольняють фазова та амплітудна функції. Для цього продиференціюємо рівняння (2.5) і підставимо отриманий результат разом з виразом (2.4) у рівняння Шредінгера (2.1). Одержимо рівняння

$$\frac{dA_l}{dr} \left[\cos \delta_l \cdot \frac{dj_l}{dr} - \sin \delta_l \cdot \frac{dn_l}{dr} \right] - \frac{d\delta_l}{dr} A_l \left[\sin \delta_l \cdot \frac{dj_l}{dr} + \cos \delta_l \cdot \frac{dn_l}{dr} \right] - UA_l [\cos \delta_l \cdot j_l - \sin \delta_l \cdot n_l] = 0. \quad (2.8)$$

Система двох диференціальних рівнянь 1-го порядку (2.6) і (2.8) є достатньою для однозначного визначення функцій $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$. Оскільки вихідне рівняння Шредінгера є рівнянням 2-го порядку, то ми отримали систему двох рівнянь 1-го порядку.

Виключаючи похідну амплітудної функції і використовуючи той факт, що вронскіан розв’язків вільного рівняння Шредінгера рівний:

$$j_l(kr) \cdot \frac{dn_l(kr)}{dr} - n_l(kr) \cdot \frac{dj_l(kr)}{dr} = k,$$

отримуємо рівняння для фазової функції $\delta_l(r)$:

$$\frac{d\delta_l(r)}{dr} = -\frac{1}{k} U(r) [\cos \delta_l(r) \cdot j_l(kr) - \sin \delta_l(r) \cdot n_l(kr)]^2, \quad \delta_l(0) = 0. \quad (2.9)$$

Рівняння для фазової функції (2.9) не залежить від амплітудної функції $A_l(r)$. Цей факт має глибокий фізичний зміст і пов’язаний з тим, що нормування хвильової функції несуттєве в задачах розсіяння і пошуку енергії зв’язаних станів.

Отже, обчислення фази розсіяння при вказаному потенціалі зводиться до розв’язування задачі з початковими умовами, тобто до задачі Коші для нелінійного диференціального рівняння 1-го порядку (2.9).

Фазове рівняння (2.9) як основне рівняння МФФ було вперше отримано Друкарєвим [201], а потім незалежно у роботах Бергмана [202], Кінча [203, 204], Ольсона [205], Калоджеро [206], Зимека [207]. Частковий випадок (2.9) при $l=0$

$$\frac{d\delta_0(r)}{dr} = -\frac{1}{k} U(r) \sin^2 [kr + \delta_0(r)], \quad \delta_0(0) = 0 \quad (2.10)$$

був використаний Морзе і Аллісом раніше (1933 р.) в задачі S - розсіяння повільних електронів на атомах [200].

Аналогічним способом, виключаючи похідну фазової функції $\frac{d\delta_l}{dr}$ із системи рівнянь (2.6) і (2.8), одержимо рівняння для амплітудної функції $A_l(r)$ у вигляді:

$$\frac{dA_l(r)}{dr} = -\frac{1}{k} A_l(r) U(r) [\cos \delta_l(r) \cdot j_l(kr) - \sin \delta_l(r) \cdot n_l(kr)] [\sin \delta_l(r) \cdot j_l(kr) + \cos \delta_l(r) \cdot n_l(kr)]. \quad (2.11)$$

На відміну від фазового рівняння (2.9), рівняння для амплітудної функції (2.11) є лінійним і містить фазову функцію $\delta_l(r)$. Рівняння (2.11) може бути проінтегроване в явному виді:

$$A_l(r) = \exp \left\{ -\frac{1}{k} \int_{r_0}^r dr' U(r') [\cos \delta_l(r') \cdot j_l(kr') - \sin \delta_l(r') \cdot n_l(kr')] [\sin \delta_l(r') \cdot j_l(kr') + \cos \delta_l(r') \cdot n_l(kr')] \right\}.$$

Тут припускається, що амплітудна функція нормована на одиницю: $A_l(r_0)=1$.

Отже, хвильова функція (2.4) повністю визначається розв'язком фазового рівняння (2.9). Це відображає добре відомий факт, що лінійне однорідне рівняння 2-го порядку (рівняння Шредінгера) може бути зведене до нелінійного рівняння 1-го порядку (рівняння Ріккати). Важливо, що фазова функція, яка є розв'язком отриманого рівняння Ріккати, має простий і наочний фізичний зміст.

Можливі й інші форми запису фазового рівняння. Основне рівняння МФФ (2.9) може бути використано для отримання нових рівнянь для фізичних параметрів, які є функціями фази розсіяння [206]. Якщо ввести у розгляд $t_l(r) \equiv \tan \delta_l(r)$, то легко перевірити прямою підстановкою в (2.9), що ця функція задовольняє рівнянню

$$\frac{dt_l(r)}{dr} = -\frac{1}{k} U(r) [j_l(kr) - t_l(r) n_l(kr)]^2, \quad t_l(0) = 0. \quad (2.12)$$

Можливі й інші загальні форми рівнянь для фазової функції. Їх розглядали Калоджеро і Равенхолл [208, 209], Дашен [210], Соун [211].

Як зауважено в [197], фазове рівняння було перевідкрите Франчетті [212] та використовувалось для інтерпретації високоенергетичного pp - розсіяння [213], для низькоенергетичного розширення фазових зсувів розсіяння для далекодіючих потенціалів [214] і для низькоенергетичного потенціального розсіяння [215].

2.2. Переваги і застосування методу фазових функцій

Відмітимо переваги [196] підходу МФФ для обчислення фаз в порівнянні зі стандартним методом, заснованим на розгляді рівняння Шредінгера для хвильової функції. Фазове рівняння (2.9) наглядно демонструє зв'язок фази розсіяння з потенціалом. Оскільки вираз $[\cos \delta_l(r) \cdot j_l(kr) - \sin \delta_l(r) \cdot n_l(kr)]^2$ завжди невід'ємний, то знак похідної фазової функції $\delta_l(r)$ однозначно пов'язаний зі знаком потенціалу $U(r)$. Для потенціалу притягання похідна фазової функції, а як наслідок, і фазова функція є додатними, а для відштовхувального потенціалу – від'ємними. Той факт, що фазове рівняння є 1-го порядку, спрощує програмування і обчислення на комп'ютерах. Це дозволяє зменшити кількість чисельних операцій і час розрахунку. Неосцилюючий, а більш монотонний характер поведінки фазової функції дозволяє проводити розрахунки з більшою точністю і полегшує оцінку похибок результатів. Ще однією важливою перевагою даного методу є можливість побудови в його рамках нових алгоритмів обчислення не тільки фазових зсувів, але й довжин розсіяння, парціальних і повних амплітуд розсіяння, ефективних радіусів та інших параметрів розсіяння.

Метод квазілінеаризації [216] з МФФ дає чудові результати при застосуванні до обчислення основних і збуджених зв'язаних станів енергій і хвильових функцій для різних потенціалів. В [217] запропоновано узагальнення МФФ до проблем акустичної хвилі, що розсіюється на безперервній середній неоднорідності. Аналітичне дослідження зв'язаних станів у графенових нанострічках і вуглецевих нанотрубках описано в [218] при застосуванні МФФ і релятивістської теореми Левінсона.

В останні десятиліття МФФ не тільки практично використовується, а й вдосконалюється. Так в [219] за допомогою МФФ розглянуто абсолютне визначення фазового зсуву з регулярними сферично-симетричними потенціалами, а в [220] – розрахунок та корекція довжин розсіяння. В [221] обговорюється залежність фазового зсуву від кутового моменту та енергії. В [222] запропоновано модифікований МФФ для чисельного розв'язання зв'язаних радіальних рівнянь Шредінгера, який підтримує лінійну незалежність різних наборів векторів розв'язків. В рамках МФФ автори [223] отримали рівняння для визначення амплітуди розсіяння нерелятивістської квантової частинки в нелокальному потенціалі. Розв'язок такого рівняння перед-

бачає розв'язок інтегро-диференціального рівняння Вольтерра 1-го роду і дозволяє визначити енергії зв'язаного стану і хвильові функції. Запропоновано швидку чисельну схему для розв'язання цих рівнянь і показано, що запропонований метод вимагає чисельних зусиль того ж порядку, що і у випадку локального потенціалу.

2.3. Асимптотика хвильової функції для одноканального розсіяння

Враховуючи асимптотику сферичних функцій Бесселя при $r_0 \rightarrow 0$ (див. [198]), отримуємо асимптотику для хвильової функції одноканального розсіяння

$$u_l(r_0) = A_l(r_0) [\cos \delta_l(r_0) \cdot j_l(kr_0) - \sin \delta_l(r_0) \cdot n_l(kr_0)] \approx \frac{(kr_0)^{l+1}}{(2l+1)!!} - \frac{(kr_0)^{l+3}}{2(2l+3)!!} + \delta_l(r_0) \left[\frac{(2l-1)!!}{(kr_0)^l} + \frac{(2l-3)!!}{2(kr_0)^{l-3}} \right]. \quad (2.13)$$

Оскільки відомі асимптотики [196] для фазової функції у випадках слабо і сильно сингулярних потенціалів, то їх можна використати для запису асимптотики хвильової функції поблизу початку координат. Якщо врахувати тільки перші члени асимптотичного розкладу сферичних функцій Бесселя, то при $r_0 \rightarrow 0$ асимптотика для хвильової функції буде [22]:

1) для несингулярного або слабо сингулярного потенціалу ($r^2 U(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$):

$$u_l(r_0) \approx \frac{(kr_0)^{l+1}}{(2l+1)!!} - \frac{(2l-1)!!}{[(2l+1)!!]^2} k^{l+1} r_0^{-l} \int_0^{r_0} U(r) r^{2l+2} dr; \quad (2.14)$$

2) для сильно сингулярного потенціалу відштовхування ($r^2 U(r) \rightarrow +\infty$ при $r \rightarrow 0$):

$$u_l(r_0) \approx \frac{k^{l+1}}{(2l-1)!!} \frac{r_0^l}{U^{1/2}(r_0)}; \quad (2.15)$$

3) для потенціалу типу відцентрового ($r^2 U(r) \rightarrow const = \beta$ при $r \rightarrow 0$):

$$u_l(r_0) \approx A_l(r_0) \frac{(kr_0)^{l+1}}{(2l+1)!!} [1 - q_l]. \quad (2.16)$$

Тут амплітудна функція при малих r матиме степеневу залежність [196]

$$A_l(r) \approx \exp \left\{ -\frac{\beta(1-q_l)}{2l+1} \int_r^{r_0} \frac{dr'}{r'} \right\} - \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{\beta(1-q_l)}{2l+1}}, \quad r < r_0 \rightarrow 0.$$

Величина $q_l = 1 + \frac{(2l+1)^2}{2\beta} - \frac{(2l+1)^2}{2\beta} \sqrt{1 + \frac{4\beta}{(2l+1)^2}}$ лежить в межах $-1 < q_l < 1$.

Як видно із формул (2.15), (2.16), асимптотика хвильової функції не буде

$u(r_0) \sim r_0^{l+1}$, а матиме складніший вид та визначатиметься також і поведінкою потенціалу поблизу початку координат.

Вказані співвідношення для асимптотик фазової та хвильової функції застосуємо у задачі одноканального розсіяння при використанні конкретних потенціалів NN - взаємодії. Так для несингулярного потенціалу [196] $U = U_0 e^{-a/r}$ знайдено асимптотику хвильової функції (2.14), причому [22]

$$u_l(r_0) \approx \frac{(kr_0)^{l+1}}{(2l+1)!!} - \frac{(2l-1)!!}{[(2l+1)!!]^2} k^{l+1} r_0^{-l} \int_0^{r_0} U r^{2l+2} dr = u_l^{(1)}(r_0) + u_l^{(2)}(r_0) \text{ при } r_0 \rightarrow 0.$$

Для $l=0$; $k=10$; $U_0=7.5$; $a=0.2$ отримані значення компонент асимптотики хвильової функції приведено в Таблиці 2.1. Бачимо, що друга частина асимптотики $u_l^{(2)}(r_0)$, яка залежить від форми потенціалу взаємодії, дає певний вклад в повну асимптотику хвильової функції $u_l(r_0)$.

Таблиця 2.1

Поведінка хвильової функції на малих відстанях для несингулярного потенціалу $U = U_0 e^{-a/r}$

$r_0, \text{ fm}$	$u_l^{(1)}(r_0)$	$u_l^{(2)}(r_0)$	$u_l(r_0)$
0.001	0.0100	-5.09E-97	0.0100
0.008	0.0800	-1.85E-17	0.0800
0.015	0.1500	-2.39E-11	0.1500
0.022	0.2200	-7.02E-09	0.2200
0.029	0.2900	-1.75E-07	0.2900
0.036	0.3600	-1.47E-06	0.3600
0.043	0.4300	-6.91E-06	0.4300
0.050	0.5000	-2.27E-05	0.5000
0.057	0.5700	-5.91E-05	0.5699
0.064	0.6400	-1.30E-04	0.6399
0.071	0.7100	-2.55E-04	0.7097

Розглянемо 1S_0 -, 3P_0 -, 3P_1 - стани для np - системи (при $E_{lab}=150 \text{ MeV}$), де маси нуклонів було вибрано такими: $M_p=938.27231 \text{ MeV}$; $M_n=939.56563 \text{ MeV}$. На Рис. 2.1 і 2.2 приведено розраховані по МФФ фазова й амплітудна функції для потенціалу Argonne v18 [128, 224]. Текст підпрограми SUBROUTINE PHASE1 на мові Фортран [225-230] див. у Додатку В. На рисунках також зображена і хвильова

функція, розрахована по формулі (2.4). Враховано асимптотики в залежності від потенціалу NN - взаємодії. Фазова функція виходить на асимптотику, і фаза розсіяння для даних спінових станів співпадає з розрахунками оригінальної роботи [128].

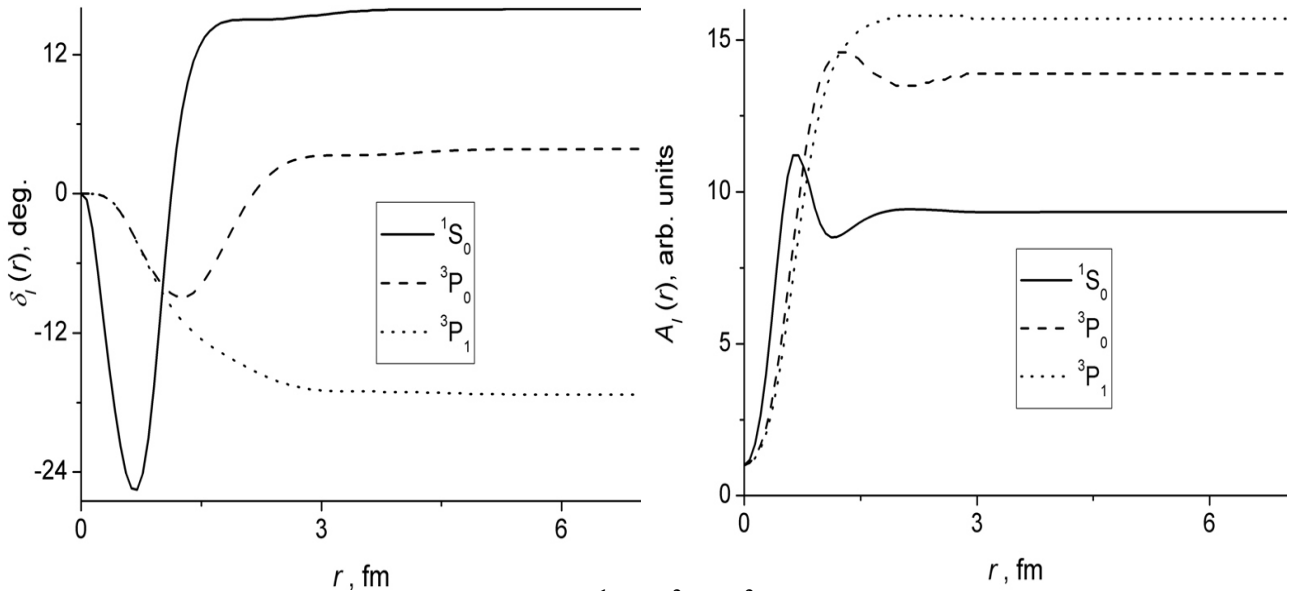


Рис. 2.1. Фазова й амплітудна функції 1S_0 , 3P_0 , 3P_1 - станів (потенціал Argonne v18)

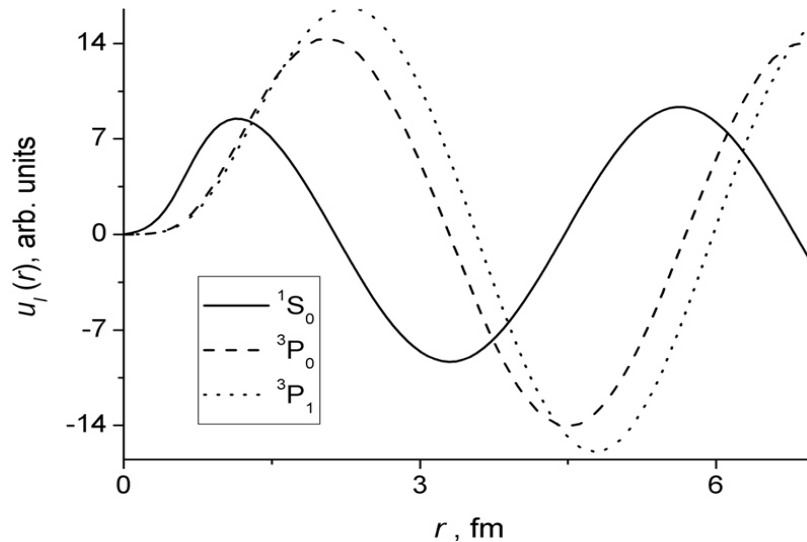


Рис. 2.2. Хвильова функція 1S_0 , 3P_0 , 3P_1 - станів (потенціал Argonne v18)

В [33] описано особливості поведінки фазової, амплітудної й хвильової функцій для координат до 7 fm і при енергіях взаємодії $E_{lab}=1; 10; 50; 100; 150; 250; 350$ MeV для потенціалу Argonne v18. Розглянуто 1S_0 , 1P_1 , 3P_0 , 3P_1 , 1D_2 , 3D_2 , 1F_3 , 3F_3 , 1G_4 , 3G_4 - стани для np - системи. Як видно із представлених результатів, хвильова функція матиме різне число вузлів для одного і того самого спінового стану при різних енергіях. В межах 0-7 fm число вузлів збільшується при збільшен-

ні енергії для одного спінового стану. Отримані значення хвильових функцій $u_l(r)$ в для потенціалу Argonne v18 добре співпадають по формі з результатами робіт [164, 165], де вказані результати розрахунків при застосуванні J- матричного формалізму оберненої задачі розсіяння. Відмінність результатів хіба що в константах нормування, оскільки в [164, 165] значення $u_l(r)$ приведено у відносних одиницях.

Отримані графічні матеріали для функцій $\delta_l(r)$, $A_l(r)$, $u_l(r)$ можуть допомогти дати краще і повніше квантово-механічне представлення фази та амплітуди для нейтрон-протонного розсіяння, а також краще зрозуміти і доповнити дані для задачі пошуку повної амплітуди і повного перерізу NN - розсіяння.

2.4. Метод фазових функцій для двоканального розсіяння

Застосуємо МФФ до задачі на двоканальне розсіяння. Система рівнянь Шредінгера з тензорним змішуванням матиме наступний вид [196]:

$$\begin{cases} \frac{d^2 u_J(r)}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{J(J-1)}{r^2} - U_1(r) \right] u_J(r) = U_3(r) w_J(r); \\ \frac{d^2 w_J(r)}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{(J+2)(J+1)}{r^2} - U_2(r) \right] w_J(r) = U_3(r) u_J(r). \end{cases} \quad (2.17)$$

Введемо в розгляд хвильові функції, які виражені через чотири нові функції:

$$\begin{cases} u_J(r) = A(r) [\cos \delta_\alpha(r) \cdot j_\alpha(kr) - \sin \delta_\alpha(r) \cdot n_\alpha(kr)], \\ w_J(r) = B(r) [\cos \delta_\beta(r) \cdot j_\beta(kr) - \sin \delta_\beta(r) \cdot n_\beta(kr)]. \end{cases} \quad (2.18)$$

Тут $\delta_\alpha(r)$, $\delta_\beta(r)$ - фазові функції; $A(r)$, $B(r)$ - амплітудні функції каналів α і β . Фізичний зміст функцій $\delta_\alpha(r)$, $\delta_\beta(r)$, $A(r)$, $B(r)$ виясняється, якщо на них накласти деякі додаткові умови, оскільки замість двох невідомих функцій $u_J(r)$ і $w_J(r)$ введено інші чотири невідомі функції. Тому будемо вимагати виконання додаткових умов для похідних шуканих хвильових функцій $u_J(r)$ і $w_J(r)$:

$$\begin{cases} u'_J = A [\cos \delta_\alpha \cdot j'_\alpha - \sin \delta_\alpha \cdot n'_\alpha]; \\ w'_J = B [\cos \delta_\beta \cdot j'_\beta - \sin \delta_\beta \cdot n'_\beta], \end{cases} \quad (2.19)$$

які еквівалентні наступним умовам

$$\begin{cases} A' [\cos \delta_\alpha \cdot j_\alpha - \sin \delta_\alpha \cdot n_\alpha] - \delta'_\alpha A [\sin \delta_\alpha \cdot j_\alpha + \cos \delta_\alpha \cdot n_\alpha] = 0; \\ B' [\cos \delta_\beta \cdot j_\beta - \sin \delta_\beta \cdot n_\beta] - \delta'_\beta B [\sin \delta_\beta \cdot j_\beta + \cos \delta_\beta \cdot n_\beta] = 0. \end{cases} \quad (2.20)$$

Аналогічно до одноканального розсіяння знайдемо рівняння, яким задовольняють фазові та амплітудні функції. Для цього продиференціюємо систему рівнянь (2.20) і підставимо отриманий результат разом із виразом (2.18) в систему рівнянь Шредінгера (2.17). Тоді одержимо дві наступні системи рівнянь

$$\begin{cases} A' [\cos \delta_\alpha \cdot j'_\alpha - \sin \delta_\alpha \cdot n'_\alpha] - \delta'_\alpha A [\sin \delta_\alpha \cdot j_\alpha + \cos \delta_\alpha \cdot n_\alpha] = 0; \\ A' [\cos \delta_\alpha \cdot j_\alpha - \sin \delta_\alpha \cdot n_\alpha] - \delta'_\alpha A [\sin \delta_\alpha \cdot j'_\alpha + \cos \delta_\alpha \cdot n'_\alpha] - U_1 A [\cos \delta_\alpha \cdot j_\alpha - \sin \delta_\alpha \cdot n_\alpha] = \\ = U_3 B [\cos \delta_\beta \cdot j_\beta - \sin \delta_\beta \cdot n_\beta]; \end{cases} \quad (2.21)$$

$$\begin{cases} B' [\cos \delta_\beta \cdot j'_\beta - \sin \delta_\beta \cdot n'_\beta] - \delta'_\beta B [\sin \delta_\beta \cdot j_\beta + \cos \delta_\beta \cdot n_\beta] = 0; \\ B' [\cos \delta_\beta \cdot j_\beta - \sin \delta_\beta \cdot n_\beta] - \delta'_\beta B [\sin \delta_\beta \cdot j'_\beta + \cos \delta_\beta \cdot n'_\beta] - U_2 B [\cos \delta_\beta \cdot j_\beta - \sin \delta_\beta \cdot n_\beta] = \\ = U_3 A [\cos \delta_\alpha \cdot j_\alpha - \sin \delta_\alpha \cdot n_\alpha]. \end{cases} \quad (2.22)$$

Враховавши вигляд вронскіанів розв'язків вільного рівняння Шредінгера $j_{\alpha,\beta} \cdot n'_{\alpha,\beta} - n_{\alpha,\beta} \cdot j'_{\alpha,\beta} = k_{\alpha,\beta} = k$ та виключаючи похідні фазових і амплітудних функцій, отримуємо систему, як і очікувалось, з чотирьох нелінійних зв'язаних рівнянь для функцій $\delta_\alpha(r)$, $\delta_\beta(r)$, $A(r)$, $B(r)$ у такому виді [22]

$$\begin{cases} \delta'_\alpha = -\frac{U_1}{k} P_\alpha^2 - \frac{U_3 \operatorname{tg} \varepsilon}{k} P_\alpha P_\beta; \\ \delta'_\beta = -\frac{U_2}{k} P_\beta^2 - \frac{U_3}{k \operatorname{tg} \varepsilon} P_\beta P_\alpha; \\ A' = -\frac{U_1 A}{k} P_\alpha Q_\alpha - \frac{U_3 A \operatorname{tg} \varepsilon}{k} P_\beta Q_\alpha; \\ B' = -\frac{U_2 A \operatorname{tg} \varepsilon}{k} P_\beta Q_\beta - \frac{U_3 A}{k} P_\alpha Q_\beta; \end{cases} \quad (2.23)$$

де $\operatorname{tg} \varepsilon = B/A$ – параметр відношення (або змішування) амплітудних функцій; $P_i = \cos \delta_i \cdot j_i - \sin \delta_i \cdot n_i$; $Q_i = \sin \delta_i \cdot j_i + \cos \delta_i \cdot n_i$; $i = \alpha, \beta$. Отже, отримано систему чотирьох зв'язаних нелінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку для фазових і амплітудних функцій.

Аналітичними методами розв'язку системи (2.23) є методи Мак-Хейла–Телера [233], Блатта–Біденхарна [234], Брейта [97], Стаппа [238], Матвєєнка–Пономарьова–Файфмана [239] (див. Додаток Г). На основі огляду в монографії В.В. Бабікова [196] зазначено, що математично коректною із перших чотирьох є параметризація Стаппа, бо не містить математичні вирази, які в певних точках

можуть обернутися в нескінченність.

В роботах [58, 232] розглянуто представлення S- матриці розсіяння згідно параметризації Стаппа. В [197] приведена матриця розсіяння для багатоканального розсіяння, на основі якої дана також і матриця розсіяння для двох каналів. Слід зауважити, аналогічно до одноканальної задачі в багатоканальному випадку можна побудувати більш загальну форму МФФ, використовуючи в якості базисної системи функцій більш загальні функції. Тим самим або частина взаємодії включається в базисні функції, або центробіжний доданок розглядається як взаємодія.

2.5. Асимптотика фазової функції для двоканального розсіяння

Аналогічно до одноканального розсіяння можна знайти й асимптотики фазових функцій змішаних станів системи двох нуклонів при $r_0 \rightarrow 0$. Оскільки

$$\cos \delta_\alpha(r') \approx 1 \text{ і } \sin \delta_\alpha(r') \approx \delta_\alpha(r'); \quad \cos \delta_\beta(r') \approx 1 \text{ і } \sin \delta_\beta(r') \approx \delta_\beta(r');$$

то при врахуванні асимптотик сферичних функцій Бесселя отримаємо асимптотики для фазових функцій δ_α і δ_β системи (2.23) у виді [22]:

1) для слабо сингулярного потенціалу:

$$\begin{cases} \delta_\alpha \approx -\frac{k_1^{2l_1+1}}{[(2l_1+1)!!]^2} \int_0^{r_0} U_1 r^{2l_1+2} dr - \frac{k_1^{l_1} k_2^{l_2+1}}{(2l_1+1)!!(2l_2+1)!!} \int_0^{r_0} U_3 \text{tg} \varepsilon r^{l_1+l_2+2} dr; \\ \delta_\beta \approx -\frac{k_2^{2l_2+1}}{[(2l_2+1)!!]^2} \int_0^{r_0} U_2 r^{2l_2+2} dr - \frac{k_1^{l_1+1} k_2^{l_2}}{(2l_1+1)!!(2l_2+1)!!} \int_0^{r_0} \frac{U_3}{\text{tg} \varepsilon} r^{l_1+l_2+2} dr; \end{cases} \quad (2.24)$$

2) для сильно сингулярного потенціалу:

$$\begin{cases} \delta_\alpha \approx -\frac{(k_1 r_0)^{2l_1+1}}{(2l_1+1)!!(2l_1-1)!!} \left[1 - \frac{2l_1+1}{r_0 U_1^{1/2}} \right] - U_3 \text{tg} \varepsilon \frac{k_1^{3l_1+1} k_2^{l_2} r_0^{3l_1+l_2+2}}{[(2l_1+1)!!]^2 (2l_1-1)!!(2l_2-1)!!} [1+O_1]; \\ \delta_\beta \approx -\frac{(k_2 r_0)^{2l_2+1}}{(2l_2+1)!!(2l_2-1)!!} \left[1 - \frac{2l_2+1}{r_0 U_2^{1/2}} \right] - \frac{U_3}{\text{tg} \varepsilon} \frac{k_1^{l_1} k_2^{3l_2+1} r_0^{l_1+3l_2+2}}{[(2l_2+1)!!]^2 (2l_1-1)!!(2l_2-1)!!} [1+O_2]; \end{cases} \quad (2.25)$$

3) потенціал є константою:

$$\begin{cases} \delta_\alpha = -U_1 \frac{k_1^{2l_1+1} r_0^{2l_1+2}}{[(2l_1+1)!!]^2} [1-q_{l_1}]^2 - U_3 \text{tg} \varepsilon \frac{k_1^{l_1} k_2^{l_2+1} r_0^{l_1+l_2+2}}{(2l_1+1)!!(2l_2+1)!!} [1-q_{l_1}] [1-q_{l_2}]; \\ \delta_\beta = -U_2 \frac{k_2^{2l_2+1} r_0^{2l_2+2}}{[(2l_2+1)!!]^2} [1-q_{l_2}]^2 - \frac{U_3}{\text{tg} \varepsilon} \frac{k_1^{l_1+1} k_2^{l_2} r_0^{l_1+l_2+2}}{(2l_1+1)!!(2l_2+1)!!} [1-q_{l_1}] [1-q_{l_2}]_1. \end{cases} \quad (2.26)$$

Тут $O_1(r_0^2)$ і $O_2(r_0^2)$ – поправочні доданки, які визначаються за допомогою підстановки $\delta_l = \arctg(j_l / n_l) + \Delta_l$ в фазове рівняння. Крім асимптотик для фазових функцій, для повноти картини застосовності МФФ необхідно знаходити й асимптотики для параметра змішування амплітудних функцій.

2.6. Розрахунок фазових зсувів одноканального нуклон-нуклонного розсіяння при енергіях до 350 MeV

В останні 15 років зріс інтерес до NN - розсіяння у рамках кіральної теорії збурень [187, 240], в послідовному теоретико-польовому підході [241], для парціального хвильового аналізу нижче порогу утворення піона [242]. Також отримуються фази розсіяння через суперсиметрії і факторизації [243], N/D метод обчислення парціальних хвиль для пружного NN - розсіяння [244] або перенормування NN - взаємодії для кірального потенціалу двопіонного обміну [245].

До чисельних методів розв'язання нелінійного диференціального рівняння 1-го порядку (якими є саме фазове (2.9) і амплітудне (2.11) рівняння) відносять метод Ейлера, модифікований метод Ейлера, метод Ейлера з перерахунком (методом Гюна), методи Рунге-Кутта, багатокрокові методи (наприклад, метод Адамса 4-го порядку) [225, 246, 247]. Завдяки високій точності і простоті реалізації метод Рунге-Кутта 4-го порядку є одним із самих поширених чисельних методів розв'язування рівнянь і систем рівнянь 1-го порядку.

По МФФ чисельно отримано фазові зсуви NN - розсіяння: nn (1S_0 -, 3P_0 -, 3P_1 -, 1D_2 - станів), pp (1S_0 -, 3P_0 -, 3P_1 -, 1D_2 - станів) і np (1S_0 -, 1P_1 -, 3P_0 -, 3P_1 -, 1D_2 -, 3D_2 - станів). Був вибраний чисельний метод розв'язування фазового рівняння (2.9) – метод Рунге-Кутта 4-го порядку [225, 246-249]. При написанні програмного коду використано мову програмування Фортран [225-230]. Текст підпрограми SUBROUTINE PHASE1 приведено в Додатку В. При оптимізованому виборі кроку чисельних розрахунків фазові зсуви отримувалися з відносною точністю до 0.01. Фазові зсуви знаходились при виході фазової функції $\delta_l(r)$ на асимптотику при $r=10$ fm. Фазові зсуви в градусах наведено на Рис. 2.3-2.16, а їх чисельні значення – в роботах [7, 20, 53].

Чисельні розрахунки проведено для потенціалів міжнуклонної взаємодії Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 [116, 250] і Argonne v18 [128, 224]. Розрахунки по МФФ (лінії, що одержані інтерполяцією відповідних значень при $T_{lab}=1, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350$ MeV) порівнюються з експериментальними даними для фазового аналізу SP07 (точки) [251].

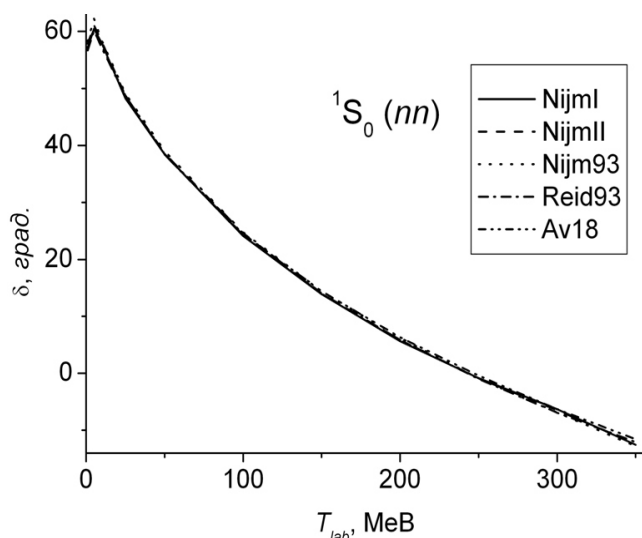


Рис. 2.3. Фазові зсуви nn -розсіяння для 1S_0 -стану

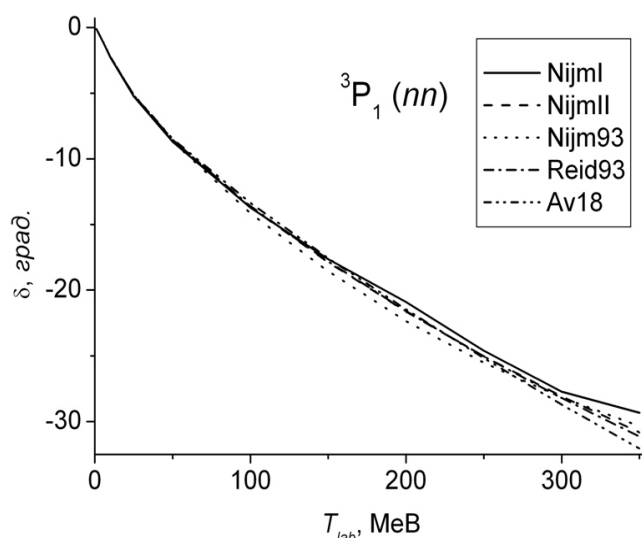


Рис. 2.5. Фазові зсуви nn -розсіяння для 3P_1 -стану

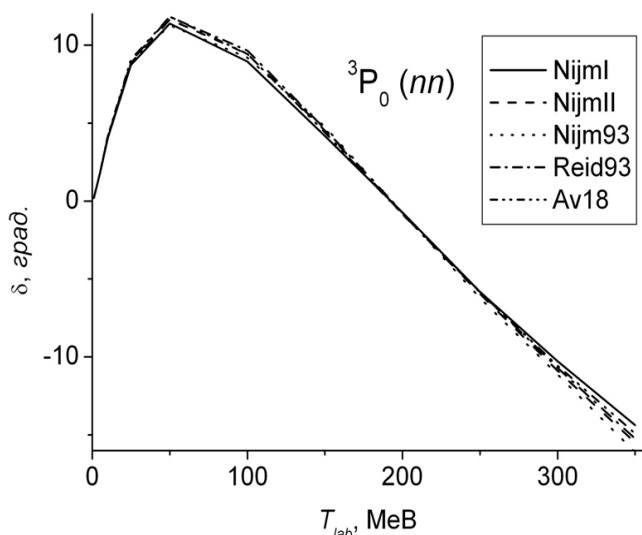


Рис. 2.4. Фазові зсуви nn -розсіяння для 3P_0 -стану

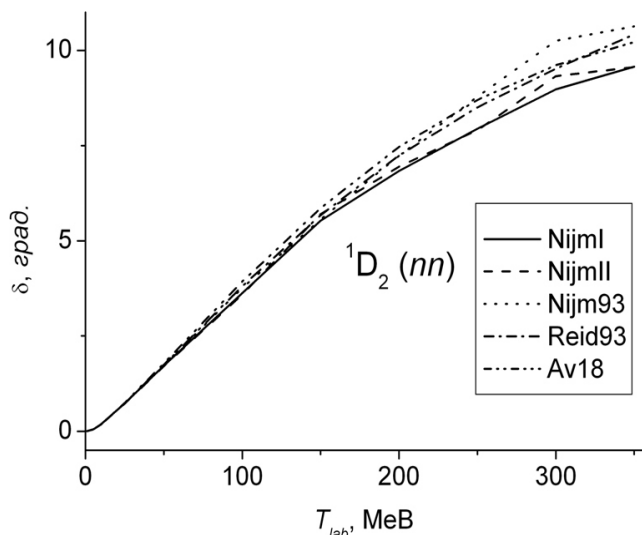


Рис. 2.6. Фазові зсуви nn -розсіяння для 1D_2 -стану

Оскільки у науковій літературі були відсутні табличні значення фазових зсувів nn -розсіяння для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, то розраховані за МФФ фазові зсуви порівняно з фазами для потенціалів Argonne v18 і CD-Bonn.

Якщо порівняти фазові зсуви NN - розсіяння, розраховані для одних і тих же чотирьох потенціалів Неймегенської і одного потенціалу Аргоннської груп (для pp - і np - розсіяння) різними методами – на основі розв’язку рівняння Шредінгера (див. роботи [116, 128]) і на основі МФФ (результати дисертаційного дослідження, опубліковані в роботах [7, 20, 53]), то можна зробити висновок, що розходження між результатами становить не більше двох відсотків.

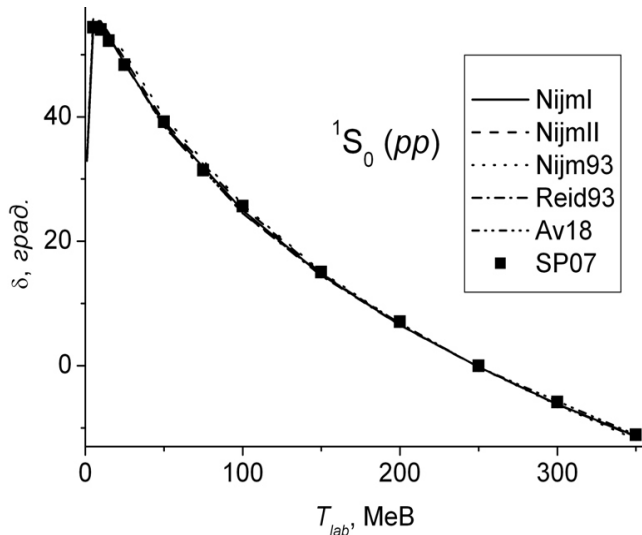


Рис. 2.7. Фазові зсуви pp -розсіяння для 1S_0 -стану

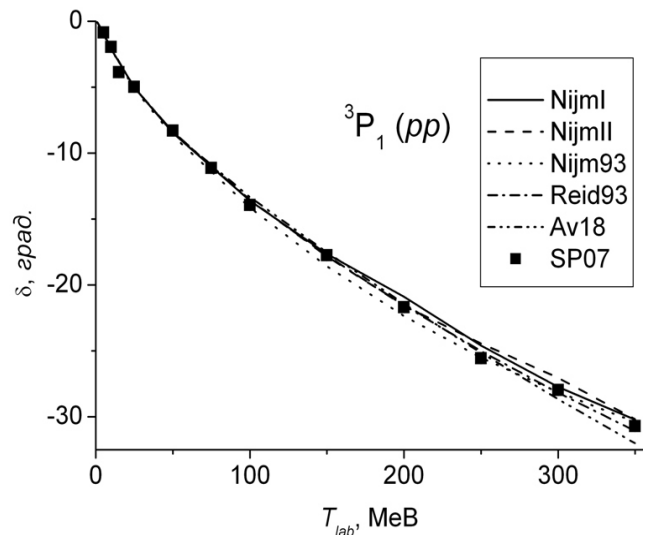


Рис. 2.9. Фазові зсуви pp -розсіяння для 3P_1 -стану

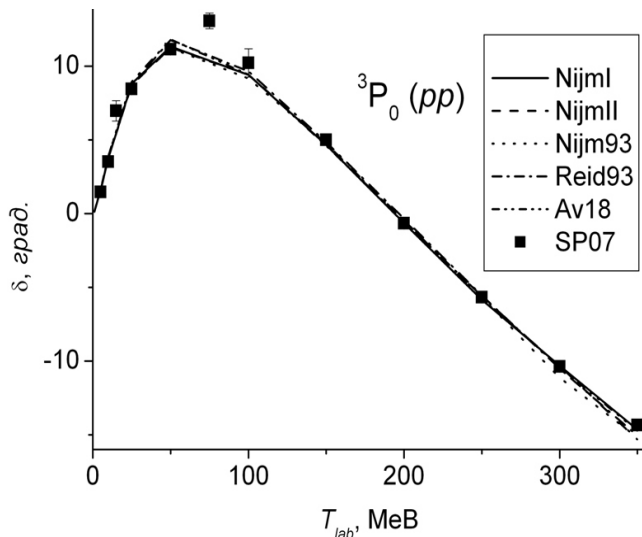


Рис. 2.8. Фазові зсуви pp -розсіяння для 3P_0 -стану

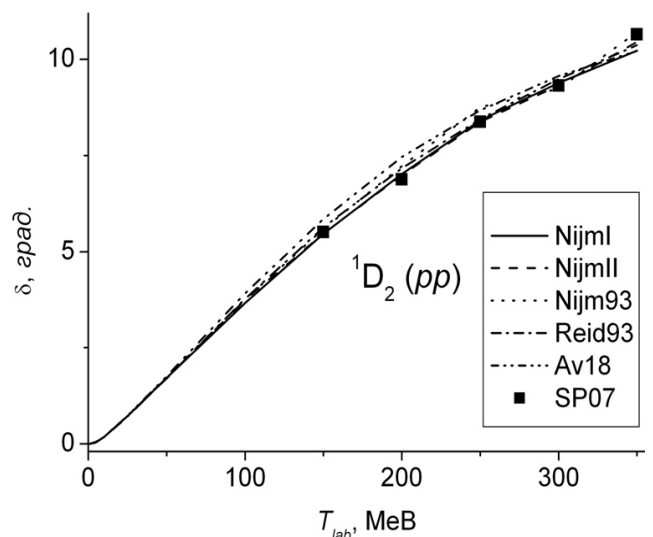


Рис. 2.10. Фазові зсуви pp -розсіяння для 1D_2 -стану

Порівняння результатів розрахунків фазових зсувів для потенціалів Неймегенської групи, отриманих за допомогою МФФ, і фазових зсувів для інших потенціальних моделей (Argonne v18 [128] і CD-Bonn [138]) і для

парціального хвильового аналізу (PWA) [116] вказує на те, що відхилення між цими даними становить до п'яти відсотків.

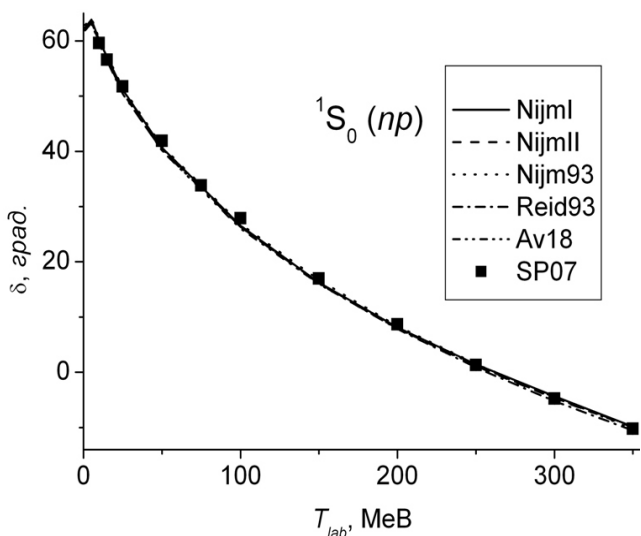


Рис. 2.11. Фазові зсуви np -розсіяння для 1S_0 -стану

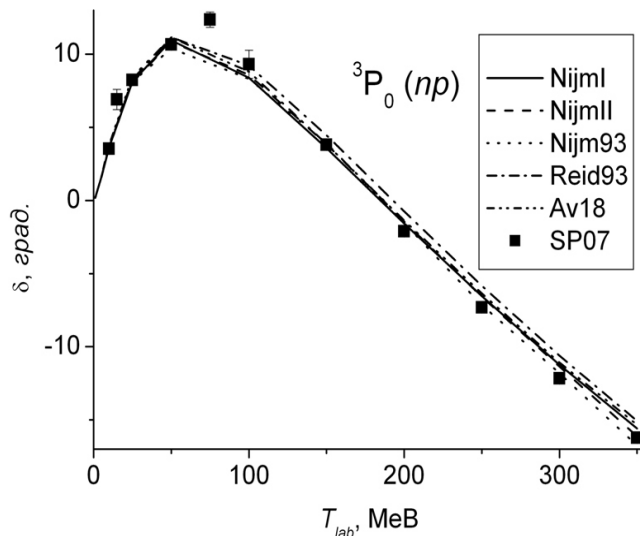


Рис. 2.13. Фазові зсуви np -розсіяння для 3P_0 -стану

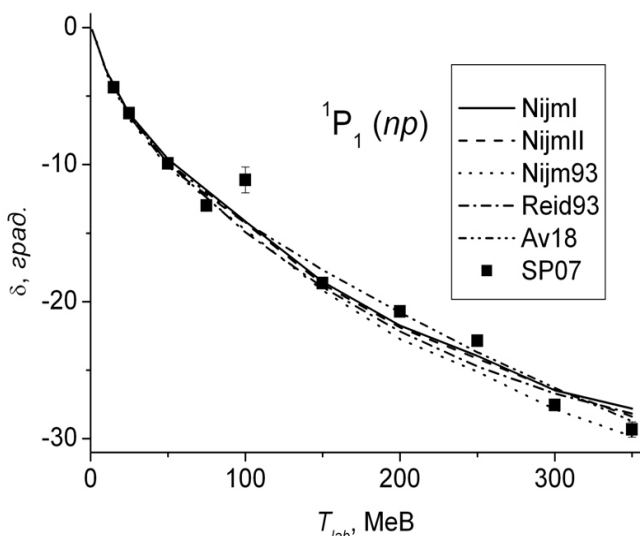


Рис. 2.12. Фазові зсуви np -розсіяння для 1P_1 -стану

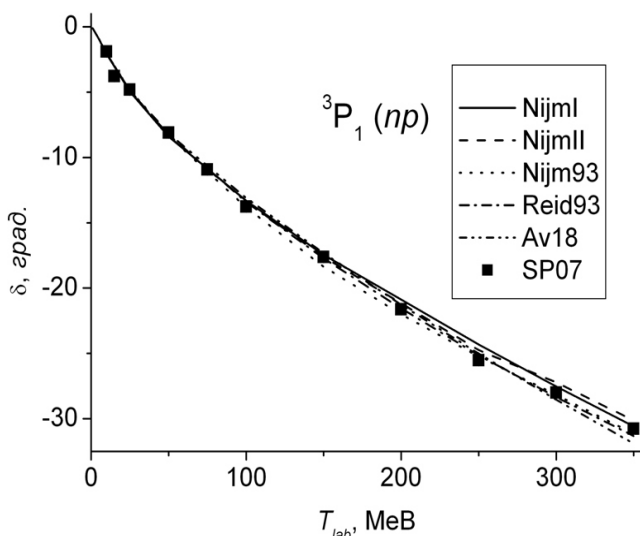


Рис. 2.14. Фазові зсуви np -розсіяння для 3P_1 -стану

Відмінність результатів розрахунків фазових зсувів для потенціалу Reid93 по МФФ і фазових зсувів для інших потенціальних моделей (Nijm I, Nijm II [116], Argonne v18 і CD-Bonn) і для парціального хвильового аналізу [116] становить до п'яти відсотків. Оцінка різниці між розрахунками фазових зсувів для потенціалу Argonne v18, отриманих по МФФ, і фазових зсувів для потенціалів Nijm I, Nijm II і Reid93 [116], CD-Bonn [138] і для парціального хвильового аналізу [116] вказує на те, що відхилення між цими даними становить не більше п'яти відсотків.

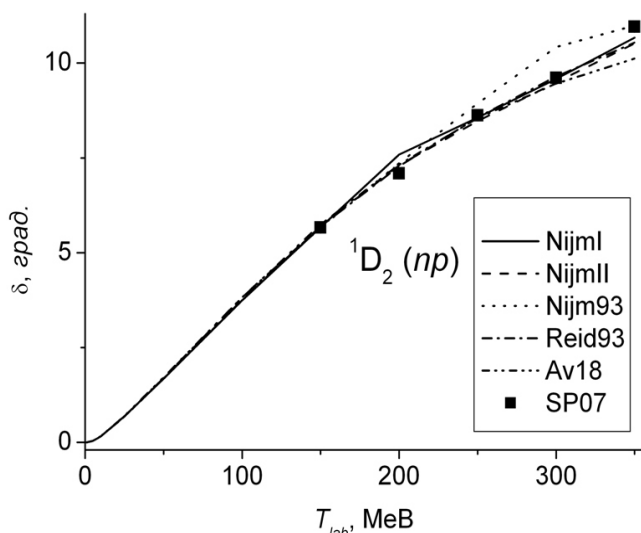


Рис. 2.15. Фазові зсуви np -розсіяння для 1D_2 -стану

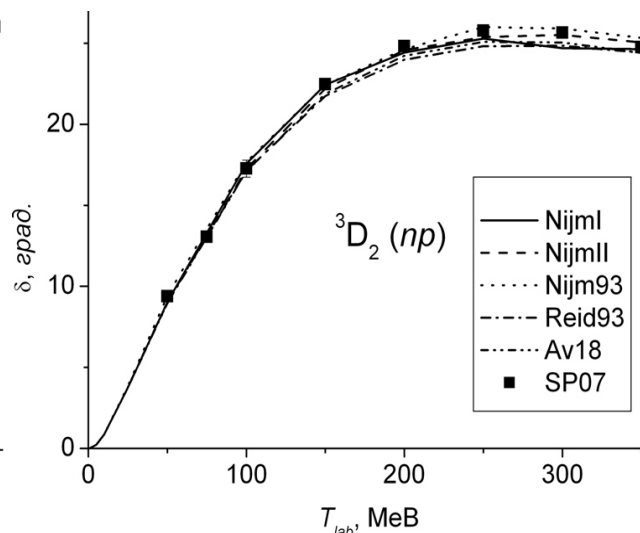


Рис. 2.16. Фазові зсуви np -розсіяння для 3D_2 -стану

2.7. Апроксимація фаз np - і pp -розсіяння

Представлені на Рис. 2.3-2.16 фази розсіяння (теоретичні розрахунки [7, 20, 53]) інтерпольовано прямими по значенням сусідніх точок.

Апроксимація фаз розсіяння для відштовхувального сильно сингулярного потенціалу розглянуто в [252], де застосоване наближення для всього діапазону енергії дає правильну граничну поведінку фазових зсувів і буде точним при високих енергіях.

Структура Парижського потенціалу в роботі [253] аналізується з точки зору незалежності коефіцієнтів різних компонентів. В [253] також здійснена апроксимація фаз розсіяння, одержаних для Парижського потенціалу.

В роботі [31] було проведено апроксимацію фаз np - і pp -розсіяння із робіт [20] і [116] для потенціалу Reid93. Використано квадратичну функцію параболічного типу, яку М.А. Долгополов, Л.А. Мінін і В.А. Работкін [253] застосували для апроксимації фаз розсіяння, отриманих для Парижського потенціалу

$$y_i(x) = a + bx + cx^2. \quad (2.27)$$

Апроксимація в [253] здійснювалась при аргументі $x=T_{lab}/100$.

В Таблиці Д.1 Додатку Д приведено розраховані коефіцієнти a , b , c функції (2.27) при апроксимації фаз np -розсіяння, отриманих по МФФ для потенціалів Argonne v18 [53], Reid93 [20], Nijm I, Nijm II, Nijm93 [7] і наявних фаз з

оригінальних робіт [116, 128]. Апроксимація фаз np - розсіяння також здійснена і для потенціалів OSBEP [160], Idaho-A [147], CD-Bonn [138], WJC-2 [254], кірального N^3LO (при $\Lambda=0.5$ GeV) [153] та модельних потенціалів (GMPF) бази даних Granada-2013 (типу SOG- χ TPE, DS- Δ BO і SOG- Δ BO) [152]. Додатково проведено порівняння з експериментальними даними для фазового аналізу SP07 [251].

На Рис. 2.17-2.22 приведені фазові зсуви np - розсіяння з роботи [251] (точки) для фазового аналізу SP07 та результати апроксимації даних (криві) згідно формули (2.27) для восьми потенціалів.

Для оцінки якості апроксимації фаз розсіяння δ_i обчислено величини:

$$1) \text{ середнє квадратичне відхилення для наближення: } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_i - y_i(x))^2}{N - P}};$$

2) χ^2 припадає на степінь вільності функції; 3) коефіцієнт кореляції R .

Тут N – кількість точок для апроксимації; $P=3$ – кількість параметрів функції (2.27).

Згідно даних Таблиці Д.1 в межах одного спінового стану важко виявити різницю між коефіцієнтами для апроксимаційного співвідношення (2.27) та характеристиками апроксимації σ , χ^2 , R . Тільки можна оцінити для якого із станів апроксимація за допомогою квадратичної функції (2.27) буде «кращою» або «гіршою». Зрештою мінімальне значення коефіцієнту кореляції R буде для 3P_0 - стану, а максимальне – для 1D_2 - стану.

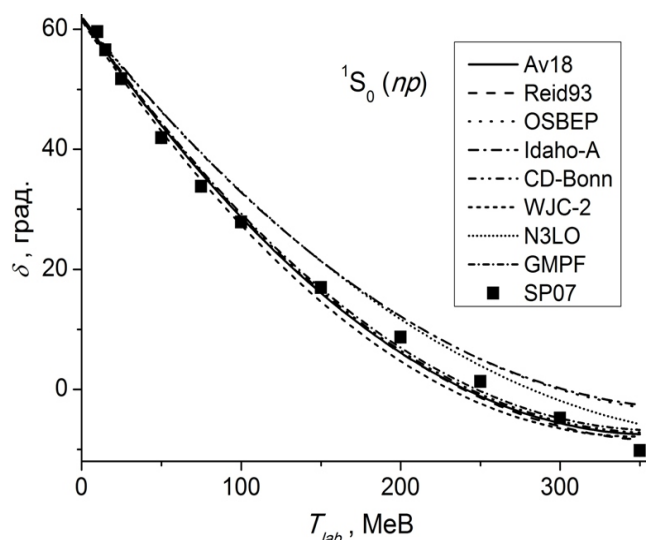


Рис. 2.17. Фазові зсуви np - розсіяння для 1S_0 - стану

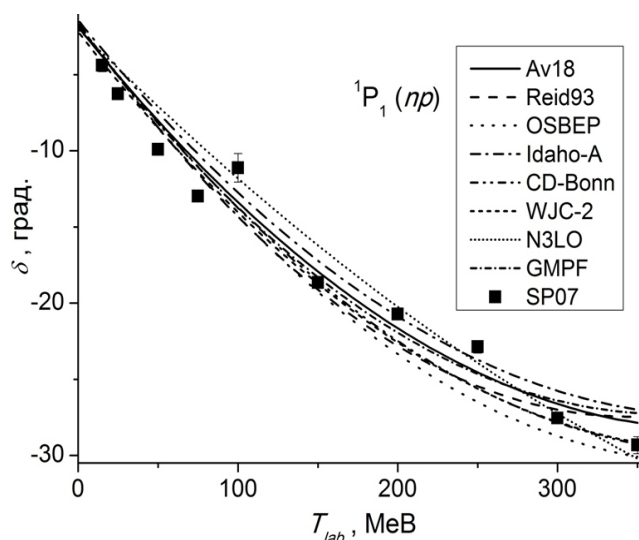


Рис. 2.18. Фазові зсуви np - розсіяння для 1P_1 - стану

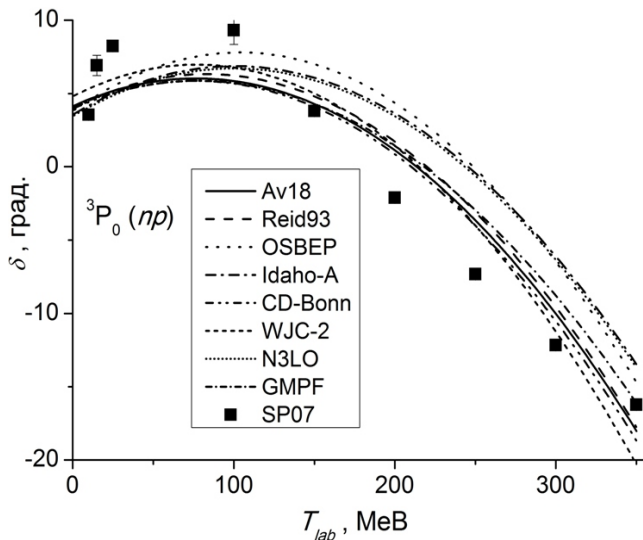


Рис. 2.19. Фазові зсуви np -розсіяння для 3P_0 -стану

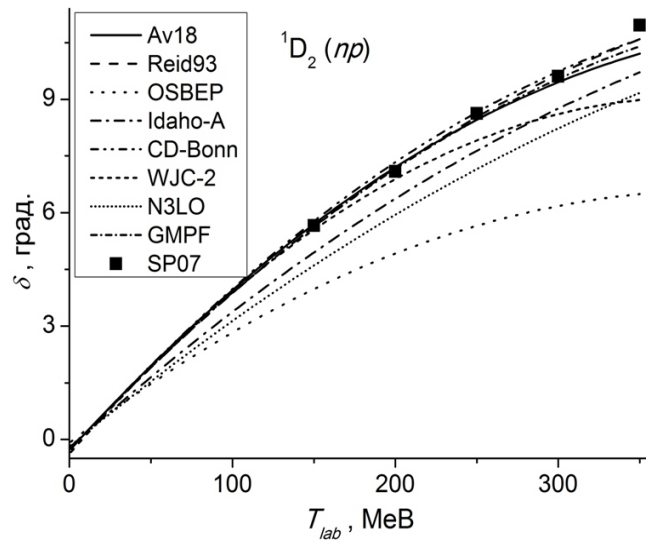


Рис. 2.21. Фазові зсуви np -розсіяння для 1D_2 -стану

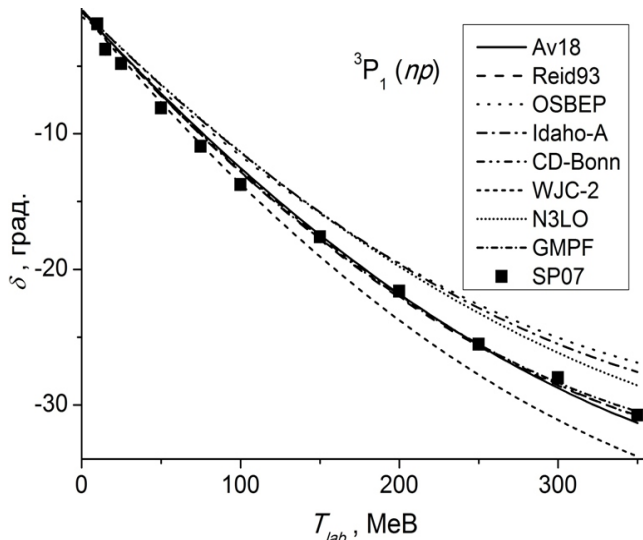


Рис. 2.20. Фазові зсуви np -розсіяння для 3P_1 -стану

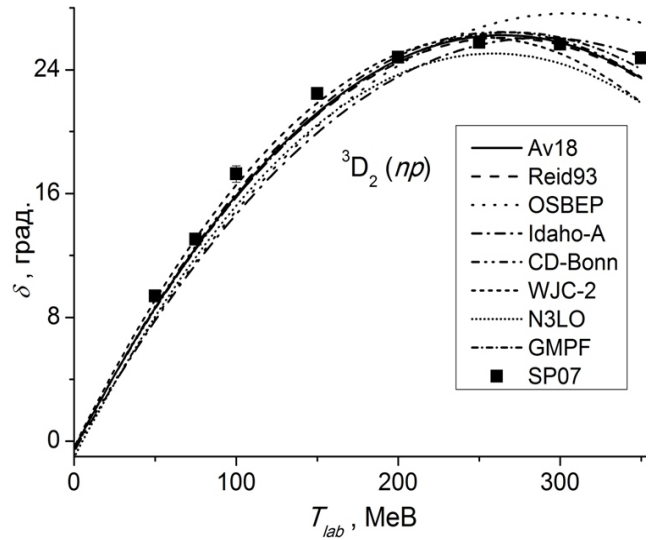


Рис. 2.22. Фазові зсуви np -розсіяння для 3D_2 -стану

Форма запису фази розсіяння у зручному вигляді (2.27) дозволяє її застосовувати для подальшого розрахунку або перерахунку значень повної скалярної амплітуди, повного перерізу або парціальної амплітуди розсіяння [196]. Коефіцієнти Таблиці Д.1 для функції (2.27) можна використати при розрахунках залежних від фаз розсіяння величин для будь-якого значення фази в межах проведеної апроксимації (в даному випадку – в інтервалі енергій $T_{lab}=1-350$ MeV). При обчисленнях не потрібно буде вираховувати фази розсіяння окремо в певній точці енергетичного інтервалу.

В подальших дослідженнях можна одержати і порівняти коефіцієнти та параметри апроксимації для інших сучасних феноменологічних потенціалів.

2.8. Розрахунок повного перерізу і скалярної амплітуди розсіяння

Поряд з фазовими зсувами в задачах розсіяння приходиться мати справу з амплітудами розсіяння, елементами S- матриці і цілим рядом інших параметрів. По відомим фазам розсіяння отримують повну (скалярну) амплітуду, повний переріз і парціальні амплітуди розсіяння відповідно [196]

$$F(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \theta), \quad (2.28)$$

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l, \quad (2.29)$$

$$f_l = \frac{1}{k} e^{i\delta_l} \sin \delta_l, \quad (2.30)$$

де $P_l(\cos \theta)$ – поліноми Лежандра, θ – кут розсіяння. В залежності від методу розрахунку зміна фази розсіяння призводить до відповідної зміни вищевказаних величин $F(\theta)$, σ , f_l . Так, наприклад, для 1S_0 - стану np - системи зміна фази розсіяння δ_l на величину ε (1-2%) дає незначну зміну дійсної та уявної частини парціальної амплітуди f_l (2.30) на величини χ_1 та χ_2 (див. Таблицю Д.2 в Додатку Д). Парціальна амплітуда приведена в fm. Розрахунок проведено для потенціалу Reid93.

Результати наших розрахунків повного перерізу розсіяння (2.29) приведено у роботах [1, 7]. Значення є нормованими на енергію. Проведено порівняння між величинами повного перерізу розсіяння σ (в fm²), розрахованими по фазовим зсувам з робіт [116, 128] та фазовим зсувам згідно МФФ (результати робіт [1, 7]) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Reid93 і Argonne v18. Різниця між розрахунками у залежності від методу отримання фаз розсіяння складає 0.2-6.3% для pp - і 0.1-5.3% для np - розсіяння (Nijm I, Nijm II), 0.1-4.1% для pp - і 0.1-0.4% для np - розсіяння (Reid93), не більше 4.5% (Argonne v18). Залежність повного перерізу розсіяння σ від фазових зсувів δ_l визначається складовою $\sin^2 \delta_l$ під знаком суми (2.29). Також оцінено повний переріз для потенціалу Nijm93.

Квадрат модуля амплітуди розсіяної хвилі дорівнює диференціальному перерізу розсіяння: $\frac{d\sigma}{d\omega} = |F(\theta)|^2$. Тобто теоретичні розрахунки амплітуди розсіяння

дають можливість передбачити експериментально спостережувану величину диференціального перерізу розсіяння. Оскільки $e^{i\delta_l} = \cos \delta_l + i \sin \delta_l$, тому скалярна амплітуда розсіяння (2.28) складається з реальної й уявної частин: $F = \text{Re}F + i \text{Im}F$.

Робота [2] присвячена аналізу фазових зсувів та розрахунку скалярних амплітуд одноканального NN - розсіяння для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18. В [2] проведено порівняння між величинами скалярної амплітуди розсіяння F (в fm), отриманими по фазовим зсувам з робіт [116, 128] та фазовим зсувам згідно МФФ для цих потенціалів. Різниця між розрахунками у залежності від методу отримання фаз розсіяння складає: дійсної (уявної) частин 0.14-4.36% (0.16-4.05%) для Nijm I, 0.02-4.79% (0.08-3.88%) для Nijm II, 0.01-5.49% (0.01-4.14%) для Reid93 і 0.01-5.11% (0.01-2.40%) для Argonne v18 потенціалів. Кут розсіяння рівний $\theta=45$ градусів. Орбітальний момент $l \leq 3$.

Результати обчислення скалярної амплітуди розсіяння $F(\theta)$ для потенціалу Reid93 представлені на Рис. 2.23, де інтервал кута θ в межах $0-180^\circ$ при енергії 100 MeV. Порівнюються результати $F(\theta)$, обчислені згідно фаз по МФФ і фаз з [116].

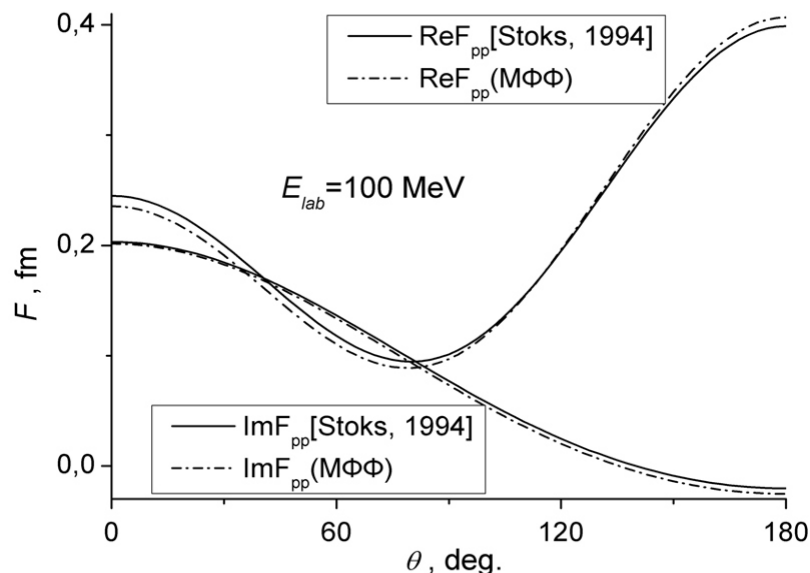


Рис. 2.23. Скалярна амплітуда розсіяння $F(\theta)$ для потенціалу Reid93

Незважаючи на трудомісткий процес чисельних розрахунків, по фазовим зсувам МФФ отримано [2] скалярну амплітуду нуклон-нуклонного розсіяння F і порівняно з аналогічними значеннями, одержаними по фазових зсувам з робіт

[116, 128]. Також одержано парціальну амплітуду розсіяння f_l для 1S_0 - стану *np*-системи. Як видно із аналізу даних [2], значення скалярної амплітуди F суттєво не відрізняються від величин, одержаних по відомих фазах в інших роботах для вказаних потенціалів міжнуклонної взаємодії.

2.9. Розрахунок фазових зсувів одноканального нуклон-нуклонного розсіяння при енергіях до 3 ГеВ

Слід зауважити, що в останні 15 років зріс інтерес для знаходження фазових зсувів при великих енергіях. Нажаль, у літературних джерелах значно менше наявних розрахованих фазових зсувів при великих енергіях для потенціалів Аргоннської групи. У роботі [255] приведені фазові зсуви для потенціалу Av18. Причому розрахунки проведено до 1000 MeV лише для станів 1S_0 -, 3P_0 - і 3F_3 . В [256] приведено результати розрахунків фазових зсувів до 1.6 GeV для потенціалів інверсії, що базуються на SM94, OSBER, Av18 і Bonn-B. Крім цього згідно [162] потенціали Nijm-1, Nijm-2, Av18 та потенціал, отриманий на основі розв'язку оберненої задачі розсіяння з використанням методів і рівнянь Гельфанда-Левітана-Марченко, були розширені як *NN* оптичні моделі. Причому було враховано аналіз фазових зсувів по Арндту та ін. (SP00, FA00, WI00) від 300 MeV до 3 GeV. В [257] наявні фазові зсуви тільки до 1000 MeV для 1F_3 - стану для потенціалів Nijm-1, Nijm-2, Reid93, Bonn і Av18, які були екстрапольовані для високих енергій.

Крім результатів у згаданих роботах, фазові зсуви розраховано до 1000 MeV для нуклон-нуклонних моделей CD-Bonn і N^3LO [255], а також для Arndt, OSBER, Bonn-B, Nijm-3 і Paris [258]. Для релятивістської оптичної моделі на базі Московського потенціалу [167] та потенціалів MYQ2, MYQ3, MY2 і Graz II [259] фазові зсуви отримано до 3 GeV, а для потенціалу Дірака [260] до 1.2-3.0 GeV і для потенціалу інверсії і Парижського потенціалу [261] до 1.2 GeV.

Незважаючи на очевидні поліпшення в описі даних при енергіях нижче 400 MeV, теоретичні розрахунки досі показують деякі значні систематичні недоліки [261]. Зокрема, повністю залишається незрозумілою розбіжність спінових спостережуваних при передачах імпульсу нижче 1 fm^{-1} . Походження таких

розбіжностей з даними можна було б віднести до феноменологічного обмеження «голої» NN потенціалу особливо при більш високих енергіях, а також і до спрощень в моделі для NN ефективної взаємодії або до того факту, що оптична модель потенціалу тільки була розроблена до найнижчого порядку. Вище 350-400 MeV розбіжності між потенціалами NN - взаємодії стають ще більш очевидними. При енергіях більше 400 MeV NN потенціали мають прикладне застосування. Тому оцінка теорії потребує більш точного опису «голої» взаємодії двох нуклонів.

Як зазначено в [262], група Сакле здійснила фазовий аналіз [263] для даних пружного pp - розсіяння до 2.7 GeV і для даних пружного np - розсіяння до 1.1 GeV. В 2007 р. була згенерована нова підгонка SP07 [251] до повної бази даних для pp і np пружного розсіяння до 3 GeV (1.3 GeV для np даних). Це дало змогу оновити парціальний хвильовий аналіз і забезпечити зручну покращену підгонку для недавніх поляризованих даних, які отримані колаборацією EDDA з використанням синхротрона в COSY. SP07 вирішила деякі неоднозначності, знайдені в порівнянні з попередньою версією SP00 [262] підгонки прямого амплітудного відновлення із даних Сакле [264].

Розраховані по МФФ фазові зсуви приведені в роботі [8] для потенціалів Reid68 і Reid93, а в [54] для потенціалів Аргоннської групи ($Av18$, $Av14sscc$, $Av8'$, $Av8'sscc$, $Av6'$, $Av4'$, $Av2'$). При оптимізованому виборі кроку чисельних розрахунків методом Рунге-Кутта 4-го порядку [246] фазові зсуви отримувалися з точністю до 0.01 град. Фазові зсуви знаходились при виході фазової функції $\delta_l(r)$ на асимптотику при $r > 25$ fm. Для розрахунку фаз використано релятивістську кінематику. Причому співвідношення між імпульсом та енергією задається виразом [138]
$$k^2 = \frac{M_p^2(T_{lab}^2 + 2M_n T_{lab})}{(M_p + M_n)^2 + 2M_p T_{lab}}$$
. В [255] проводився розрахунок фаз розсіяння з використанням нерелятивістської кінематики.

На Рис. 2.24 і 2.25 приведено порівняння отриманих по МФФ фазових зсувів для потенціалів Argonne v18 [128, 224] і Reid93 [116, 250] з експериментальними даними SP07 [251] для інтервалу енергій $T_{lab}=350-3000$ MeV. Є хороше співпадання теоретичних розрахунків і експериментальних даних тільки до 700

MeV для більшості розглянутих спінових конфігурацій. Як видно з цих рисунків, має місце досить великий розкид експериментальних даних при $T_{\text{лаб}} > 1500$ MeV, а для деяких спінових станів взагалі відсутні дані для енергій > 1200 MeV.

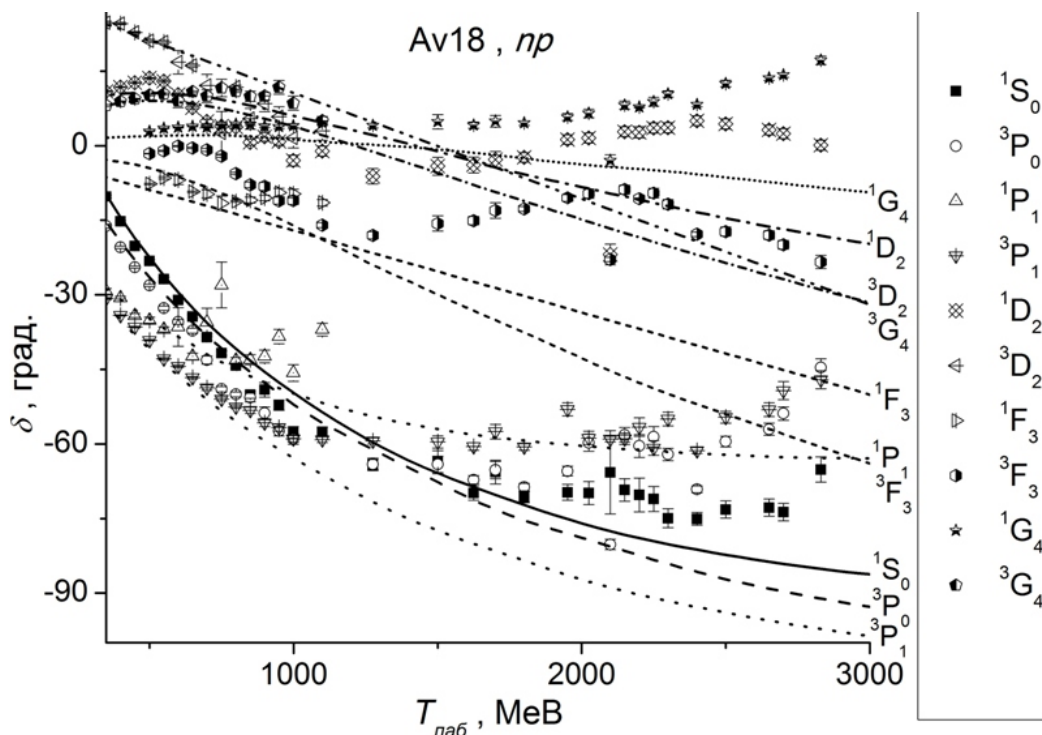


Рис. 2.24. Фазові зсуви np - розсіяння для потенціалу Argonne v18

Відмінність між отриманими фазовими зсувами по МФФ і даними [162, 255-257] для потенціалу Av18 становить не більше 5 відсотків. Було проаналізовано фазові зсуви для конкретної спінової конфігурації: для 1S_0 -, 3P_0 -, 3F_3 - станів до 1 GeV [255]; для 1S_0 -, 3P_0 -, 1P_1 -, 3P_1 -, 1D_2 -, 3D_2 - станів до 1.6 GeV [256]; для 1F_3 - стану до 0.8 GeV [256]; для 3F_3 - стану до 1.1 GeV [256]; для 1P_1 -, 3D_2 -, 1F_3 - станів до 3 GeV [162]; для 1F_3 - стану до 1 GeV [257].

Відмінність між отриманими фазовими зсувами 1F_3 - стану по МФФ і даними роботи [257] для потенціалу Reid93 становить не більше 5 відсотків.

Якщо ж порівнювати отримані по МФФ фазові зсуви при великих енергіях для потенціалу Av18 або Reid93 з даними для вказаних інших потенціальних моделей, то у більшості випадків очевидне розходження між ними. Звісно це пов'язано з особливостями структури NN потенціалів.

Отримані фазові зсуви по МФФ можуть бути використані для систематизації і

порівняння з результатами для інших потенціальних моделей (як це частково було зроблено у роботі [162]), щоб у подальшому проводити для NN потенціалу моделювання та підгонку по відомим експериментальним фазам розсіювання до енергій 3 ГеВ.

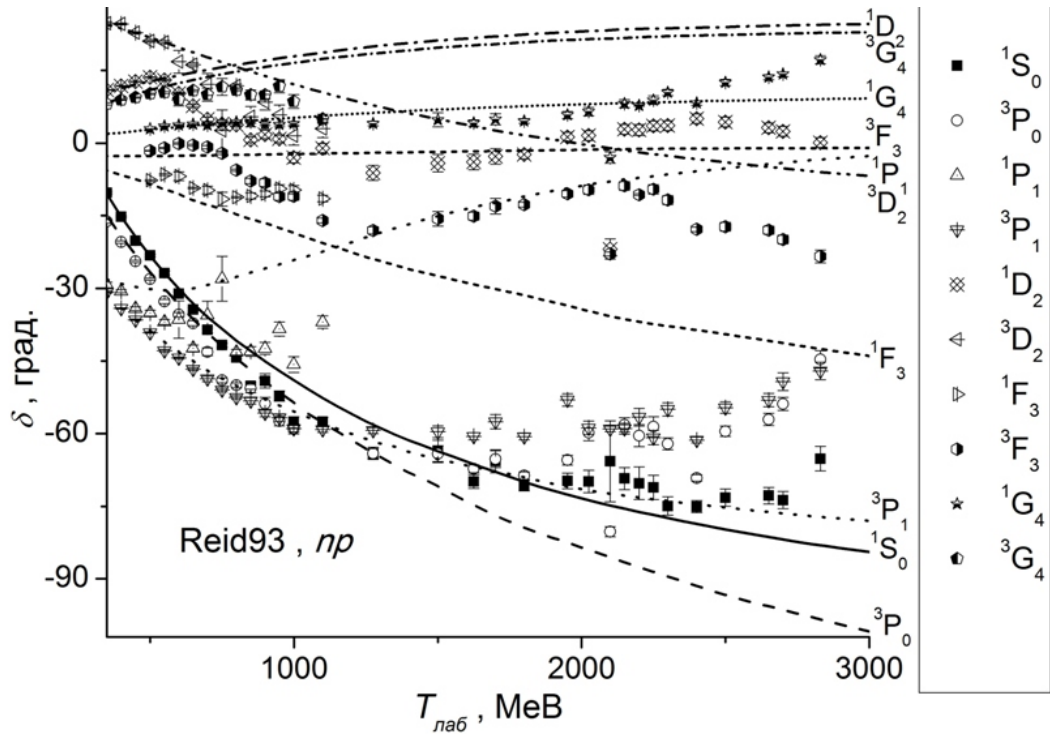


Рис. 2.25. Фазові зсуви np - розсіювання для потенціалу Reid93

На Рис. 2.26 величина σ_l – це повний переріз (2.29), розрахований [8] за першими парціальними фазовими зсувами з орбітальним моментом l для потенціалу Reid93.

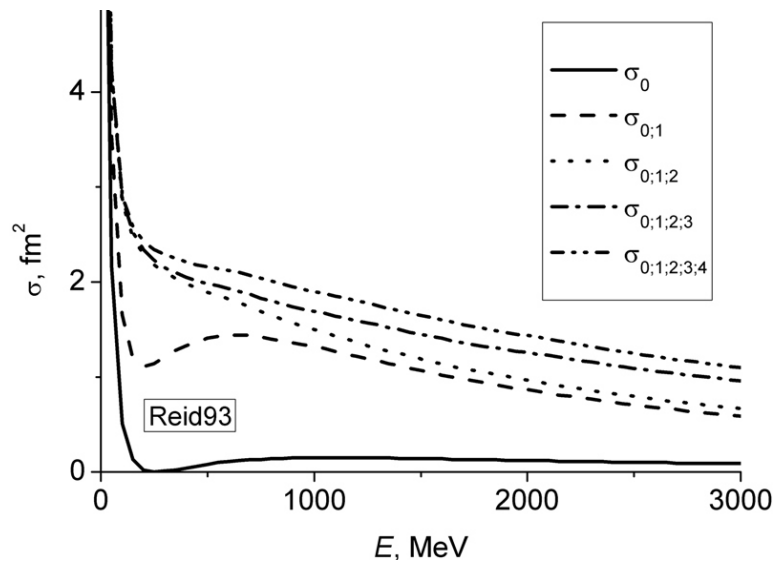


Рис. 2.26. Повний переріз np - розсіювання для потенціалу Reid93

2.10. Розрахунок фазових зсувів двоканального нуклон-нуклонного розсіяння при енергіях до 350 MeV

При повному моменті для нуклон-нуклонної системи $J=1$ у випадку зв'язаних станів ${}^3S_1-{}^3D_1$ (дейтрон) потенціали (Г.1) у системі (2.17) записуються у формі

$$\begin{cases} V_{10}(r) = V_C(r); \\ V_{12}(r) = V_C(r) - 2 \cdot V_T(r) - 3 \cdot V_{LS}(r); \\ T_1(r) = \sqrt{8} \cdot V_T(r). \end{cases} \quad (2.31)$$

Найпростішим і наочним потенціалом в координатному представленні є потенціал Reid68. Отримані для цього потенціалу значення добре узгоджуються з експериментальними даними. Потенціал Reid68 підганявся незалежно в усіх парціальних хвилях з $J \leq 2$. Для каналів ${}^3S_1-{}^3D_1$ потенціал Reid68 (версія з м'якою серцевиною – RSC) має наступний вигляд [81]:

$$V({}^3S_1-{}^3D_1) = V_C + V_T \cdot S_{12} + V_{LS} \cdot (\vec{L} \cdot \vec{S}), \quad (2.32)$$

де центральна, спин-орбітальна і тензорна частини потенціалу відповідно рівні

$$V_C = -h \frac{e^{-x}}{x} + 105.468 \frac{e^{-2x}}{x} - 3187.8 \frac{e^{-4x}}{x} + 9924.3 \frac{e^{-6x}}{x}; \quad V_{LS} = 708.91 \frac{e^{-4x}}{x} - 2713.1 \frac{e^{-6x}}{x};$$

$$V_T = -h \left[\left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right) e^{-x} - \left(\frac{12}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right) e^{-4x} \right] + 351.77 \frac{e^{-4x}}{x} - 1673.5 \frac{e^{-6x}}{x}.$$

Тут величина $x = \mu r$, де $\mu = 0.7 \text{ fm}^{-1}$ відповідає піонному радіусу; стала $h = 10.463 \text{ MeV}$. Сингулярності типу x^{-2} і x^{-3} , які пов'язані з тензорною взаємодією, виключились із потенціалу так, що у всіх каналах поведінка потенціалу на малих відстанях має характер x^{-1} [96].

На Рис. 2.27 і 2.28 (чисельні значення див. в Таблиці Д.3) приведено результати розрахунків [34] значень фаз розсіяння δ_{10} , δ_{12} і параметра змішування ε_1 для зв'язаних станів ${}^3S_1-{}^3D_1$ із використанням потенціалу Reid68 (2.32). Для чисельних обчислень цих величин застосовано параметризацію Стаппа (Г.10) з підпрограмою SUBROUTINE PHASE2 (Додаток Г). Для цього вибрано чисельні методи Ейлера і методи Рунге-Кутта [225, 246-249]. Розрахунки по методу Рунге-Кутта 5-го порядку точності (RKM5) проведено при енергіях 24-208 MeV. На Рис. 2.27 і 2.28 використано позначення: А-М –

результати [81] згідно енергетичнозалежного аналізу Арндта і МакГрегора [265]; Pot. – результати [81] для потенціалу. Вказані розрахунки порівнюються з парціальним хвильовим аналізом Неймегенської групи PWA93 [110] і експериментальними даними SP07 [251]. Значні відхилення між отриманими даними та результатами з оригінальної роботи [81] тільки при великих енергіях.

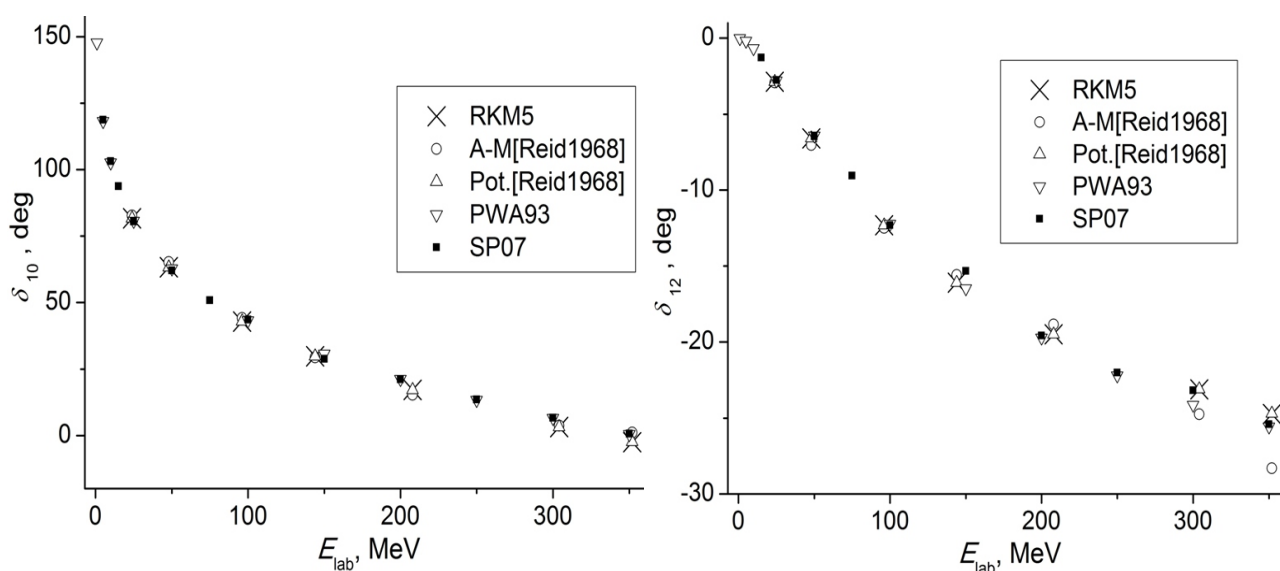


Рис. 2.27. Фази розсіяння δ_{10} і δ_{12}

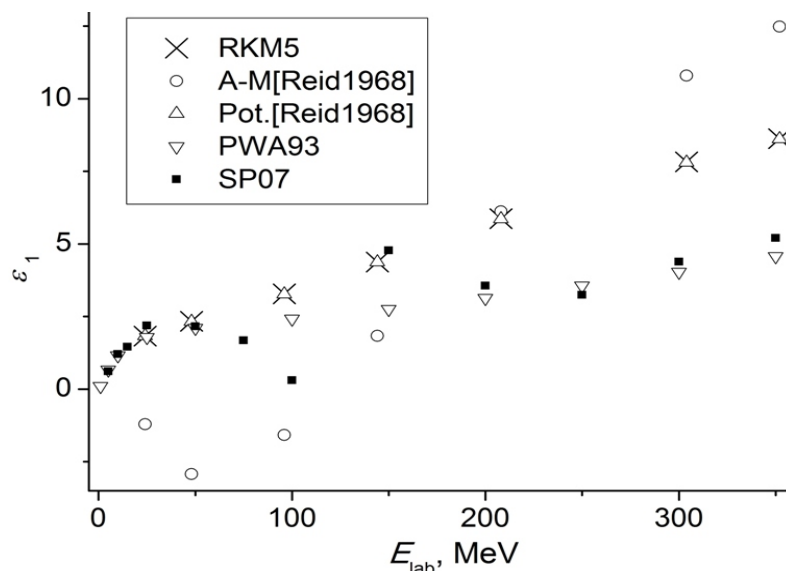


Рис. 2.28. Параметр змішування ε_1

Слід звернути увагу на поведінку параметра змішування ε_1 при енергії $E_{lab} > 50$ MeV. Згідно результатів в [266] параметр ε_1 для full Bonn і Nijm93 потенціалів буде дещо меншим за PWA93, а для Парижського при 200-350 MeV

навпаки стрімко зростатиме до значення 5.5 градусів. Так для кіральних потенціалів NNLO, N^3LO і N^4LO [154] значення ε_1 є більшими за дані SP07 при $E_{lab}=200-300$ MeV. На відміну від δ_{10} , значення δ_{12} для кіральних потенціалів [154] будуть суттєво відрізнятися.

Отримані фази розсіяння для двоканального розсіяння можна застосувати для розрахунків величин скалярної амплітуди і повного перерізу [2]. В подальших дослідженнях особливостей МФФ можна використовувати інші параметризації та сучасні NN потенціали в координатному представленні.

2.11. Висновки до розділу 2

В розділі 2 розглянуто метод фазових функцій для одноканального розсіяння і вказано фізичний зміст фазової й амплітудної функцій. Відмічено переваги фазового рівняння та описано практичне використання і вдосконалення МФФ в останні десятиліття.

Для одноканального розсіяння проаналізовано асимптотичну поведінку хвильової функції для слабо і сильно сингулярних потенціалів. Для двоканального розсіяння у загальній формі описано рівняння для асимптотики фазової функції. Для знаходження фазових зсувів змішаних станів системи двох нуклонів в рамках МФФ можна використати параметризації Мак-Хейла-Телера, Блатта-Біденхарна, Дегасперіса, Стаппа чи Матвеєнка–Пономарьова–Файфмана. При чисельних розрахунках більш зручними і математично коректними є параметризації Стаппа і Матвеєнка–Пономарьова–Файфмана, оскільки вони не містять виразів, що обертаються у нескінченість.

Вперше методом фазових функцій систематично розраховано nn , pp і np фазові зсуви для відповідних спінових конфігурацій для NN потенціалів Неймегенської групи (Nijm I, Nijm II, Nijm93 і Reid93) і потенціалу Argonne v18. Чисельно отримані фазові зсуви добре узгоджуються з результатами оригінальних робіт [116, 128] для цих же потенціалів (відхилення становить не більше 2%) і з експериментальними даними для фазового аналізу SP07 [251]. Також порівняно результати розрахунків фазових зсувів за допомогою МФФ з фазовими зсувами

для інших потенціальних моделей і для парціального хвильового аналізу: відхилення між цими даними становить до 5%.

В енергетичному інтервалі 1–350 MeV проведено апроксимацію фаз np -розсіяння для потенціалів Argonne v18, Неймегенської групи (Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93), OSBER, Idaho-A, CD-Bonn, WJC-2, N³LO та модельних потенціалів бази даних Granada-2013, а також фаз pp -розсіяння для потенціалу Reid93. Апроксимаційну функцію фазових зсувів використано у якості добре відомої квадратичної функції параболічного типу (формула Долгополова–Мініна–Работкіна). Розраховані коефіцієнти цієї функції, що отримані для фазових зсувів за допомогою МФФ, порівнюються з характеристиками апроксимації фаз розсіяння з оригінальних робіт та для інших потенціальних моделей.

Незважаючи на трудомісткий процес чисельних обчислень, по розрахованим фазовим зсувам по МФФ отримано скалярну амплітуду F і повний переріз NN -розсіяння σ та порівняно їх з величинами, одержаними по фазових зсувам з оригінальних робіт [116, 128]. Розрахована парціальна амплітуда розсіяння f_l для 1S_0 -стану np -системи незначно відрізняється від величин, одержаних за відомими фазами з інших робіт для вказаних потенціалів міжнуклонної взаємодії.

Результати обчислень фазових зсувів одноканального np -розсіяння при енергіях $T_{\text{лаб}} > 350$ MeV показують, що наявне хороше співпадання теоретичних розрахунків з експериментальними даними тільки до 700 MeV для більшості розглядуваних спінових конфігурацій.

Проведено пошук фаз розсіяння і параметра змішування для зв'язаних каналів 3S_1 – 3D_1 за допомогою параметризації Стаппа. Для чисельних розрахунків використано NN потенціал Reid68 в координатному представленні. Для параметра змішування розрахунки дають гладку поведінку від енергії (аналогічно до робіт [81, 154, 266]).

Результати досліджень розділу 2 опубліковані в роботах [1, 2, 7, 8, 20, 22, 31, 33, 34, 53, 54].

РОЗДІЛ 3

ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ ДЕЙТРОНА

В даному розділі розглянуто дейтрон та систему зв'язаних рівнянь Шредінгера, що описують його хвильову функцію. Описано основні статичні параметри дейтрона, особливості поведінки хвильової функції в координатному та імпульсному представленні.

3.1. Система рівнянь Шредінгера для дейтрона

Дейтрон є найпростішим ядром. Він складається з двох сильно взаємодіючих елементарних частинок – протона і нейтрона. Простота і наочність будови дейтрона робить його зручним лабораторним об'єктом для вивчення і моделювання нуклон-нуклонних сил. На сьогодні дейтрон добре вивчений експериментально і теоретично.

ХФД задовольняє в системі центра мас рівнянню Шредінгера [232] виду:

$$(\hat{T} + \hat{V})\Psi_d = E\Psi_d,$$

де $\hat{T} = \frac{\hbar}{\mu} \left(-\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r + \frac{l(l+1)}{r^2} \right)$ – оператор кінетичної енергії, $\mu = \frac{M_n M_p}{M_n + M_p}$ – приведена маса.

ХФД записується у вигляді суми хвильових функцій для 3S_1 - і 3D_1 -станів [267]

$$\Psi_d = \psi_S + \psi_D = \frac{u(r)}{r} \mathfrak{Y}_{101}^1 + \frac{w(r)}{r} \mathfrak{Y}_{121}^1, \quad (3.1)$$

де $u(r)$ і $w(r)$ – радіальні ХФД для станів з орбітальними моментами $l=0$ і 2 ; $\mathfrak{Y}_{JLS}^M(\theta, \varphi)$ – сферичні гармоніки, які визначаються орбітальним моментом L , спіном S , повним моментом кількості руху $J=L+S$ та його проекцією M на вісь z . Оскільки для дейтрона (Таблиця 1.1): $S=1$; $J=M=S=1$; $L=0$ і 2 , то дейтронні сферичні гармоніки набувають виду

$$\mathfrak{Y}_{101}^1 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \chi_{1,1} = Y_{0,0} \chi_{1,1}; \quad \mathfrak{Y}_{121}^1 = \sqrt{\frac{6}{10}} Y_{2,2} \chi_{1,-1} - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_{2,1} \chi_{1,0} + \sqrt{\frac{1}{10}} Y_{2,0} \chi_{1,1}.$$

ХФД (3.1) може бути представлена у вигляді функції Раріта і Швінгера [268]

$$\Psi_d(\vec{r}) = \left[\frac{u(r)}{r} + \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{w(r)}{r} \hat{S}_{12} \right] \chi_{1M} Y_{00}. \quad (3.1')$$

Умову нормування ХФД Ψ_d можна записати як

$$p_S + p_D = \int_0^{\infty} (u^2(r) + w^2(r)) dr = 1, \quad (3.2)$$

де p_S і p_D – імовірності виявити дейтрон в S- і D- стані відповідно.

Використовуючи дію оператора тензорних сил \hat{S}_{12} на функції \mathfrak{S}_{101}^1 і \mathfrak{S}_{121}^1

$$\hat{S}_{12} \mathfrak{S}_{101}^1 = \sqrt{8} \mathfrak{S}_{121}^1; \quad \hat{S}_{12} \mathfrak{S}_{121}^1 = \sqrt{8} \mathfrak{S}_{101}^1 - 2 \mathfrak{S}_{121}^1;$$

та потенціальну енергію взаємодії як суму центрального і тензорного потенціалів

$$V = V_C + V_T(r) \hat{S}_{12} = V_d(r) + V_\sigma(\sigma_1 \sigma_2) + V_T(r) \hat{S}_{12}, \quad (3.3)$$

перепишемо рівняння Шредінгера для дейтрона у зручній формі:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{\mu} \frac{d^2 u}{dr^2} + V_C u \right] \mathfrak{S}_{101}^1 + \sqrt{8} V_T u \mathfrak{S}_{121}^1 + \left[-\frac{\hbar^2}{\mu} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} - \frac{6w}{r^2} \right) + (V_C - 2V_T) w \right] \mathfrak{S}_{121}^1 + \sqrt{8} V_T w \mathfrak{S}_{101}^1 = E (u \mathfrak{S}_{101}^1 + w \mathfrak{S}_{121}^1).$$

Прирівнюючи множники при однакових сферичних гармоніках, отримаємо систему зв'язаних диференціальних рівнянь 2-го порядку [57, 232]

$$\begin{cases} -\frac{\hbar^2}{\mu} \frac{d^2 u}{dr^2} + (V_C - E) u = -\sqrt{8} V_T w, \\ -\frac{\hbar^2}{\mu} \left(\frac{d^2 w}{dr^2} - \frac{6w}{r^2} \right) + (V_C - 2V_T - E) w = -\sqrt{8} V_T u. \end{cases} \quad (3.4)$$

Помноживши праві й ліві частини на $-\mu / \hbar^2$, систему (3.4) можна переписати так

$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{dr^2} + (k^2 - U_C) u = \sqrt{8} U_T w, \\ \frac{d^2 w}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{6}{r^2} - U_C + 2U_T \right) w = \sqrt{8} U_T u, \end{cases} \quad (3.5)$$

де $U_i(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V_i(r)$ – перенормовані потенціали ($i=C, T$); $k^2 = \frac{2\mu|E|}{\hbar^2}$ – хвильове число.

Наскільки нам відомо, систему (3.5) вперше одержали Раріта і Швінгер [269]. Для основного стану дейтрона енергія зв'язку E (або B_d [232]) буде від'ємною.

Асимптотика хвильової функції S- стану $u(r)$ на великих відстанях (поза радіусом дії потенціалу) задається експоненціальною залежністю

$$u(r) \sim A_S \exp(-\gamma r). \quad (3.6)$$

Поблизу початку координат хвильова функція D- стану $w(r)$ мала, тому що на малих відстанях переважає відштовхувальний центробіжний бар'єр $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{\mu r^2}$. За межами радіуса дії сил, на великих відстанях, поведінка хвильової функції $w(r)$ також визначається цим центробіжним бар'єром, який задає асимптотику виду [96]:

$$w(r) \sim A_D \exp(-\gamma r) \left[1 + \frac{3}{\gamma r} + \frac{3}{(\gamma r)^2} \right]. \quad (3.7)$$

Тут A_S, A_D – асимптотичні амплітуди S- і D- хвиль. Причому $\eta = A_D/A_S$.

В Таблиці 3.1 приведено основні характеристики дейтрона та їх експериментальні значення згідно огляду [270].

Таблиця 3.1

Характеристики дейтрона [270]

Позначення	d, ^2H
Електричний заряд	e
Спін S	1
Парність P	+1
Ізоспін T	0
Маса, а.о.м.	2.01410219(11)
Маса m_d , MeV	1875.61282(16)
Енергія зв'язку B_d , MeV	2.22452(20)
Середній час життя	стабільний
Магнітний момент μ_d , μ_N	0.8574382308(72)
Квадрупольний момент Q_d , fm ²	0.285783(30)

3.2. Хвильова функція дейтрона в координатному представленні

Хвильова функція описує квантово-механічну систему і є основною характеристикою мікрооб'єктів. Відомості про ХФД дозволяють отримати максимальну інформацію про зв'язану систему нейтрон-протон і теоретично обчислювати та передбачати характеристики, вимірювані на експерименті.

При описі ХФД в координатному представленні використовують такі терміни [271], як «аналітична форма», її «апроксимація» або «параметризація». В першу чергу термін «аналітична форма» використовується в якості отриманого розв'язку

системи зв'язаних рівнянь Шредінгера. Пізніше в роботах цей вираз використовується для позначення записів, отриманих в результаті наближення ХФД.

В детальному огляді [271] в хронологічному порядку (з 1940 по 2015 рр.) систематизовано статичні параметри дейтрона, отримані по ХФД для різних потенціальних моделей. Указано наявність або відсутність вузлів поблизу початку координат для радіальної ХФД. Відповідно до позначень, зазначених у цитованій літературі проведено огляд аналітичних форм для ХФД в координатному представленні. Крім цього аналізуються асимптотичні поведінки ХФД поблизу початку координат і для великих значень відстані. Нижче приведено найбільш вживані і використовувані аналітичні форми ХФД.

1) Аналітична форма Гюлтен-Сугавара типу була запропонована у вигляді [272]

$$\begin{cases} u_g(r) = \cos \varepsilon_g [1 - e^{-\beta(x-x_c)}] e^{-x}; \\ w_g(r) = \sin \varepsilon_g [1 - e^{-\gamma(x-x_c)}]^2 e^{-x} \left[1 + \frac{3(1 - e^{-\gamma x})}{x} + \frac{3(1 - e^{-\gamma x})^2}{x^2} \right]; \end{cases} \quad (3.8)$$

де $x=ar$; $x_c=ar_c$; $\alpha=0.2316 \text{ fm}^{-1}$; r_c – радіус твердої серцевини. Два набори значень вибирають для імовірності D- стану

$$\beta=7.961; \gamma=3.798; \sin \varepsilon_g=0.02666 \text{ для } 4\% \text{ D- стану};$$

$$\beta=7.451; \gamma=4.799; \sin \varepsilon_g=0.02486 \text{ для } 6\% \text{ D- стану}.$$

2) У роботі [273] передбачено, що дійсна хвильова функція – це сума «зовнішньої» частини, знайденої для відомого ОРЕ потенціалу, і «внутрішньої» частини (наприклад, відповідає за сили, що відштовхують ядро нуклонів). «Зовнішня» частина повільніше, ніж «внутрішня» частина зникає по експоненті між однією і двома масами піона. Набір ХФД задається парами доданків:

$$\begin{cases} u(r) = u_{outer} + u_{inner}, \\ w(r) = w_{outer} + w_{inner}. \end{cases} \quad (3.9)$$

3) Сепарабельний тензорний потенціал Yamaguchi генерує ХФД в імпульсному представленні. Перетворення Фур'є трансформує таку хвильову функцію в координатне представлення [274]

$$\begin{cases} u(r) = e^{-\alpha r} - e^{-\beta r}, \\ w(r) = \eta \left[\left(1 + \frac{3}{\alpha r} + \frac{3}{\alpha^2 r^2} \right) e^{-\alpha r} + \left(\frac{(\alpha^2 - \gamma^2)(\gamma r + 1)}{2\alpha^2} - \frac{\gamma^2}{\alpha^2} - \frac{3\gamma}{\alpha^2 r} - \frac{3}{\alpha^2 r^2} \right) e^{-\gamma r} \right], \end{cases} \quad (3.10)$$

де асимптотика відношення D- та S- хвиль задається співвідношенням

$$\eta = \lim_{r \rightarrow \infty} \left[\frac{w(r)}{u(r)} \right] = \frac{\alpha^2(\beta^2 - \alpha^2)t}{(\gamma^2 - \alpha^2)^2}.$$

Функція $w(r)$ поблизу початку координат пропорційна r^2 : $\lim_{r \rightarrow 0} w(r) = \frac{\eta(\gamma^2 - \alpha^2)^2}{8\alpha^2} r^2$.

Тут α, β, γ, t – параметри, розраховані для $P_D=0.78-7.0\%$.

Параметри аналітичних форм (3.8)-(3.10) безпосередньо визначаються при виборі потенціалу взаємодії.

4) Розроблена Парижською групою [122] аналітична форма для власного потенціалу залишається на даний час найбільш вживаною:

$$\begin{cases} u(r) = \sum_{j=1}^N C_j \exp(-m_j r), \\ w(r) = \sum_{j=1}^N D_j \exp(-m_j r) \left[1 + \frac{3}{m_j r} + \frac{3}{(m_j r)^2} \right], \end{cases} \quad (3.11)$$

де $m_j = \gamma + (j-1)m_0$, $\gamma = \sqrt{ME_d}$, $m_0=0.9 \text{ fm}^{-1}$, M – нуклонна маса, E_d – енергія зв'язку дейтрона, C_j, D_j – коефіцієнти розкладу. Асимптотики при $r \rightarrow 0$ вибирались як $u(r) \rightarrow r$, $w(r) \rightarrow r^3$. Асимптотики ХФД (3.11) при $r \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} u(r) &\sim A_S \exp(-\gamma r), \\ w(r) &\sim A_D \exp(-\gamma r) \left[1 + \frac{3}{\gamma r} + \frac{3}{(\gamma r)^2} \right], \end{aligned} \quad (3.12)$$

Пошук коефіцієнтів аналітичної форми (3.11) був здійснений для Парижського [122] і Боннського [138] потенціалів, причому до $N=13$ і 11 відповідно. Останні коефіцієнти формул (3.11) визначались як

$$\begin{cases} C_n = -\sum_{j=1}^{n-1} C_j; \\ D_{n-2} = \frac{m_{n-2}^2}{(m_n^2 - m_{n-2}^2)(m_{n-1}^2 - m_{n-2}^2)} \left[-m_{n-1}^2 m_n^2 \sum_{j=1}^{n-3} \frac{D_j}{m_j^2} + (m_{n-1}^2 + m_n^2) \sum_{j=1}^{n-3} D_j - \sum_{j=1}^{n-3} D_j m_j^2 \right]; \end{cases} \quad (3.13)$$

або з умов $\sum_{j=1}^{N_b} C_j = 0$; $\sum_{j=1}^{N_b} D_j = \sum_{j=1}^{N_b} D_j m_j^2 = \sum_{j=1}^{N_b} \frac{D_j}{m_j^2} = 0$.

5) Наступна параметризація ХФД для реалістичного надглибокого локального

Московського потенціалу була записана через функції Гауса [275]

$$\begin{cases} u(r) = r \sum_{i=1}^N A_i \exp(-a_i r^2), \\ w(r) = r^3 \sum_{i=1}^N B_i \exp(-b_i r^2). \end{cases} \quad (3.14)$$

Тут $N=30$; $a_i = (a_0/41.47)\{tg[(2i-1)\pi/4N_S]\}^{3.5}$; $b_i = (b_0/41.47)\{tg[(2i-1)\pi/4N_D]\}^{3.5}$; $a_0=31.9$; $b_0=164$. Пізніше коефіцієнти для (3.14) були одержані для потенціалу CD-Vonn і для «одягненої» дибаріонної моделі (DDM) [276].

6) Включаючи додаткові умови, в [277] розглядається більш загальний випадок для ХФД [278] і [279]

$$\begin{cases} u(r) = A_S(1 - e^{-\tau r})e^{-\alpha r} \sum_{i=0}^n C_i \exp(-\alpha_i r), \\ u(r) = \eta A_S(1 - e^{-\sigma r})^5 k_2(\alpha r) \sum_{i=0}^m D_i \exp(-\alpha_i r), \end{cases} \quad (3.15)$$

де $\alpha=0.2315370 \text{ fm}^{-1}$; $\tau=5\alpha$; $\sigma=1.09 \text{ fm}^{-1}$; $\eta=0.025$; $k_2(\alpha r) = \left(1 + \frac{3}{\alpha r} + \frac{3}{(\alpha r)^2}\right) e^{-\alpha r}$.

7) Аналітичну форму

$$R_l(r) = r^l \sum_{k=1}^N C_k \exp(-\alpha_k r^2) \quad (3.16)$$

С.Б. Дубовіченко [280, 281] застосовував для апроксимації ХФД, отриманих для потенціалів Неймегенської групи. Причому значення $N=13$.

8) Для пояснення D- стану дейтрона і правильної асимптотичної поведінки у роботі [282] запропоновано нерелятивістську ХФД

$$\begin{cases} u(r) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \sum_{k=1}^{n_u} C_k e^{-\alpha_k r}, \\ u(r) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} \rho \sum_{k=1}^{n_w} D_k e^{-\beta_k r} \left(1 + \frac{3}{\beta_k r} + \frac{3}{(\beta_k r)^2}\right), \end{cases} \quad (3.17)$$

$$N = \sqrt{\sum_{k,j=1}^{n_u} \frac{C_k C_j}{\alpha_k + \alpha_j} + \rho^2 \sum_{k,j=1}^{n_w} \frac{D_k D_j}{\beta_k + \beta_j}},$$

де $\alpha_i, \beta_i, C_i, D_i, N, \rho$ – дійсні параметри моделі; $n_u=n_w=3$. Асимптотики при $r \rightarrow 0$ вибирались як $u(r) \rightarrow r^2$; $w(r) \rightarrow r^3$, а набір параметрів повинен задовольнити умовам

$$\sum_k C_k = 0; \quad \sum_k C_k \alpha_k = 0; \quad \sum_k D_k = 0; \quad \sum_k \frac{D_k}{\beta_k^2} = 0.$$

9) В роботі [283] ХФД в аналітичній формі (3.11) була модифікована з додаванням короткого діапазону

$$\begin{cases} u(r) = \sum_{i=0}^m a_i^0 R_{i,0}(r) + \sum_{j=1}^n C_j \exp(-m_j r), \\ w(r) = \sum_{i=0}^k a_i^2 R_{i,2}(r) + \sum_{j=1}^n D_j \exp(-m_j r) \left[1 + \frac{3}{m_j r} + \frac{3}{(m_j r)^2} \right], \end{cases}$$

Поведінка ХФД на малих відстанях визначається функціями осциляторного базису

$$R_{i,l}(r) = (-1)^n \sqrt{\frac{2n!}{r_0 \Gamma(n+l+3/2)}} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{l+1} \exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right) L_i^{l+\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{r_0^2}\right),$$

де L_i^α – приєднані поліноми Лагерра; $r_0=0.4$ fm – осциляторний радіус.

10) В J- матричному формалізмі оберненої задачі розсіяння [164] ХФД виражається через розклади по осциляторній функції $u_l(E, r) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{nl}(E) R_{nl}(r)$.

Аналіз вказаних співвідношень для ХФД показує, що більшість аналітичних форм параметризацій представлена у вигляді експоненціального розкладу.

Розраховані значення статичних характеристик дейтрона добре узгоджуються з експериментальними даними. Однак незважаючи на це, існують певні теоретичні неузгодженості і проблеми. Так у деяких роботах одна (наприклад, для ОВЕР [133], Bonn [138] потенціалів) або обидві (для RSC [81], Moscow [140], ренормалізованих кіральних ОРЕ та ТРЕ [284] потенціалів) компоненти радіальної ХФД в координатному представленні мають вузли поблизу початку координат. Існування вузлів у хвильових функціях основного і єдиного стану дейтрона свідчить про неузгодженості і неточності в реалізації чисельних алгоритмів в розв'язанні подібних задач. Це також пов'язано з особливостями потенціальних моделей для опису дейтрона.

Як зазначено в [281] (див. 184, 185 стор.), «якщо дейтрон розглядати як шести-кваркову систему, то його основному стану відповідає орбітальна симетрія {42}, сумісна з $L=0, 2$, а зв'язаний стан з орбітальною симетрією {6} виявляється забороненим. Заборонений також стан з симетрією {51} в непарних хвилях. Це означає, що потенціал триплетної S взаємодії має низьколежачий заборонений стан, а основний стан дейтрона відповідає другому зв'язаному стану в такому

потенціалі. Зв'язаний, але заборонений рівень існує і в Р взаємодії. Тому триплетні S фази розсіяння відповідно до узагальненої теореми Левінсона починаються з 360° , а синглетні зі 180° , маючи підйом приблизно до 220° . Триплетні і синглетні Р фази також повинні починатися зі 180° . У D- хвилі присутній один зв'язаний дозволений стан, який разом з S- хвилею визначає основний стан дейтрона».

Як зазначено в [167] «хвильова функція для S- хвилі в дейтроні має вид $2s$ і вузол при $r \approx 0.5$ fm, що має ознаки відштовхуючої серцевини, характерної для мезонобмінних потенціалів. Через наявність кольору це явище не може бути обумовлено принципом заборони Паулі для кваркових ступенів вільності».

В кіральной ефективній теорії (χ ET) [285] при чисельному інтегруванні величини $\langle r^{-n} \rangle_\Lambda$ (аналогічно до формули (3.33.1)) наявні осциляції, які пов'язані з появою помилкових зв'язаних станів, енергії зв'язку яких перевищують масштаб розбиття $1/\Lambda$, де Λ – масштаб, на якому регулюється потенціал V .

Відсутні вузли ХФД в координатному представленні для потенціалів Неймегенської групи [118], а також для Argonne v14 і v18 [128], Парижського [121].

3.3. Хвильова функція дейтрона в імпульсному представленні

Якщо нам відома ХФД в координатному представленні, то можна отримати її в імпульсному представленні. Це здійснюється за допомогою перетворення Ханкеля, яке пов'язує радіальні частини хвильової функції $g_l(p)$ і $\chi_l(r)$, де p – імпульс, r – координата. Пряме перетворення Ханкеля записується у вигляді [286]

$$g_l(p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} i^{-l} \int_0^\infty j_l(pr) \chi_l(r) dr. \quad (3.18)$$

Перетворення, обернене перетворенню Ханкеля, записуються у вигляді:

$$\chi_l(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} i^l \int_0^\infty j_l(pr) g_l(p) dp. \quad (3.19)$$

Отже, ХФД в імпульсному представленні може бути знайдена по формулам:

$$u(p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty j_0(pr) u(r) dr; \quad w(p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty j_2(pr) w(r) dr, \quad (3.20)$$

де $j_0(pr)$ і $j_2(pr)$ – функції Бесселя нульового і другого порядку.

Прикладами ХФД в імпульсному представленні є наступні:

1) Для потенціалу Yamaguchi були одержані ХФД у вигляді [287]

$$u(p) = \frac{N}{(\alpha^2 + p^2)(\beta^2 + p^2)}; \quad w(p) = -\frac{Ntp^2}{(\alpha^2 + p^2)(\gamma^2 + p^2)^2}, \quad (3.21)$$

де α, β, γ, t – параметри; N – константа нормування.

2) Для потенціалу Юкави в [288] хвильова функція для S- стану отримана у виді

$$\phi_S(p) = \frac{a}{p(p^2 + mB)} \operatorname{arctg}\left(\frac{p}{\mu + a}\right), \quad (3.22)$$

де $a = (mB)^{1/2} \approx 45.7$ МеВ; μ – маса піона. Для хвильової функції Гюлтена її імпульсне представлення записується у вигляді [288]

$$\phi_H(p) \propto [(p^2 + a^2)(p^2 + \beta^2)]^{-1}. \quad (3.23)$$

3) ХФД для потенціалу Хамада-Джонстона була наближена функцією Гауса [289]

$$\phi_L(p) = \sum_n a_{L_n} \exp(-a_{L_n} p^2). \quad (3.24)$$

4) В [290] використано представлення Гауса для ХФД для потенціалу Reid68 з м'якою серцевиною:

$$\begin{cases} u(p) = \sum_i A_i \exp(-\alpha_i p^2); \\ w(p) = p^2 \sum_i B_i \exp(-\beta_i p^2). \end{cases} \quad (3.25)$$

5) ХФД в імпульсному представленні для Парижського потенціалу [122]

$$\begin{cases} \frac{u(p)}{p} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{j=1}^N \frac{C_j}{p^2 + m_j^2}; \\ \frac{u(p)}{p} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{j=1}^N \frac{D_j}{p^2 + m_j^2}. \end{cases} \quad (3.26)$$

Фактично, крім коефіцієнтів C_j і D_j , необхідно ввести такий додатковий набір коефіцієнтів m_j , який би узгоджувався з розкладами по формулам (3.11).

У свою чергу ХФД в імпульсному представленні у науковій літературі представлена неоднозначно. Зокрема, в S- компоненти для потенціалів RSC [96, 291], Гросса [291, 292], Av18 [132, 293], FSS2 [294] (або в S- і D- компонентах для потенціалів ESTP [295], WJC-1, WJC-2 [296], Nijm I, Nijm II, Nijm93 [250]) присутній надлишковий вузол в середині інтервалу значень імпульсу. Слід

відмітити, що в теоретико-польовому підході двонуклонних систем обидві компоненти ХФД не містять вузлів [297].

3.4. Параметри дейтрона

Якщо відомі ХФД в координатному представленні, тоді можна розрахувати параметри дейтрона [57, 138, 232]:

- радіус («matter radius») дейтрона:

$$r_m = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\infty} r^2 [u^2(r) + w^2(r)] dr \right\}^{1/2}; \quad (3.27)$$

- електричний квадрупольний момент:

$$Q_d = \frac{1}{20} \int_0^{\infty} r^2 w(r) [\sqrt{8}u(r) - w(r)] dr = \frac{1}{\sqrt{50}} \int_0^{\infty} r^2 \left[u(r)w(r) - \frac{w^2(r)}{\sqrt{8}} \right] dr; \quad (3.28)$$

- вклад D - стану:

$$P_D = \int_0^{\infty} w^2(r) dr; \quad (3.29)$$

- магнітний момент:

$$\mu_d = \mu_s - \frac{3}{2} \left(\mu_s - \frac{1}{2} \right) P_D; \quad (3.30)$$

- асимптотика D/S - стану:

$$\eta = A_D / A_S, \quad (3.31)$$

де A_S і A_D – асимптотики нормування S - і D - станів. У формулі (3.30) величина $\mu_s = \mu_n + \mu_p$ – це сума магнітних моментів нейтрона і протона. Значення магнітного моменту дейтрона наводять в ядерних магнетонах μ_N .

Крім цих параметрів, визначають й ефективний радіус ρ_d в [fm], інверсний радіус в [1/fm], а також радіуси дейтрона R_r і $R_{n.r.}$ в релятивістській чи нерелятивістській кінематиці відповідно. Причому радіус одержують як $R = 1/\gamma$. Співвідношення між енергією зв'язку B_d і параметром γ , що визначає радіус дейтрона [138] для релятивістської кінематики:

$$B_d = M_p + M_n - \sqrt{M_p^2 - \gamma^2} - \sqrt{M_n^2 - \gamma^2},$$

де M_p , M_n – маси протона і нейтрона відповідно. Оскільки [138]
 $\gamma^2 = [4M_p^2 M_n^2 - (m_d^2 - M_p^2 - M_n^2)^2] / 4m_d^2$, то $\gamma = 0.2315380 \text{ fm}^{-1}$.

Важливими параметрами є величини нормування хвильової функції [116]

$$N^2 = A_S^2 (1 + \eta^2)$$

і радіальні моменти дейтрона [284, 298]

$$\langle r^n \rangle_u = \int_0^\infty r^n u^2(r) dr; \quad \langle r^n \rangle_w = \int_0^\infty r^n w^2(r) dr; \quad \langle r^n \rangle_{uw} = \int_0^\infty r^n u(r) w(r) dr; \quad (3.32.1)$$

$$\langle r^{2k} \rangle = 2^{-2k} \int_0^\infty r^{2k} [u^2(r) + w^2(r)] dr. \quad (3.32.2)$$

Радіальні моменти вносять вклад у радіус r_m і квадрупольний момент Q_d дейтрона

$$r_m = \frac{1}{2} \{ \langle r^2 \rangle_u + \langle r^2 \rangle_w \}^{1/2}; \quad Q_d = \frac{\sqrt{8}}{20} \langle r^2 \rangle_{uw} - \frac{1}{20} \langle r^2 \rangle_w.$$

В [299] приведено ще такі характеристики, які визначаються по ХФД в координатному представленні – зворотні (інверсні) моменти радіуса

$$\langle r^{-n} \rangle = \int_0^\infty r^{-n} [u^2(r) + w^2(r)] dr. \quad (3.33.1)$$

Зворотний (інверсний) момент $\langle r^{-1} \rangle$, який записується як [300]

$$\langle r^{-1} \rangle = \int_0^\infty r^{-1} [u^2(r) + w^2(r)] dr, \quad (3.33.2)$$

з'являється у множинному розширенні довжини піон-дейтронного розсіяння і виникає при низько енергетичному π - d - розсіянні [149].

В теорії дифракції дейтрон-ядерної взаємодії [301] важливою характеристикою є радіус дейтрона

$$R_d = \int_0^\infty r [u^2(r) + w^2(r)] dr. \quad (3.34)$$

Деякі з вище вказаних параметрів дейтрона приведено в Таблиці 3.2. Теоретичні результати були одержані в оригінальних роботах для потенціалів Неймегенської групи [116, 250, 302], Av18 [128], Paris [121], CD-Bonn [138], Idaho N³LO [150], Oxford [166], fss2 [294]). Вони добре узгоджуються з наявними експериментальними даними [293].

Параметри дейтрона

Потенціал	P_D [%]	r_m [fm]	Q_d [fm ²]	μ_d [μ_N]	η	A_S [fm ^{-1/2}]	N^2 [fm ⁻¹]
Nijm I [116, 250, 302]	5.664	1.9666	0.2719	–	0.02534	0.8841	0.7821
Nijm II [116, 250, 302]	5.635	1.9675	0.2707	–	0.02521	0.8845	0.7828
Nijm93 [116, 250, 302]	5.755	1.966	0.2706	–	0.02524	0.8842	0.7823
Reid93 [116, 250, 302]	5.699	1.9686	0.2703	–	0.02514	0.8853	0.7843
Av18 [128]	5.76	1.967	0.270	0.847	0.0250	0.8850	–
Paris [121]	5.77	–	0.279	0.853	0.02608	–	–
CD-Bonn [138]	4.85	1.966	0.270	–	0.0256	0.8846	–
N ³ LO [150]	4.51	1.978	0.285	–	0.0256	0.8843	–
Oxford [166]	5.604	1.9767	0.2871	–	0.0262	0.8918	–
fss2 [294]	5.52	1.961	0.270	–	0.0252	–	–
Експ. [293]	–	1.975	0.2859	0.8574	0.0256	–	–

3.5. Про надлишкові вузли хвильової функції

В [16, 38-40, 43] проаналізовано відмінність побудови розв'язку задач квантової механіки, що зводяться до системи зв'язаних рівнянь Шредінгера від задач з одиночним рівнянням Шредінгера і вказано на можливу причину появи надлишкових вузлів ХФД.

3.5.1. Одиночне рівняння Шредінгера

Наведемо добре відому схему побудови розв'язку радіального рівняння Шредінгера (див., наприклад, [59]). Розв'язок рівняння

$$v'' + \left(k^2 - \frac{L(L+1)}{r^2} - U(r) \right) \cdot v = 0, \quad (3.35)$$

можна шукати у формі ряду Тейлора

$$v(r) = r^s \cdot (a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + \dots), \quad (3.36)$$

де s визначається із квадратного характеристичного рівняння і приймає значення $s = (L+1, -L)$, якщо потенціал задовольняє умові

$$U(r) \sim \frac{1}{r^\varepsilon}, \quad \varepsilon < 2. \quad (3.37)$$

Оскільки хвильова функція повинна задовольняти крайовим умовам:

$$v(0) = v(\infty) = 0, \quad (3.38)$$

тому із двох незалежних розв'язків рівняння (3.35) $v_1(r) \sim r^{L+1}$, $v_2(r) \sim r^{-L}$, тільки перший розв'язок береться для побудови розв'язку крайової задачі (3.35), (3.38).

3.5.2. Зв'язані канали

У випадку зв'язаних каналів використовують рівняння Шредінгера (3.5). На радіальні функції накладаються звичайні крайові умови:

$$\begin{aligned} u(0) &= 0 & u(\infty) &= 0 \\ w(0) &= 0 & w(\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Накладемо на потенціали умови аналогічні (3.37)

$$U_{1,2}(r) \sim \frac{1}{r^\varepsilon}; \quad U_T(r) \sim \frac{1}{r^n}; \quad \varepsilon < 2; \quad n < 2. \quad (3.40)$$

Систему двох рівнянь 2-го порядку (3.5) зручно звести до одного рівняння 4-го порядку і аналогічно (3.36) шукати розв'язок у вигляді

$$u(r) = r^s \cdot (a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + \dots). \quad (3.41)$$

Характеристичне рівняння має чотири розв'язки

$$s = (J + 4 - n, J, 1 - J, 1 - J - n). \quad (3.42)$$

Відмітимо, що у випадку зв'язаних каналів незалежні розв'язки визначаються не лише моментом системи J , але і зв'язуючим потенціалом (параметр n).

Знаходячи функцію w із першого рівняння системи (3.5) згідно (3.41) і (3.42), отримують чотири незалежні розв'язки [62]

$$\left(\begin{array}{l} u_1(r) \sim r^{J+4-n} \\ w_1(r) \sim r^{J+2} \end{array} \right), \left(\begin{array}{l} u_2(r) \sim r^J \\ w_2(r) \sim r^{J+2-n} \end{array} \right), \left(\begin{array}{l} u_3(r) \sim r^{1-J} \\ w_3(r) \sim r^{3-J-n} \end{array} \right), \left(\begin{array}{l} u_4(r) \sim r^{1-J-n} \\ w_4(r) \sim r^{-1-J} \end{array} \right). \quad (3.43)$$

Перші два розв'язки регулярні в нулі і задовольняють першу крайову умову (3.39). Повний розв'язок системи, що задовольняє другу крайову умову (3.39), є суперпозицією перших двох незалежних розв'язків:

$$\begin{aligned} u(r) &= Au_1(r) + Bu_2(r); \\ w(r) &= Aw_1(r) + Bw_2(r). \end{aligned}$$

Так, у випадку $J=1; n=1$ матимемо

$$\begin{aligned} u_1(r) &\sim r^4, & w_1(r) &\sim r^3; \\ u_2(r) &\sim r, & w_2(r) &\sim r^2; \end{aligned} \quad (3.44)$$

тобто $u(r) \sim r$, $w(r) \sim r^2$.

Отже, асимптотика компонент розв'язку системи рівнянь вже не визначається орбітальним числом L , як у випадку з розв'язками одиночного рівняння Шредінгера, а обумовлюється повним орбітальним моментом J і тензорним потенціалом, який забезпечує зв'язування рівнянь Шредінгера в систему (3.5). Тобто, у випадку зв'язаних каналів твердження «S- хвиля має асимптотику r , а D- хвиля r^2 » не завжди може бути справедливим.

3.5.3. Приклад появи надлишкового вузла в хвильовій функції

Задача на розсіяння аналогічна задачі на зв'язані стани (3.5), (3.39) із невеликими змінами, а саме, заміною в (3.5): $k^2 \rightarrow -k^2$ і заміною крайових умов на

$$\begin{aligned} u(0) &= 0 & u(r \rightarrow \infty) &\rightarrow \sin(kr + \delta_0) \\ w(0) &= 0 & w(r \rightarrow \infty) &\rightarrow \sin(kr - \pi + \delta_2) \end{aligned}$$

Все, що відноситься до незалежних розв'язків та їх асимптотика, співпадає з (3.43).

Розглядаючи задачу нейтрон-протонного розсіяння в триплетному стані ми користувалися потенціалом Рейда ($J=1$; $n=-1$) [116, 250] і застосовували наступну асимптотику двох розв'язків, регулярних в нулі [62]

$$\begin{aligned} u_1(r) &= r^6 (a_0 + a_1 r + \dots); & w_1(r) &= r^3 (b_0 + b_1 r + b_2 r^2 + \dots); \\ u_2(r) &= r (c_0 + c_1 r + c_2 r^2 + \dots); & w_2(r) &= r^3 (d_0 + d_1 r + \dots). \end{aligned} \quad (3.45)$$

Коефіцієнти a_i , b_i , c_i , d_i визначаються через параметри потенціалів.

В роботі [16] ми знаходили чисельні розв'язки системи рівнянь (3.5) методом Рунге-Кутта 4-го порядку [230]. Оскільки деякі потенціали сингулярні в нулі, то формули (3.45) використовуються для обчислення невизначеностей типу $\frac{0}{0}$. При відладці програми на мові Фортран було допущено помилкові формули для коефіцієнтів функцій (3.45), що призвело до дуже швидкої осциляції радіальної хвильової функції u_2 (Рис. 3.1). виправлення помилки дає «розумну» поведінку радіальної функції.

На завершення ще раз відмітимо, що в задачах на зв'язані канали асимптотики радіальних функцій залежать від виду зв'язуючого потенціалу і можуть не відповідати асимптотиці функцій задачі з одиночним рівнянням

Шредінгера. Відповідно, вибрані некоректні асимптотики радіальних каналних функцій можуть генерувати надлишкові вузли.

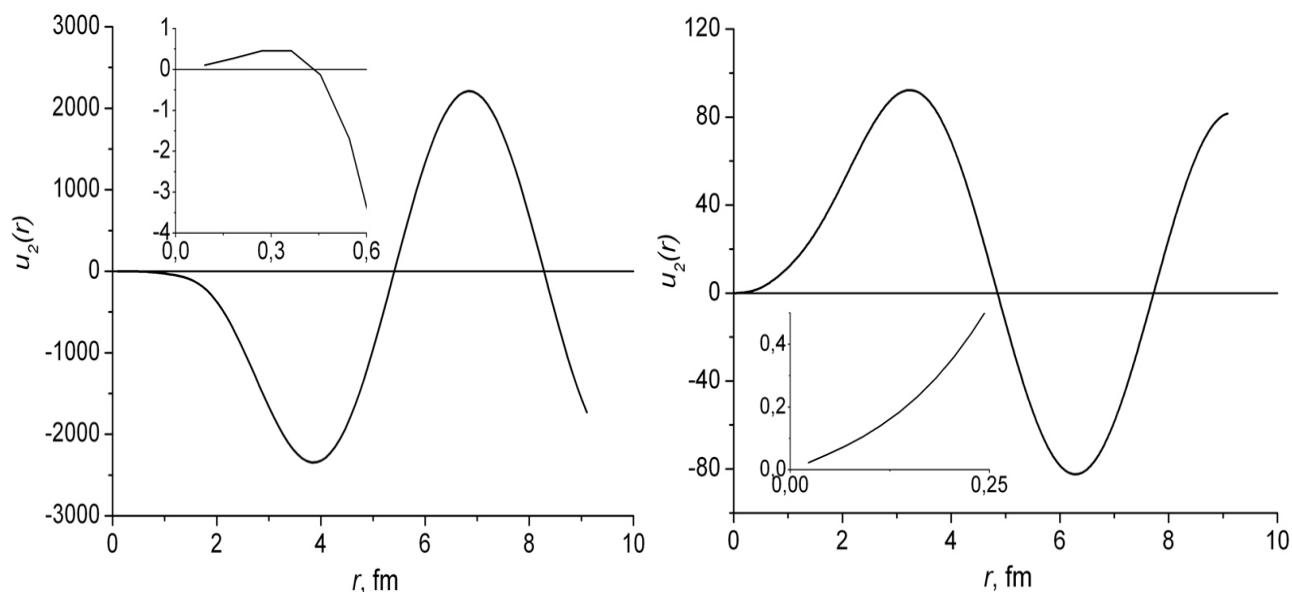


Рис. 3.1. Хвильова функція з некоректними (зліва) і коректними (справа) крайовими умовами

Різниця в чисельних значеннях коефіцієнтів, що дають таку поведінку, наведено нижче.

Коректне надання параметрів асимптотики хвильових функцій:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 1 \\
 a_1 &= -2.869 \\
 b_0 &= -0.263 \\
 b_1 &= 0 \\
 b_2 &= 0.3484 \\
 c_0 &= 1 \\
 c_1 &= 0 \\
 c_2 &= 20.8 \\
 c_3 &= -28.29 \\
 c_4 &= 106.4 \\
 c_5 &= 0 \\
 d_0 &= -58.77 \\
 d_1 &= -19.01
 \end{aligned}$$

Некоректне надання параметрів асимптотики хвильових функцій:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 1 \\
 a_1 &= -2.85 \\
 b_0 &= -0.03287 \\
 b_1 &= 0 \\
 b_2 &= -0.4153 \\
 c_0 &= 1 \\
 c_1 &= 0 \\
 c_2 &= 20.8 \\
 c_3 &= -28.29 \\
 c_4 &= 106.4 \\
 c_5 &= 0 \\
 d_0 &= -7.347 \\
 d_1 &= -152.1
 \end{aligned}$$

(3.46)

3.6. Чисельний розв'язок системи рівнянь Шредінгера для дейтрона

В [41] ХФД в координатному просторі знайдена чисельним розв'язком

задачі на власні значення для системи зв'язаних рівнянь Шредінгера з наступним виконанням перетворенням чисельного інтегрального перетворення Ханкеля. Для чисельного інтегрування застосовано метод Гауса-Лагерра. В [45] показано, що для потенціалу Юкави, сингулярного на початку координат, D- компонента хвильової функції має нестандартну асимптотику і містить логарифмічний член.

При наших чисельних розрахунках [17, 43, 44] асимптотика S- і D- компонент ХФД в координатному представленні визначається як орбітальним числом L , так і тензорною частиною потенціалу NN - взаємодії. Знайдено енергію зв'язку та ХФД для набору потенціалів з асимптотиками (3.45) на початку координат. Розраховані ХФД не містять лишніх вузлів (Рис. 3.2 і 3.3).

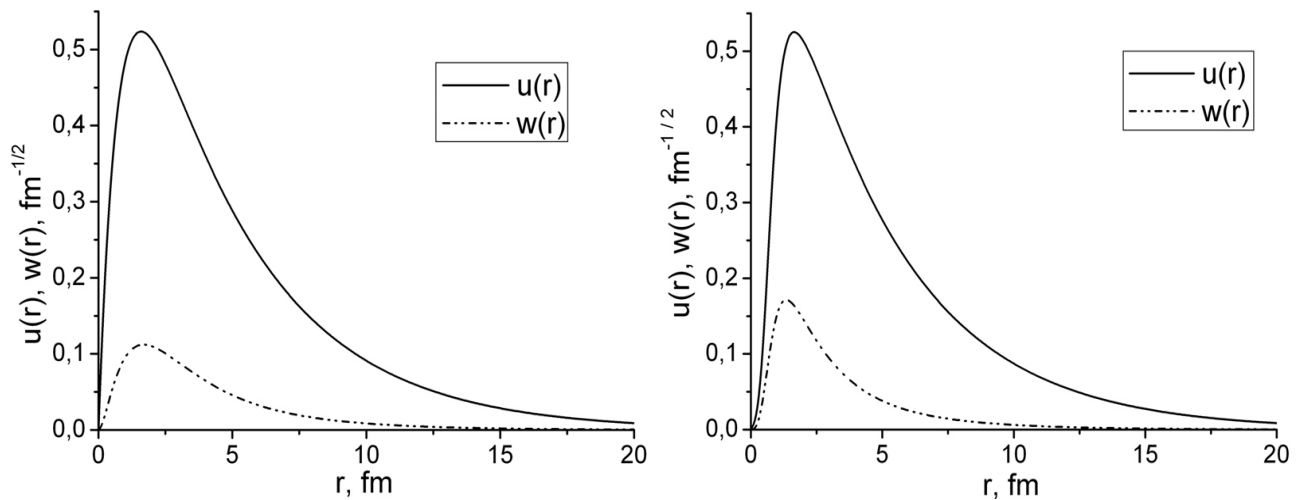


Рис. 3.2. ХФД для потенціалів Юкави (зліва) і Reid93 (справа)

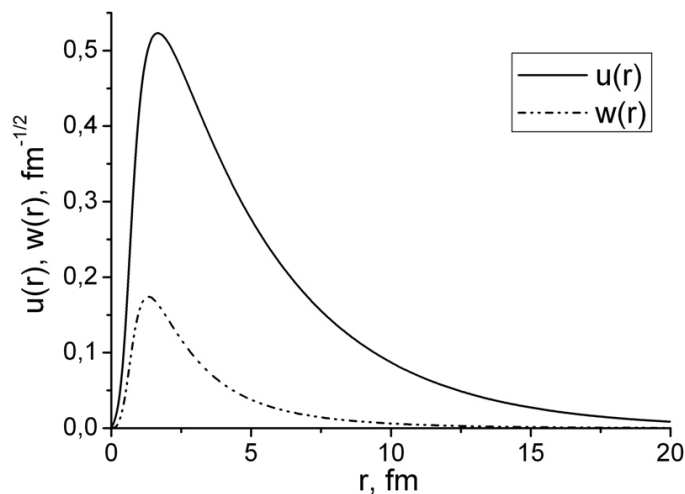


Рис. 3.3. ХФД для потенціалу Argonne v18

Були використані потенціал Юкави [232], несингулярний потенціал Рейда

(Reid93) [116, 250] і потенціал Argonne v18 [128, 224]. Потенціал Юкави був вибраний у вигляді суперпозиції центральних і тензорних сил [232]:

$$V = -22.7 \frac{\exp(-2.12r / b_C)}{r / b_C} - 10.9 \frac{\exp(-2.12r / b_T)}{r / b_T} S_{12}, \quad (3.47)$$

де $b_C=2.47 \cdot 10^{-13}$ см; $b_T=3.68 \cdot 10^{-13}$ см; а потенціал в МеВ. Тут b_C і b_T – приведені радіуси дії, і тому їх можна порівняти з радіусом дії потенціалів прямокутної форми.

Було порівняно наші [17] з іншими теоретичними розрахунками ХФД. Оцінені відхилення між отриманими чисельними результатами показали, що для потенціалу Рейда: $\chi^2(u(r))=0.01284$; $\chi^2(w(r))=0.005583$; для потенціалу Argonne v18: $\chi^2(u(r))=0.009923$; $\chi^2(w(r))=0.008393$.

Згідно чисельно розрахованих ХФД в координатному представленні отримані параметри дейтрона (опис див. в п. 3.4). Розраховані параметри дейтрона (Таблиця 3.3) добре узгоджуються з експериментальними [293] і теоретичними [116, 128, 138, 145, 153, 250, 303] результатами.

Таблиця 3.3

Параметри дейтрона для різних потенціалів

Модель	E_d [MeV]	P_D	r_m [fm]	Q_d [fm ²]	μ_d [μ_N]
CD-Bonn [138]	2.224575	4.85	1.966	0.270	-
RSC [145]	2.22461	6.47	1.957	0.2796	0.8429
Moscov99 [145]	2.22452	5.52	1.966	0.2722	0.8483
Reid93 [116, 250]	2.224575	5.699	1.969	0.2703	0.8853
Nijm93 [116, 250]	2.224575	5.755	1.966	0.2706	0.8842
DB (NN only) [303]	2.22454	5.42	2.004	0.286	0.8489
DB (NN+6q) [303]	2.22454	5.22	1.972	0.275	0.8548
Idaho N ³ LO [153]	2.224575	4.51	1.975	0.275	-
Argonne v18 [128]	2.22457	5.76	1.967	0.270	0.847
Експеримент [293]	2.22456612(48)	-	1.975(3)	0.2859(3)	0.8574382284(94)
Наші розрахунки					
Reid93 [17]	2.22497	5.699	1.96771	0.27021	0.847331
Yukawa [17]	2.22852	3.717	2.04003	0.30968	0.858624
Argonne v18 [17]	2.22629	5.758	1.96609	0.26944	0.846996

Представляє інтерес знаходження ХФД в імпульсному представленні, оскільки з неї можна отримати поляризаційні параметри дейтрона. З

використанням перетворенням Ханкеля нами розраховані ХФД в імпульсному представленні [17, 42], які не містять надлишкових вузлів (Рис. 3.4).

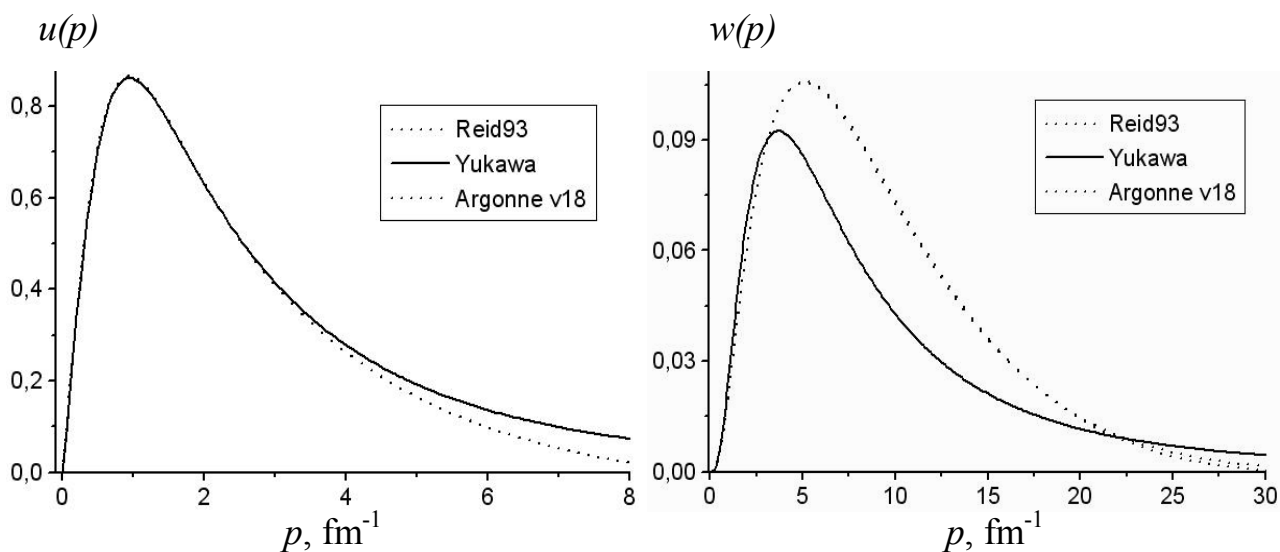


Рис. 3.4. ХФД в імпульсному представленні

3.7. Аналітичні форми хвильової функції дейтрона в координатному представленні

Крім того, що ХФД отримують як розв'язки системи зв'язаних рівнянь Шредінгера, вона може бути представлена таблично: через відповідні масиви значень радіальних хвильових функцій. Іноді при чисельних розрахунках оперувати такими масивами чисел доволі складно і незручно. І текст програм для чисельних розрахунків є громіздким, перевантаженим і нечитабельним. Тому є доцільним отримання більш простих аналітичних форм представлення ХФД. У подальшому такі аналітичні форми хвильової функції можна використовувати для розрахунку параметрів, формфакторів і поляризаційних характеристик дейтрона, а також спінових спостережуваних у процесах за участю дейтрона [14].

В роботах [10, 12, 19] проведено розрахунок коефіцієнтів для аналітичних форм Дубовіченко (3.16) [280] для ХФД в координатному представленні для потенціалів Неймегенської групи (Nijm I, Nijm II, Nijm93 і Reid93) і потенціалу Argonne v18. Значення коефіцієнтів розкладу (3.16) при $N=17$ приведено в Таблицях Е.1-Е.5 Додатку Е. Розраховані радіальні ХФД $u(r)$ і $w(r)$ не містять надлишкових вузлів. Їх представлено на Рис. 3.5.

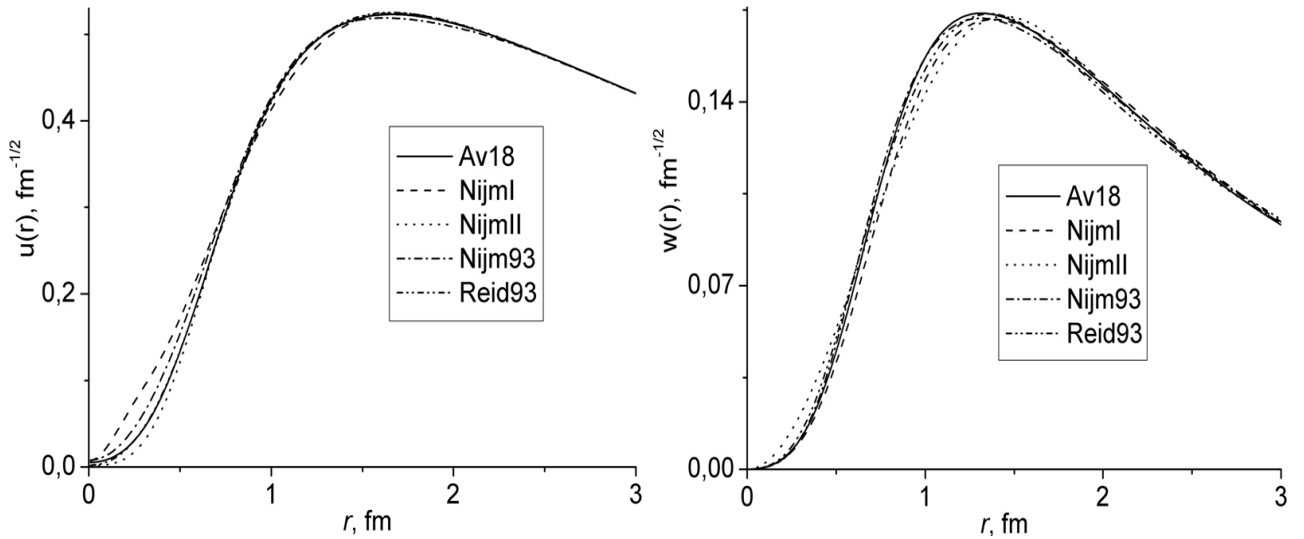


Рис. 3.5. ХФД для аналітичних форм Дубовіченко (3.16)

Для розв'язку системи зв'язаних рівнянь Шредінгера, що описують радіальні ХФД, ще у 1955 р. Ф. Кап і В. Гребнер запропонували такі параметризації [304]:

$$\begin{cases} u = are^{-\mu r}, \\ w = bre^{-\mu r}, \end{cases} \quad \begin{cases} u = ar^2 e^{-\mu r}, \\ w = br^3 e^{-\mu r}. \end{cases} \quad (3.48)$$

Але розраховані параметри дейтрона значно відрізнялися від експериментальних даних. Формули (3.48) можна узагальнити для апроксимації ХФД у вигляді таких аналітичних форм [11]:

$$\begin{cases} u(r) = r \sum_{i=1}^N A_i \exp(-a_i r), \\ w(r) = r^3 \sum_{i=1}^N B_i \exp(-b_i r), \end{cases} \quad (3.49)$$

$$\begin{cases} u(r) = r \sum_{i=1}^N A_i \exp(-a_i r^2), \\ w(r) = r \sum_{i=1}^N B_i \exp(-b_i r^2), \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\begin{cases} u(r) = r^2 \sum_{i=1}^N A_i \exp(-a_i r^3), \\ w(r) = r^2 \sum_{i=1}^N B_i \exp(-b_i r^3). \end{cases} \quad (3.51)$$

Оскільки при $r \rightarrow 0$ і $r \rightarrow \infty$ асимптотики ХФД $\chi_i(r) \sim r^{l+1}$, $\chi_i(r) \sim e^{-ar}$ відповідно, тому згідно [305] ХФД у вигляді (3.49). Звісно можна апроксимувати ХФД за допомогою узагальнених аналітичних форм:

$$\begin{cases} u(r) = r^A \sum_{i=1}^N A_i \exp(-a_i r^a), \\ w(r) = r^B \sum_{i=1}^N B_i \exp(-b_i r^b). \end{cases} \quad (3.52)$$

Для узагальнених аналітичних форм (3.52) ХФД для потенціалів Неймегенської групи (Nijm I, Nijm II, Nijm93 і Reid93 [118, 250]) отримано, що параметри приймають такі значення [11]

$$a = 0.8 \div 3.5; \quad b = 0.7 \div 3.1; \quad A = 0.9 \div 2.2; \quad B = 0.8 \div 3.7. \quad (3.53)$$

Виникає трудність одночасних чисельних розрахунків оптимальних значень і коефіцієнтів A_i , a_i , B_i , b_i , і степеней a , A , b , B функцій перед сумами експоненціальних членів. Для цього потрібно затратити значний час. Причому значення χ^2 при застосуванні (3.52) становить 10^{-5} і 10^{-6} для $u(r)$ і $w(r)$ відповідно. Тому доцільно використати інші апроксимації у вигляді (3.16), (3.49)-(3.51).

В роботах [3, 9, 18] запропоновано нові аналітичні форми ХФД у вигляді добутку степеневі функції r^n на суму експоненціальних членів:

$$\begin{cases} u(r) = r^{3/2} \sum_{i=1}^N A_i \exp(-a_i r^3), \\ w(r) = r \sum_{i=1}^N B_i \exp(-b_i r^3). \end{cases} \quad (3.54)$$

При $N=11$ здійснювався пошук показника степеневі функції r^n , що фігурує як множник перед сумами експоненціальних членів аналітичної форми (3.54). Оптимальними значеннями виявилися $n=1.47$ і $n=1.01$ для $u(r)$ і $w(r)$ відповідно. Тобто множники перед сумами в (3.54) можна вибрати як $r^{3/2}$ і r^1 .

На відміну від (3.16) аналітичні форми (3.54) є зручними завдяки тій особливості, що забезпечують крайову умову $u(0)=0$; $w(0)$. І не потрібно додатково знаходити асимптотику хвильових функцій поблизу початку координат. Для $r \rightarrow \infty$ використовувалася асимптотика експоненціального виду.

Точність параметризації (3.54) характеризується величинами [138]

$$I_S = \left(\int_0^\infty [u(r) - u_{table}(r)]^2 dr \right)^{1/2}; \quad I_D = \left(\int_0^\infty [w(r) - w_{table}(r)]^2 dr \right)^{1/2}. \quad (3.55)$$

Але для оцінки точності параметризації замість (3.55) зручніше використовувати

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_p))^2}{n - p}, \quad (3.56)$$

де n – число точок масиву y_i чисельних значень ХФД; f – апроксимуюча функція u (або w) згідно, наприклад, формул (3.54); a_1, a_2, \dots, a_p – параметри; p – число параметрів (коефіцієнтів у сумах (3.54)). Отже, χ^2 визначається не тільки формою апроксимуючої функції f , але і числом вибраних параметрів.

Незважаючи на громіздкі і довготривалі розрахунки і мінімізації χ^2 (до величин менших за 10^{-4}), доводилося апроксимувати чисельні значення ХФД для потенціалів Неймегенської групи (Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 [116, 250]) і потенціалу Argonne v18 [128, 224], масиви чисел яких становили по 839×4 значень в інтервалі $r=0-25$ fm і 1500×4 значень в інтервалі $r=0-15$ fm відповідно. Значення коефіцієнтів розкладу A_i, a_i, B_i, b_i при $N=11$ для (3.54) приведено в роботах [3, 9] (див. Таблиці Ж.6-Ж.10). На вставках Рис. 3.6 вказано поведінку ХФД (3.54) біля початку координат. Отримані ХФД добре корелюють із даними оригінальних робіт [116, 128, 224, 250].

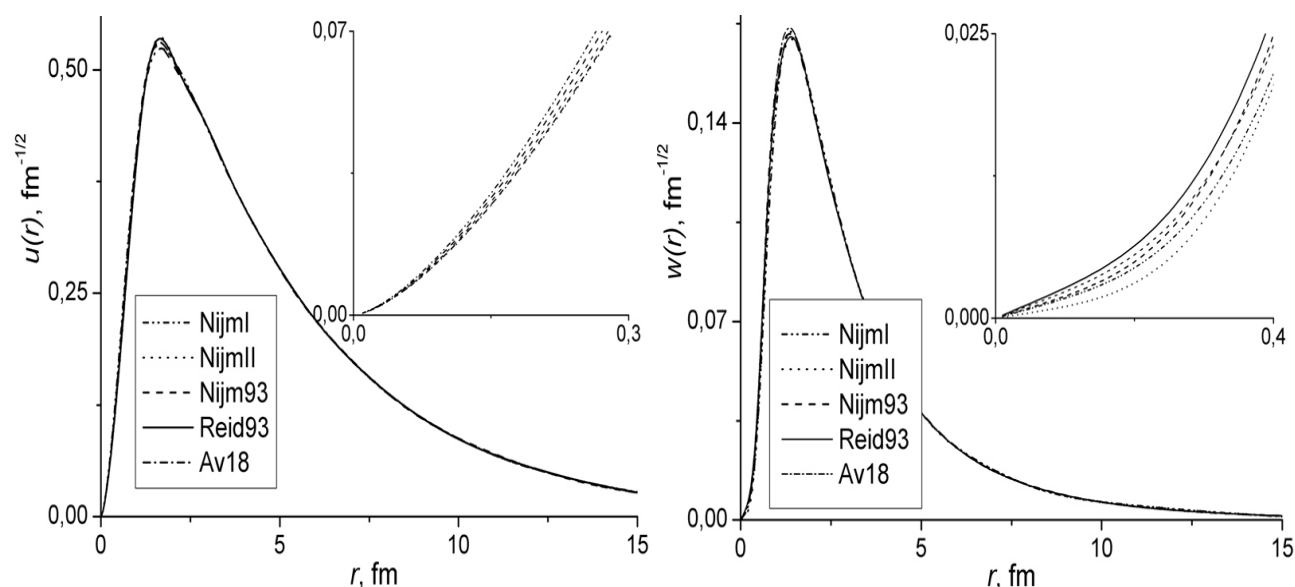


Рис. 3.6. ХФД для аналітичних форм (3.54)

В [49] досліджено поведінку величини χ^2 у залежності від числа доданків розкладу N в формулі (3.52), коли $B=2$; $b=2$ для радіальної функції w (Рис. 3.7). Оптимальним є число доданків $N=8$. NN потенціалом слугував Reid93.

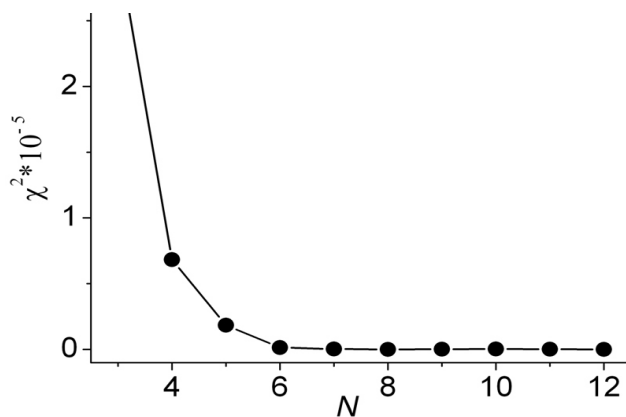


Рис. 3.7. Розрахунок $\chi^2(N)$ для хвильової функції дейтрона $w(r)$

В [50] зауважено, що окрім величини χ^2 , задовільність вибраної апроксимуючої функції можна охарактеризувати відносною похибкою

$$\varepsilon = \frac{|y_i - f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_p)|}{y_i} \cdot 100\%. \quad (3.57)$$

При мінімальних значеннях величин χ^2 і ε аналітична форма коректно описує ХФД в координатному представленні. На Рис. 3.8 приведено розраховану величину ε для апроксимаційної залежності (3.54), коли її застосовано для чисельного розрахунку ХФД, наприклад, у випадку потенціалу Argonne v18.

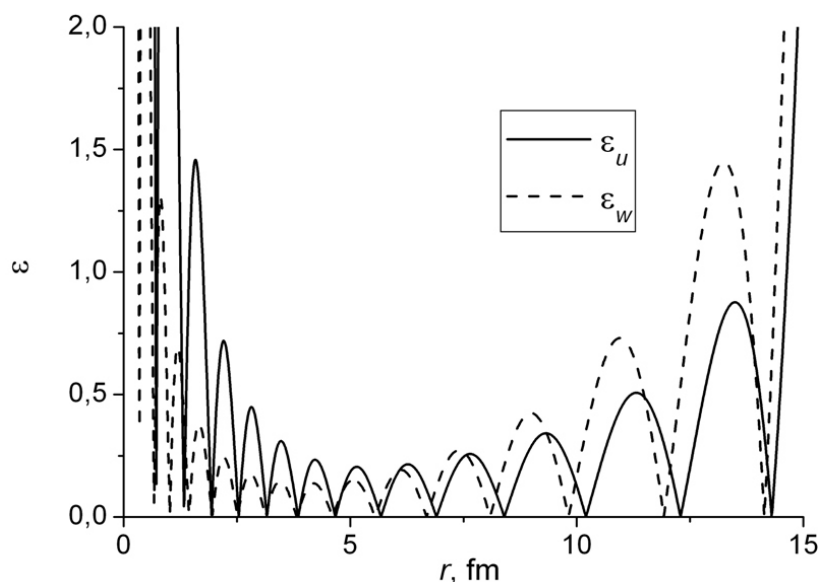


Рис. 3.8. Розрахунок ε для ХФД (3.54) потенціалу Argonne v18

Знання поведінки і форми ε дозволяє оцінити високоімпульсну частину тензорної поляризації t_{20} [11], яка чутлива до радіальної ХФД в координатному представленні при малих значеннях координати r . До речі, саме ця частина

тензорної поляризації слабо досліджена як теоретично, так і експериментально.

В роботі [304] була запропонована параметризація ХФД

$$\begin{cases} f(r) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \psi_{1n}(r), \\ g(r) = \sum_{n=0}^{\infty} d_n \psi_{1n}(r). \end{cases} \quad (3.58)$$

Її можна узагальнити для апроксимації ХФД у вигляді [304], [12]:

$$\begin{cases} u(r) = \sum_{n=0}^{11} A_n \psi_{3n}(r), \\ w(r) = \sum_{n=0}^{11} B_n \psi_{3n}(r), \end{cases} \quad (3.59)$$

де $\psi_{3n}(r)$ – функції Лагерра [304]:

$$\psi_{3n}(r) = \frac{2\alpha\sqrt{2\alpha}}{n!\sqrt{(n+1)(n+2)}} \frac{\exp(\alpha r)}{r} \frac{d^n}{dr^n} (r^{n+2} \exp(-2\alpha r)), \quad n=0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.60)$$

В [13] були визначені коефіцієнти A_i , B_i , α в (3.59) при $n=0, \dots, 11$ для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 (див. Таблиці Е.11 і Е.12). Осциляції ХФД на малих відстанях для аналітичних форм (3.59) приведено на Рис. 3.9.

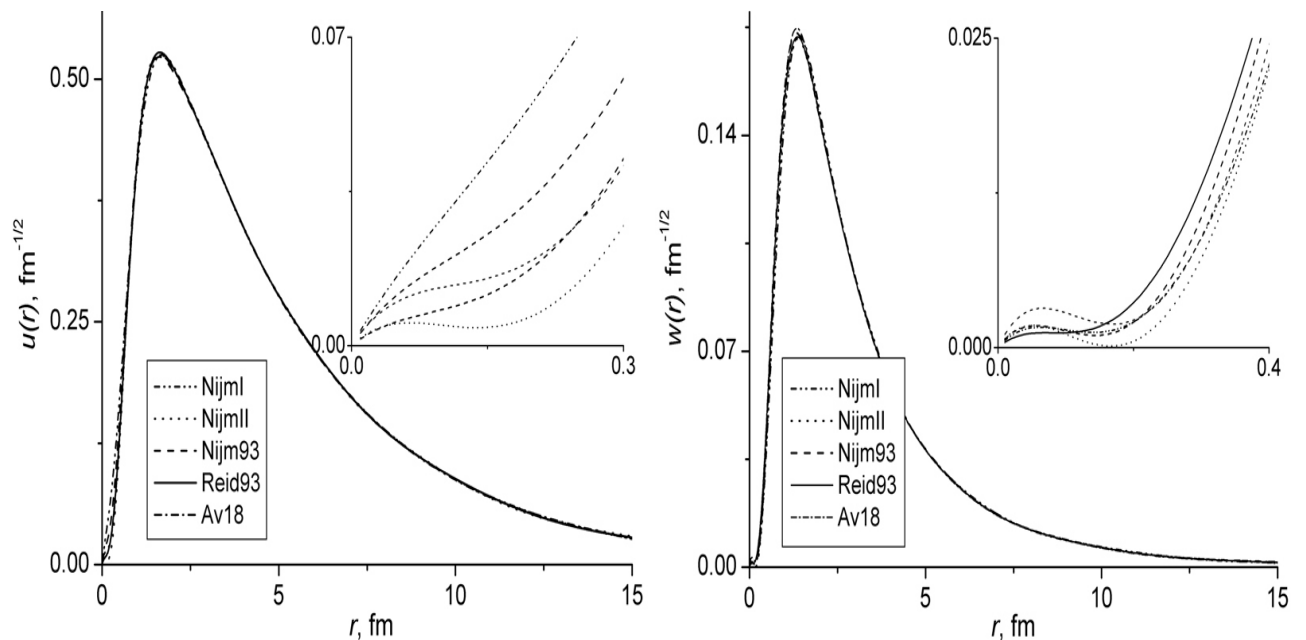


Рис. 3.9. ХФД для аналітичних форм (3.59)

В [19] приведено коефіцієнти ХФД (3.11) для потенціалу Argonne v18.

Слід зазначити, що вибір аналітичних форм залежить від задовільності

розрахованих по цим формам параметрів дейтрона (r_m , Q_d , P_D та ін.). У Таблиці 3.4 приведено порівняння наших розрахунків з іншими даними.

Таблиця 3.4

Параметри дейтрона

Потенціал	P_D [%]	r_m [ФМ]	Q_d [ФМ ²]	μ_d [μ_N]	η
Nijm I (3.16) [10]	5.66388	1.9664	0.271371	0.847533	0.0272395
Nijm I (3.54) [9]	5.66274	1.96599	0.270883	0.847539	0.0285436
Nijm I (3.59) [13]	5.66478	1.9661	0.271884	0.847528	0.024297
Nijm I [116, 250]	5.664	1.967	0.2719	-	0.0253
Nijm II (3.16) [10]	5.62951	1.96747	0.269724	0.847729	0.0274549
Nijm II (3.54) [9]	5.63002	1.96711	0.269793	0.847726	0.0277491
Nijm II (3.59) [13]	5.6398	1.96415	0.270405	0.84767	0.024529
Nijm II [116, 250]	5.635	1.968	0.2707	-	0.0252
Nijm93 (3.16) [10]	5.75307	1.96583	0.270526	0.847025	0.0252098
Nijm93 (3.54) [9]	5.74956	1.96543	0.270572	0.847045	0.025257
Nijm93 (3.59) [13]	5.75922	1.96434	0.270307	0.84699	0.023983
Nijm93 [116, 250]	5.755	1.966	0.2706	-	0.0252
Reid93 (3.16) [12]	5.70677	1.9681	0.252849	0.847289	0.027601
Reid93 (3.54) [3]	5.69005	1.96811	0.270243	0.847384	0.024905
Reid93 (3.59) [13]	5.70092	1.96711	0.270149	0.847322	0.024261
Reid93 [116, 250]	5.699	1.969	0.2703	-	0.0251
Argonne v18 (3.11) [19]	5.75841	1.96756	0.269694	0.841437	0.0250208
Argonne v18 (3.16) [19]	5.75949	1.96737	0.267685	0.846988	0.0260866
Argonne v18 (3.54) [3]	5.75945	1.95401	0.268113	0.846988	0.025161
Argonne v18 (3.59) [13]	5.75929	1.95329	0.267481	0.846989	0.025090
Argonne v18 [128]	5.76	1.967	0.270	0.847	0.0250
Експеримент [293]	-	1.975(3)	0.2859(3)	0.857438	0.0256(4)

В роботі [306] описано залежність асимптотики нормування S- стану від радіуса дейтрона для наявних на той час потенціалів (Хамада-Джонстона, Гумберстона, Тоурейла-Шпрунга, Рейда (Reid68), Сльського, Парижського та Боннського). Згідно приведених даних в [306] залежність $A_S=f(r_d)$ виявилася лінійною.

В [52] приведено залежність асимптотики нормування S- стану від радіуса дейтрона (Рис. 3.10). Вказано чисельні значення параметрів дейтрона A_S і r_d для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 (згідно [15]) і порівняно їх з результатами для інших потенціальних моделей в оригінальних

роботах (CD-Bonn [138], Paris [307], N³LO [154], delta shell [242]). Хоча для потенціалів Неймегенської групи спостерігається певна лінійна залежність для $A_S=f(r_d)$, проте в цілому наявний очевидний розкид значень A_S , одержаних для різних потенціальних моделей. Робити висновок про певну загальному закономірність поведінки асимптотики нормування S- стану можна тільки після вияснення її значень для радіуса дейтрона в області $r_d=1.968-1.971$ fm.

Перспективними є дослідження залежностей інших параметрів дейтрона [308]: магнітного μ_d і квадрупольного Q_d моментів від асимптотики D/S- стану.

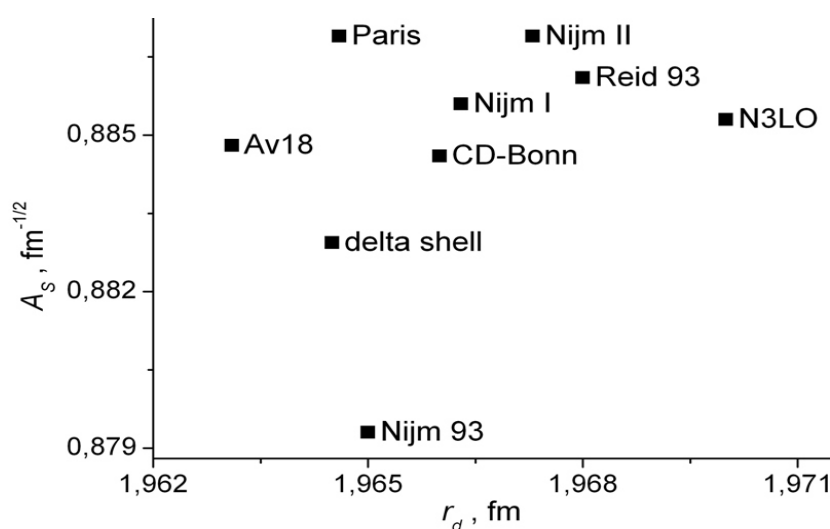


Рис. 3.10. Залежність $A_S=f(r_d)$.

В [11] розраховані коефіцієнти чотирьох апроксимаційних залежностей (3.16), (3.49)-(3.51) для чисельних значень ХФД в координатному представленні для потенціалів Неймегенської групи. Аналітичні форми вибрано у вигляді добутку степеневі функції r^n на суми експоненціальних членів. Досліджено поведінку χ^2 у залежності від числа доданків розкладу N_i . З урахуванням мінімальних значень χ^2 по цим формам побудовано ХФД, які не містять надлишкових вузлів.

Якщо побудувати ХФД для потенціалу ОВЕР по приведеним в [136] коефіцієнтам розкладу (3.11), то біля початку координат буде незначний вузол для $w(r)$. Крім цього, існує очевидне невиконання умови $\sum_{j=1}^{N_b} D_j = 0$. Наприклад, для ОВЕРС $\sum_j D_j = 4.710E-07$. Якщо ж ми знайдемо три останні коефіцієнти

згідно (3.13) ($D_{n=2}=-0.6333000560135323454$; $D_{n=1}=1.53039457858156441734$; $D_n=-0.9017034635680319384$), то надлишкового вузла не буде (детальніше див. огляд [271]). Отже, необхідно точніше розраховувати коефіцієнти D_i .

В [37] приведено наші результати розрахунків радіальних моментів (3.32.1) для степеней $n=-3;-2;-1;0;1;2;3$ (Таблиця Ж.1, Додаток Ж). Використано ХФД [3, 9] у формі (3.54). Отримані чисельні результати для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 співпадають в межах одного порядку із даними [284] для кіральних потенціалів.

В [37] приведено результати розрахунків радіальних моментів (3.32.2) для степеней $k=0;1;2;3;4;5$ (Таблиця Ж.2). Ці результати співпадають в межах одного порядку із даними [298] для групи з 13 NN потенціалів. Величини $\langle r^2 \rangle$ і $\langle r^4 \rangle$ подібні до результатів в безпіонних і піонних теоріях для різних значень діапазону R короткострокового потенціалу V_{short} [309].

В [37] вказаний набір інверсних моментів радіуса (Таблиця Ж.3), розрахований по формулі (3.33.1). Інверсний момент $\langle r^{-1} \rangle$ згідно (3.33.2) співрозмірний з результатами в [300] для потенціалів OBE, Nijm II, Reid93 і з результатами в [149] для OPE і кіральних потенціалів. Інверсні моменти $\langle r^{-1} \rangle$ і $\langle r^{-2} \rangle$ такі ж самі як для ренормалізації NN - взаємодії з Лоренц-інваріантним кіральним двопіонним обміном [310] та для кіральних потенціалів LO, NLO- Δ , N²LO- Δ [299].

В роботі [285] відмічено, що дейтронні матричні елементи двоядерних операторів в кіральних ефективних теоріях двоядерної системи будуть пропорційні $1/r^n$ на малих відстанях і сходяться для $n \leq 2$ і розходяться для $n \geq 3$. Причому матричні елементи оцінюються за допомогою ХФД провідного порядку.

В [47] по ХФД (3.16) оцінено радіальні моменти (3.32.1) при $n=0;1;2$, які співпадають із даними [284] для кіральних потенціалів.

В [48] приведені характеристики процесів в теорії дифракції дейтрон-ядерної взаємодії [301]: R_d – радіус дейтрона (3.34); σ_{el} , σ_{inel} , σ_{sc} , σ_r , σ_{diss} , σ_{str} , σ_{abs} – перерізи пружного, непружного, дейтрон-ядерного розсіяння, дифракційної дисоціації дейтрона, реакції інклюзивної зачистки, абсорбції дейтрона; σ_{tot} – повний переріз всіх процесів дейтрон-ядерної взаємодії. Вони розраховувалися

при застосуванні ХФД (3.54) [3, 9] і при виборі ядра ^{208}Pb з радіусом $R=6.48$ fm і параметром дифузності поверхні $d=0.525$ fm [311]. Очевидно, що отримані результати (Таблиця 3.5) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Av18 слабо відрізняються між собою, але відмінні від даних для ХФД роботи [311].

Таблиця 3.5

Характеристики процесів дейтрон-ядерної взаємодії [48]

	[311]	Nijm 1	Nijm 2	Nijm93	Reid93	Av18
R_d , fm	2.16	3.2537	3.2567	3.2504	3.2585	3.2320
σ_{tot} , b	3.51	5.1315	5.1322	5.1307	5.1326	5.1262
σ_{el} , b	1.44	2.1159	2.1161	2.1158	2.1162	2.1148
σ_{inel} , b	2.07	3.0155	3.0161	3.0149	3.0165	3.0113
σ_{sc} , b	1.57	2.3514	2.3517	2.3510	2.3520	2.3487
σ_{r_2} , b	1.94	2.7801	2.7804	2.7797	2.7807	2.7774
σ_{diss} , b	0.13	0.2355	0.2357	0.2352	0.2358	0.2339
σ_{str} , b	0.40	0.6128	0.6132	0.6125	0.6134	0.6102
σ_{abs} , b	1.14	1.5544	1.5540	1.5548	1.5538	1.5570

3.8. Розподіл густини речовини в дейтроні

У короткому діапазоні структура дейтрона наочно описується величиною розподілу густини [312] (або ж нуклонним розподілом густини речовини в дейтроні [282]) $\rho_d^{M_d}(r',\theta)$, який залежить від проекції M_d для повного кутового моменту, відстані r' від центра мас і полярного кута θ до r' . Стандартне нормування ХФД і розподілу густини залежить від міжчастинкової відстані $r = 2r'$

$$\int_0^{\infty} r^2 [R_0^2(r) + R_2^2(r)] dr = 1; \quad \int \rho_d^{M_d}(r') d^3 r' = 2,$$

де $R_0=u/r$; $R_2=w/r$ – радіальні функції S- та D- станів. Використовуючи ХФД у вигляді (3.1), для проекцій повного кутового моменту із значеннями $M_d=0;\pm 1$ отримують розподіл густини $\rho_d^{M_d}$ у формі [312]

$$\begin{cases} \rho_d^0 = \frac{4}{\pi} [C_0(2r') - 2C_2(2r')P_2(\cos\theta)]; \\ \rho_d^{\pm 1} = \frac{4}{\pi} [C_0(2r') + C_2(2r')P_2(\cos\theta)]; \end{cases} \quad (3.61)$$

де $C_0 = R_0^2 + R_2^2$; $C_2 = \sqrt{2}R_0R_2 - R_2^2/2$ – компоненти розподілу густини; P_2 – поліном Лежандра. При кутах $\theta_1 = 0$ і $\theta_2 = \pi/2$ очевидно, що справедлива тотожність

$\rho_d^0(r', \theta_2 = \pi/2) = \rho_d^{\pm 1}(r', \theta_1 = 0)$. Окрім розподілу густини $\rho_d^{M_d}$, внутрішня структура дейтрона характеризується також і величиною густини переходу $\rho_{tr}^{\pm 1}$ [312]:

$$\rho_{tr}^{\pm 1}(r') = \frac{2}{\pi} \left\{ R_0^2(2r') - \frac{1}{2} R_2^2(2r') - \frac{1}{2} \left[\sqrt{2} R_0(2r') R_2(2r') + R_2^2(2r') \right] P_2(\cos \theta) \right\}. \quad (3.62)$$

Результати обчислень розподілу густини і густини переходу для Reid93 (ХФД (3.50), (3.59), (3.54) і (3.49)) і Moscow потенціалів приведено в роботі [23]. У залежності від вибору апроксимації ХФД для потенціалу Reid93 розраховані величини $\rho_i - \rho_d^{M_d}$ і $\rho_{tr}^{\pm 1}$ (Рис. 3.11 і 3.12) відрізняються тільки в області 0-0.25 fm, і це свідчить про те, яка із застосованих апроксимацій є «кращою» біля початку координат, незважаючи на відсутність надлишкового вузла ХФД. Спостерігається зсув вправо вузлів та максимумів у величинах $\rho_d^{M_d}$ і $\rho_{tr}^{\pm 1}$, розрахованих по ХФД для Московського потенціалу [139] (Рис. 3.13), яка саме і містить надлишковий вузол для S- хвилі (при $r=0.65$ fm). Слід відмітити, що максимум розрахованих величин знаходиться в області 1 fm.

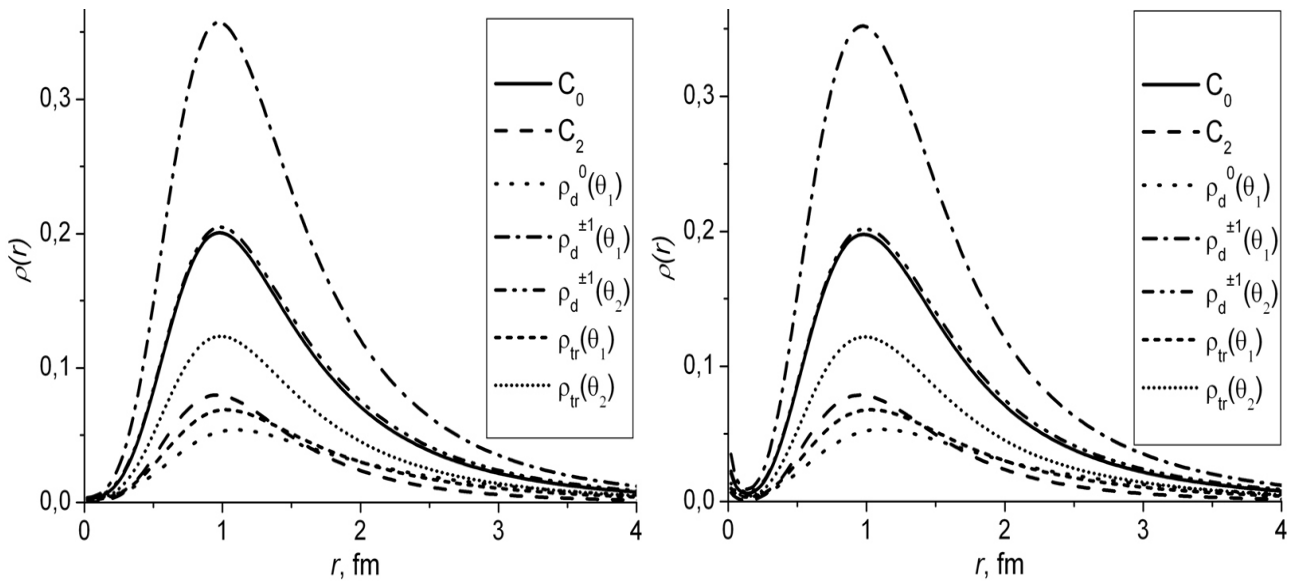


Рис. 3.11. Компоненти розподілу густини C_i , розподіли густини $\rho_d^{M_d}$ і густини переходу $\rho_{tr}^{\pm 1}$ для потенціалу Reid93. ХФД (3.50) (зліва), (3.59) (справа)

В [29] проведено аналогічні розрахунки C_i і ρ_i по ХФД (3.14), (3.51), (3.54) і (3.11) для потенціалу Argonne v18, а в [51] – ρ_i по ХФД з [9, 11] для потенціалів Nijm 1, Nijm 2, Nijm93.

Розрахунки величини розподілу густини для різних ХФД допомагають

оцінити коректність вибору аналітичної форми для апроксимації ХФД, а також одержати інформацію [312] про такі характеристики дейтрона як зарядовий формфактор, тензорна поляризація та розподіл імпульсів, а також про деякі відомості про внутрішню структуру дейтрона. Спін-фліп частина магнітного формфактору та розподіл імпульсів можуть бути одержані з густини переходу. Це також забезпечить незалежну оцінку просторових розмірів тороїдальної структури в дейтроні та перерізу $d(e, e'p)n$ - реакції в одно фотонному обмінному наближенні [312].

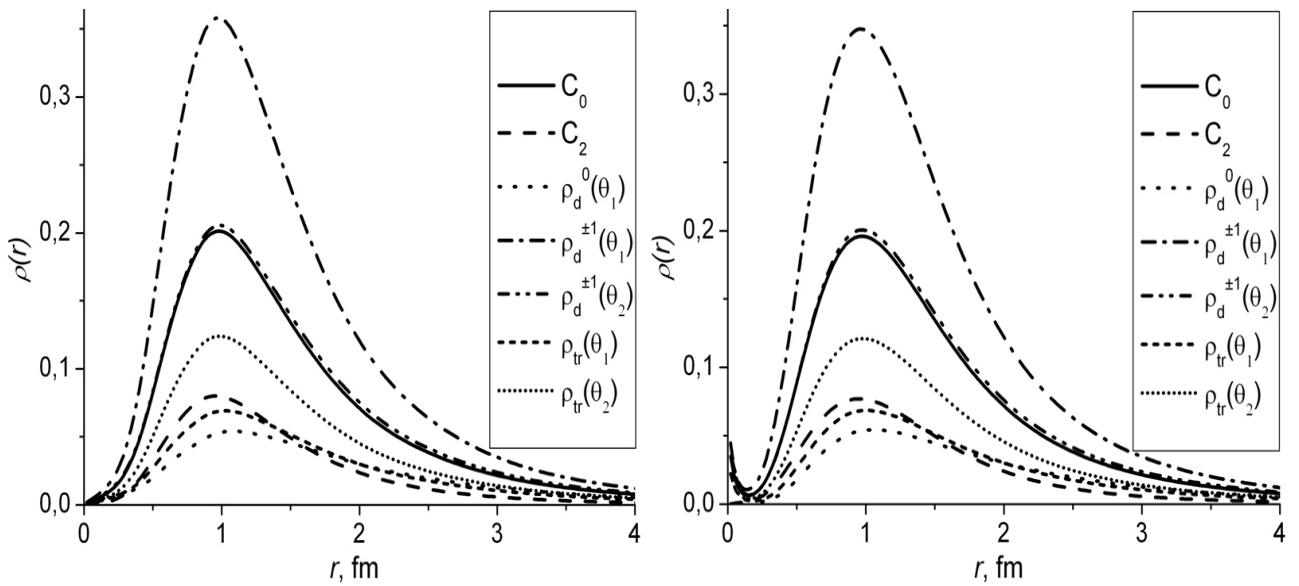


Рис. 3.12. Компоненти розподілу густини C_i , розподіли густини $\rho_d^{M_d}$ і густини переходу $\rho_{tr}^{\pm 1}$ для потенціалу Reid93. ХФД (3.54) (зліва), (3.49) (справа)

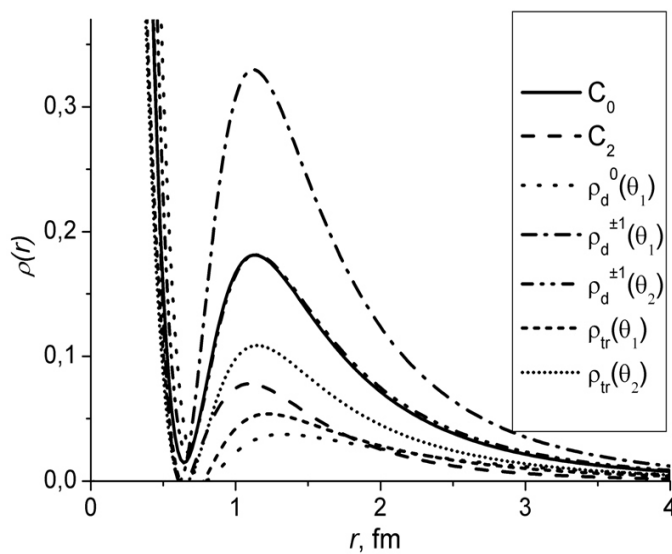


Рис. 3.13. Компоненти розподілу густини C_i , розподіли густини $\rho_d^{M_d}$ і густини переходу $\rho_{tr}^{\pm 1}$ для Московського потенціалу

Розподіл нерелятивістських нуклонів в ядрі може бути обчислений в задачі багатьох тіл за допомогою введення феноменологічного гамільтоніана. Імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні $n_d(p)$ або квадрат ХФД можна отримати шляхом розв'язування системи рівнянь Шредінгера для різних NN потенціалів [313]:

$$n_d = (\psi_d(p))^2 = (u(p))^2 + (w(p))^2. \quad (3.63)$$

Експериментально $n_d(p)$ отримують з пружного ed - розсіяння. Немає задовільного теоретичного опису цих даних при малих і помірних нуклонних імпульсах. Також дані про $n_d(p)$ можна отримати в експериментах по дейтрону: фрагментації $dp \rightarrow p^* X$ або напівінклюзивних $ed \rightarrow e^* pX$ процесах [314].

При використанні ХФД в імпульсному представленні (п. 3.6) в [17] нами була розрахована та досліджена величина імпульсного розподілу нуклонів у дейтроні $n_d(p)$ (Рис. 3.14). Її порівняно з теоретичними (Paris, Paris+6q) й експериментальними (Дубна і SLAC) даними [315]. Розбіжності між даними при імпульсах 0.3-0.45 GeV/c може бути пов'язано з вторинними взаємодіями (віртуальний обмін мезоном).

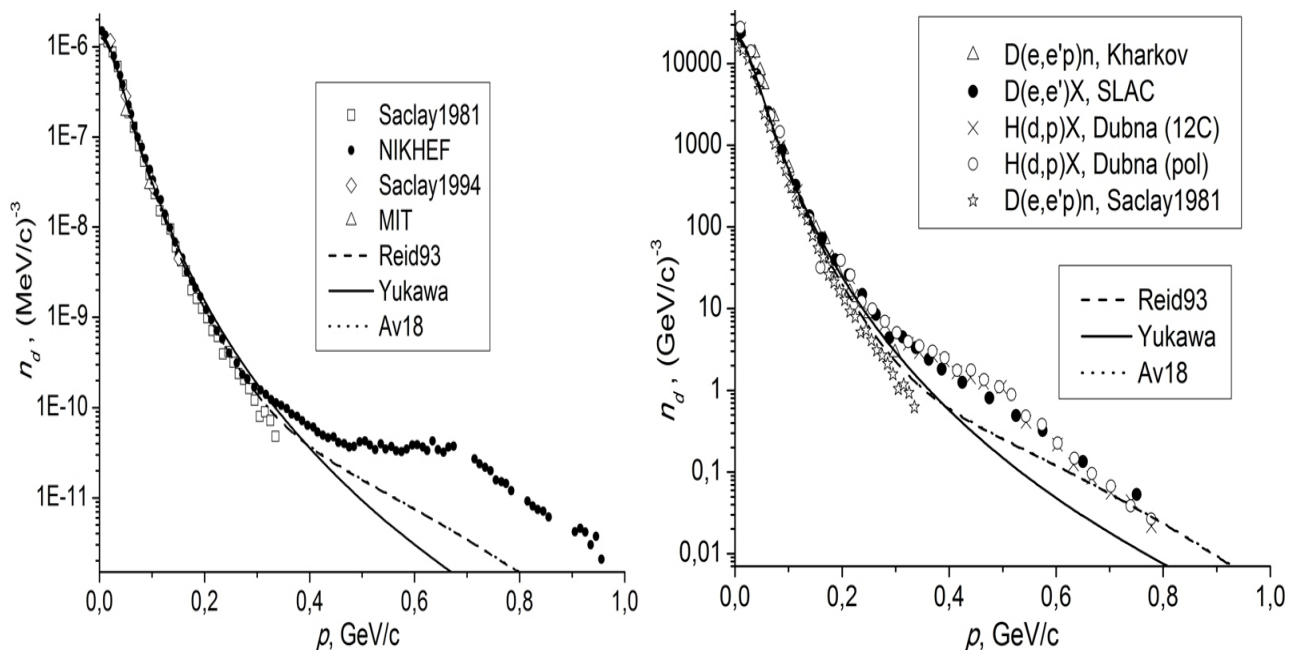


Рис. 3.14. Імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні $n_d(p)$

На Рис. 3.14 приведено експериментальні дані Saclay1981 [313], Saclay1994 [316], MIT [317], NIKHEF [318] для реакції $d(e,e')n$, а також

імпульсного розподілу протонів у дейтроні процесу $N(d,p)X$ для вуглецевої і поліетиленової мішені (позначення як Dubna (12C) [315] і Dubna (pol) [315] відповідно) та імпульсного розподілу нуклонів у дейтроні (дані SLAC [319] для $D(e,e')X$ і Kharkov [320] для $D(e,e')n$ реакцій).

3.9. Висновки до розділу 3

Розглянуто систему рівнянь Шредінгера, яка описує дейтрон. Проаналізовано основні аналітичні форми ХФД в координатному та імпульсному представленнях. Вказано на наявність та причини надлишкового вузла ХФД.

Хоча експериментально визначені значення статичних характеристик дейтрона добре узгоджуються з експериментальними даними, однак існують певні теоретичні неузгодженості. Зокрема у деяких роботах одна або обидві компоненти радіальної ХФД в координатному та імпульсному представленні мають вузли поблизу початку координат. Наявність вузлів у хвильових функціях основного і єдиного стану дейтрона свідчить про неузгодженості і неточності в реалізації чисельних алгоритмів в розв'язанні подібних задач, а також пов'язана з особливостями потенціальних моделей для опису дейтрона.

Приведено огляд основних параметрів дейтрона, які визначаються по ХФД в координатному представленні.

У рамках потенціальної моделі детально аналізується структура радіальної ХФД. Показано, що фізичний розв'язок крайової задачі можна побудувати із двох незалежних розв'язків зв'язаної системи рівнянь Шредінгера. Асимптотика цих розв'язків визначається повним моментом системи та поведінкою тензорного потенціалу біля початку координат. Наявність такої обумовленості асимптотики від форми тензорного потенціалу суттєво відрізняє задачу із зв'язаними каналами від задачі з одиночним рівнянням Шредінгера. Вибір хибної (некоректної) асимптотики радіальних каналних функцій може генерувати надлишкові вузли хвильової функції.

Для трьох потенціалів (Юкави, Reid93 і Argonne v18) чисельно розраховані ХФД в координатному та імпульсному представленнях, які не

містять надлишкових вузлів. По отриманих хвильових функціях розраховано імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні. Проведено порівняння отриманих параметрів дейтрона з раніше опублікованими.

Для апроксимації ХФД в координатному представленні запропоновано дві нові аналітичні форми. Вони представлені у вигляді добутку степеневі функції r^n на суму експоненціальних членів $A_i * \exp(-a_i * r^3)$. Чисельно розраховані коефіцієнти аналітичних форм для ХФД для потенціалів Неймегенської групи (Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93) і потенціалу Argonne v18. По цим формам побудовано ХФД в координатному представленні, які не містять надлишкових вузлів. Розраховані статичні параметри дейтрона добре узгоджуються з експериментальними і теоретичними даними. Крім цього, використано елементарні гаусові розклади і функції Лагерра для апроксимації ХФД в координатному представленні. Дані способи одержання ХФД забезпечують коректну асимптотику поблизу початку координат.

При практичному виборі аналітичних форм ХФД потрібно в першу чергу перевіряти задовільність розрахованих по цим формам статичних параметрів дейтрона. При мінімізації величин χ^2 і ϵ аналітична форма коректно описує ХФД в координатному представленні.

При використанні ХФД розраховано радіальні моменти дейтрона та інверсні моменти радіуса. Ці результати порівнюються з даними для інших потенціалів. Приведено характеристики процесів в теорії дифракції дейтрон-ядерної взаємодії.

Для отримання розподілу густини дейтрона застосовано ХФД в координатному представленні. Аналіз впливу відсутності чи наявності вузлів ХФД в координатному представленні на поведінку величин розподілу густини в дейтроні $\rho_d^{M_d}$ та густини переходу $\rho_{tr}^{\pm 1}$ показує, що форма хвильових функцій впливає на форму цих величин. Розрахунки розподілу густини і густини переходу для різних ХФД можуть допомогти оцінити коректність вибору конкретної аналітичної форми для апроксимації ХФД.

Результати досліджень розділу 3 опубліковані в роботах [3, 9-14, 16-19, 23, 29, 37-45, 47-52].

РОЗДІЛ 4

ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕСІВ
ЗА УЧАСТЮ ДЕЙТРОНА

В розділі описано експериментальні дані та теоретичні особливості розрахунку формфакторів, структурних функцій, тензорної і векторної поляризацій дейтрона. Приведено результати розрахунків поляризаційних спостережуваних в процесах за участю дейтрона (в електрон-дейтронному розсіянні, дейтрон-протонному розсіянні, $A(d,d')X$ - реакції).

4.1. Формфактори і структурні функції дейтрона

Для кількісного розуміння структури дейтрона, S- і D- станів та поляризаційних характеристик розглядаються різні моделі NN потенціалу. Розподіл заряду дейтрона добре не відомий з експерименту, оскільки він визначається з даних поляризаційних експериментів [321]. Диференціальний переріз пружного розсіяння неполяризованих електронів неполяризованими дейтронами без вимірювання поляризації відбитих електронів і дейтронів задається формулою в рамках припущень 1-го Борівського наближення і умов релятивістської інваріантності [293, 322-325]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e} \right)_{Mott} \left[A(p^2) + B(p^2) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right) \right]. \quad (4.1)$$

Формула (4.1) одержана Розенблютом [326]. Тут $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e} \right)_{Mott} = \frac{1}{f} \left[\frac{\alpha \cos(\theta_e/2)}{2E \sin^2(\theta_e/2)} \right]^2$ – переріз розсіяння на безспіновій безструктурній частинці, отриманий Моттом; $\alpha=1/137$ – стала тонкої структури; $f = 1 + \frac{2E}{m_d} \sin^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right)$ – фактор віддачі; θ_e – кут розсіяння електронів у лабораторній системі; p – переданий імпульс дейтрона в одиницях fm^{-1} ; E – енергія початкового електрона; $A(p)$ і $B(p)$ – функції електричної та магнітної структури (або структурні функції, які визначаються електромагнітною структурою дейтрона)

$$A = G_C^2 + \frac{8}{9} \eta^2 G_Q^2 + \frac{2}{3} \eta G_M^2; \quad (4.2)$$

$$B = \frac{4}{3}\eta(1+\eta)G_M^2, \quad (4.3)$$

де $\eta = \frac{p^2}{4m_d^2}$; m_d – маса дейтрона. Зарядовий $G_C(p)$, квадрупольний $G_Q(p)$ і магнітний $G_M(p)$ формфактори містять інформацію про електромагнітні властивості дейтрона [325, 327-332]:

$$G_C = G_{EN} D_C; \quad G_Q = G_{EN} D_Q; \quad G_M = \frac{m_d}{2m_p}(G_{MN} D_M + G_{EN} D_E). \quad (4.4)$$

Формфактори D_i («body form factors») визначаються через ХФД в координатному представленні:

$$\text{монопольний електричний } D_C = \int_0^\infty [u^2 + w^2] j_0 dr;$$

$$\text{квадрупольний електричний } D_Q = \frac{3}{\sqrt{2}\eta} \int_0^\infty \left[uw - \frac{w^2}{\sqrt{8}} \right] j_2 dr;$$

$$\text{поперечний магнітний } D_M = 2 \int_0^\infty \left[\left(u^2 - \frac{w^2}{2} \right) j_0 + \left(\frac{uw}{\sqrt{2}} + \frac{w^2}{2} \right) j_2 \right] dr;$$

$$\text{повздовжній магнітний } D_E = \frac{3}{2} \int_0^\infty w^2 [j_0 + j_2] dr;$$

де $G_{EN} = G_{Ep} + G_{En}$; $G_{MN} = G_{Mp} + G_{Mn}$ – ізоскалярні електричний і магнітний формфактори; j_0, j_2 – сферичні функції Бесселя нульового і другого порядку від аргументу $pr/2$; p – імпульс; G_{Ep} і G_{En} – протонний і нейтронний ізоскалярний електричний формфактори; G_{Mp} і G_{Mn} – протонний і нейтронний ізоскалярний магнітний формфактори. Компоненти формфакторів D_i виражаються через елементарні сферичні $S_0^{(i)}$ та квадрупольні $S_2^{(i)}$ формфактори [333, 334]

$$S_0^{(1)} = \int_0^\infty u^2 j_0 dr; \quad S_0^{(2)} = \int_0^\infty w^2 j_0 dr; \quad S_2^{(1)} = \int_0^\infty uw j_2 dr; \quad S_2^{(2)} = \int_0^\infty w^2 j_2 dr. \quad (4.5)$$

Експериментальні дані про структурні функції приведені:

для функції електричної структури $A(p)$ – в роботах колаборацій Stanford [335], Orsay [336, 337], CEA [322], DESY [323], SLAC [338, 339], Mainz [340], Bonn [341], Saclay [342], Bates [343], JLab [344, 345], JLab2007 [346] та огляду Garcon [343];

для функції магнітної структури $B(p)$ – в роботах колаборацій Stanford

[335], Orsay [347], Mainz [340], Bonn [341], Saclay [348, 342], SLAC [339, 349, 350], Bates [343], JLab [344, 351], JLab2007 [346] та огляду Garcon [343].

Експериментальні дані про формфактори дейтрона приведені:

для зарядового формфактору $G_C(p)$ – в роботах колаборацій Orsay [336], Bates [352, 343], JLab [321], NIKHEF [353], VEPP3 [354, 355, 356], VEPP4 [357], BLAST [358, 359] та оглядів Boden [360], Garcon [343] і Abbott [361];

для квадрупольного формфактору $G_Q(p)$ – в роботах колаборацій Orsay [336], Bates [352, 343], JLab [321], VEPP3 [354, 355, 356], VEPP4 [357], BLAST [358, 359] та оглядів Garcon [343] і Abbott [361];

для магнітного формфактору $G_M(p)$ – в роботах колаборацій Stanford [362-364], Orsay [336, 337], Naval Research Lab [365] та огляду Karpius [366]. Експериментальні значення магнітного формфактору можна відтворити із даних структурної функції B , що наводиться в результатах груп Mainz [340], Bonn [341], Saclay [348], SLAC [349, 350].

З аналізу формул (4.1)-(4.3) буде очевидним [367], що кутова залежність диференціального перерізу дозволяє незалежно експериментально виміряти структурні функції A і B . Однак експерименти для неполяризованих частинок не дають повну інформацію про всі величини, що описують ed - розсіяння і не дозволяють розділити вклади зарядового і квадрупольного формфакторів в структурній функції A (4.2). Тому для повного опису необхідні додаткові експерименти з поляризованими частинками: 1) розсіяння на поляризованій дейтронній мішені; 2) вимірювання тензорної поляризації дейтронів віддачі.

В оглядах [368, 369] приведено п'ять моделей електромагнітних нуклонних формфакторів: 1) оригінальне дипольне наближення (DFF) [370]:

$$G_{Ep} = F_N; \quad G_{En} = 0; \quad G_{Mp} = \mu_p G_{Ep}; \quad G_{Mn} = \mu_n G_{En}; \quad (4.6)$$

2) модифіковане дипольне наближення (MDFF1); 3) модифіковане дипольне наближення (MDFF2); 4) модель релятивістського гармонічного осцилятора (RHOM) на основі кваркової моделі з релятивістським осциляторним потенціалом [369, 371]; 5) 9-ти резонансна U&A нуклонна модель з 12 вільними параметрами [372]. Нуклонний формфактор представляють у формі диполя [370]

$F_N(p^2) = \left(1 + \frac{p^2}{18.235 fm^{-2}}\right)^{-2} = \left(1 + \frac{p^2}{0.71(GeV/c)^2}\right)^{-2}$, а $\mu_p=2.7928$ і $\mu_n=-1.9130$ – магнітний протонний і нейтронний моменти в ядерних магнетонах. Для більшості подальших теоретичних розрахунків використовувалося перше наближення – DFF (4.6).

Окрім представлення структурних функцій A і B , в [373] наявна форма представлення результатів у виді $A(p^2)/(F_N^2 F)$ і $B(p^2)/(F_N^2 F_1)$ або у формі [374] $\Gamma_M(p^2)/(F_N^2 F_1)$, де $\Gamma_M(p^2) = [G_M(p^2) m_p / (\mu_d m_d)]^2$; $F = (1 + p^2 / 0.1)^{-2.5}$; $F_1 = (1 + p^2 / 0.1)^{-3}$. Визначення структурної функції A важливе для дослідження формфактору дейтрона $F_d(p^2) = \sqrt{A(p^2)}$ і приведеного формфактору дейтрона [375,376] $f_d(p^2) = F_d(p^2) / F_N^2 \left(\frac{p^2}{4}\right)$.

В передбаченнях КХД [376] приведений формфактор при $p^2 > 2$ (ГеВ/с)² має асимптотику $f_d(p^2) \approx \frac{\alpha_s(p^2)}{p^2} \left[\ln\left(\frac{p^2}{\Lambda^2}\right) \right]^{-\lambda}$, де $\lambda = \frac{2 C_F}{5 \beta} = -\frac{8}{145}$; $C_F = \frac{n_c^2 - 1}{2n_c}$; $\beta = 11 - \frac{2}{3} n_f$. Тут $n_c=3$ і $n_f=2$ – число кольорів і ароматів кварків. Формфактор дейтрона в КХД

визначається як [376] $F_d(p^2) \approx \left[\frac{\alpha_s(p^2)}{p^2} \right]^5 \sum_{m,n} d_{mn} \left[\ln\left(\frac{p^2}{\Lambda^2}\right) \right]^{-\gamma_n^d - \gamma_m^d} \left[1 + O\left(\alpha_s(p^2); \frac{m}{p}\right) \right]$.

Асимптотика формфактору дейтрона при великих імпульсах визначаються виразом [377]:

$$F_d(p^2) \sim \frac{1}{(p^2)^m}, \quad (4.7)$$

де $m=7/2$ і $13/4$ – для нерелятивістського (NRIA) та релятивістського (RIA) імпульсного наближення відповідно. Крім цього, в роботі [378] відмічено, що магнітний формфактор дає основний вклад в структурну функцію A і відповідно в формфактор дейтрона F_d (в NRIA):

$$A^{(NR)}(p^2) \sim \frac{1}{(p^2)^6} \frac{(\mu_p + \mu_n)^2 (m_0^2)^4}{3\pi^2 m_d^2} \frac{\left[\sum_j C_j m_j^2 \right]^2 \left[\sum_j C_j / m_j^2 \right]^4}{\left[\sum_j C_j / m_j^4 \right]^2}; \quad F_d^{(NR)}(p^2) \sim \frac{1}{(p^2)^3}; \quad (4.8)$$

де $m_0^2 = 0.71(\text{GeV}/c)^2$; C_j , m_j – коефіцієнти розкладу S- компоненти ХФД в імпульсному представленні. В наближенні RIA асимптотики A і F_d при великих імпульсах визначаються наступним чином [378]:

$$A^{(R)} \sim \frac{m_d}{p} A^{(NR)}; \quad F_d^{(R)} \sim \frac{F_d^{(NR)}}{\sqrt{p}}. \quad (4.9)$$

Крім цього, в [379] враховано вплив “нерозенблютевської” поведінки протонних формфакторів на дейтронні формфактори. Основний вклад в асимптотику структурної функції $A(p^2)$ дає магнітний формфактор дейтрона і “нерозенблютевська” поведінка протонних формфакторів підсилює цей ефект. Отримані асимптотики [379] для A і F_d в NRIA та RIA при великих імпульсах записуються відповідно

$$A^{(NR)}(p^2) \sim \frac{1}{(p^2)^8} \frac{2048(\mu_p + \mu_n)^2 (m_0^2)^4}{3\pi m_d^2} \left[\sum_j C_j m_j^2 \right]^4; \quad F_d^{(NR)}(p^2) \sim \frac{1}{(p^2)^4}; \quad (4.10.1)$$

$$A^{(R)} \sim \frac{p^3}{32m_d^3} A^{(NR)}; \quad F_d^{(R)} \sim p^{3/2} F_d^{(NR)}. \quad (4.10.2)$$

Як зазначено в [379], враховуючи експериментальні дані JLab [344, 345] для структурної функції A при значеннях імпульсів $p^2 \sim 6$ (Гев/с)², формфактор дейтрону можна інтерполювати функцією

$$F_d^{(\text{exp})} \sim \frac{1}{(p^2)^{3.76 \pm 0.41}}. \quad (4.11)$$

Пертурбативна КХД може бути використана для обчислення швидкості спадання формфакторів дейтрона для великих значень p^2 [380]. Так для структурної функції справедливе наближення $A(p^2) \sim c_0 / p^{2n}$ при $n=9; 10$.

Знаючи значення перших похідних зарядового і магнітного формфакторів дейтрона, можна визначити «зарядовий» і «магнітний» радіуси дейтрона [381, 382]

$$r_c = \sqrt{-6 \frac{dG_C(p^2)}{dp^2} \Big|_{p^2=0}}; \quad r_M = \sqrt{-\frac{6}{G_M(0)} \frac{dG_M(p^2)}{dp^2} \Big|_{p^2=0}},$$

а також середньо квадратний поперечний та ефективний середньо квадратний зарядові радіуси дейтрона [383] (співвідношення між якими $\langle b_C^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle R_C^2 \rangle$)

$$\lim_{p^2 \rightarrow 0} G_C(p^2) = 1 - \frac{p^2}{4} \langle b_C^2 \rangle; \quad \lim_{p^2 \rightarrow 0} G_C(p^2) = 1 - \frac{p^2}{6} \langle R_C^2 \rangle.$$

4.2. Розрахунок формфакторів і структурних функцій дейтрона

Використовуючи ХФД (3.14) для DDM моделі, в роботі М.Н. Платонової і В.І. Кукуліна [334] були знайдені формфактори (4.5) для аргументу pr

$$S_0^{(1)} = \sum_{i,j=1}^m C0_i C0_j \frac{\sqrt{\pi}}{4\lambda_{00,ij}^{3/2}} \exp(-x_{00,ij}); \quad S_0^{(2)} = \sum_{i,j=1}^m C2_i C2_j \frac{\sqrt{\pi}}{16\lambda_{22,ij}^{7/2}} (4x_{22,ij}^2 - 20x_{22,ij} + 15) \exp(-x_{22,ij});$$

$$S_2^{(1)} = \sum_{i,j=1}^m C0_i C2_j \frac{\sqrt{\pi}}{2\lambda_{02,ij}^{5/2}} x_{02,ij} \exp(-x_{02,ij}); \quad S_2^{(2)} = \sum_{i,j=1}^m C2_i C2_j \frac{\sqrt{\pi}}{16\lambda_{22,ij}^{7/2}} (2x_{22,ij}^2 - 7x_{22,ij}) \exp(-x_{22,ij}),$$

де $\lambda_{kl,ij} = Ak_i + Al_j$; $x_{kl,ij} = p^2 / (4\lambda_{kl,ij})$; $k, l=0, 2$.

Аналогічно до попереднього випадку нами отримано сферичні $S_0^{(i)}$ та квадрупольні $S_2^{(i)}$ формфактори (4.5) для аргументу $pr/2$ для ХФД (3.16) у виді [28]

$$S_0^{(1)} = \pi \sum_{i,j=1}^N \frac{A_i A_j}{p} \operatorname{erf} \left(\frac{p}{4\sqrt{a_i + a_j}} \right); \quad S_0^{(2)} = -\frac{\sqrt{\pi}}{64} \sum_{i,j=1}^N \frac{B_i B_j (p^2 - 24(b_i + b_j)) e^{-\frac{p^2}{16(b_i + b_j)}}}{(b_i + b_j)^{7/2}}; \quad (4.12)$$

$$S_2^{(1)} = \sum_{i=1}^N A_i B_i \left\{ \frac{12\pi}{p^3} \operatorname{erf} \left(\frac{p}{4\sqrt{a_i + b_i}} \right) - \frac{\sqrt{\pi} (p^2 + 24(a_i + b_i)) e^{-\frac{p^2}{16(a_i + b_i)}}}{4p^2 (a_i + b_i)^{3/2}} \right\}; \quad S_2^{(2)} = \frac{\sqrt{\pi}}{64} \sum_{i,j=1}^N \frac{B_i B_j p^2 e^{-\frac{p^2}{16(b_i + b_j)}}}{(b_i + b_j)^{7/2}}; \quad (4.13)$$

для ХФД (3.50) у вигляді [27]

$$S_0^{(1)} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sum_{i,j=1}^N \frac{A_i A_j e^{-\frac{p^2}{16(a_i + a_j)}}}{(a_i + a_j)^{3/2}}; \quad S_0^{(2)} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sum_{i,j=1}^N \frac{B_i B_j e^{-\frac{p^2}{16(b_i + b_j)}}}{(b_i + b_j)^{3/2}}; \quad (4.14)$$

$$S_2^{(1)} = -2\sqrt{\pi} \sum_{i=1}^N A_i B_i \left(\frac{(p^2 + 24(a_i + b_i)) e^{-\frac{p^2}{16(a_i + b_i)}}}{8p^2 (a_i + b_i)^{3/2}} + \frac{6\sqrt{\pi}}{p^3} \operatorname{erf} \left(\frac{p}{4\sqrt{a_i + b_i}} \right) \right); \quad (4.15)$$

$$S_2^{(2)} = -2\sqrt{\pi} \sum_{i,j=1}^N B_i B_j \left(\frac{(p^2 + 24(b_i + b_j)) e^{-\frac{p^2}{16(b_i + b_j)}}}{8p^2 (b_i + b_j)^{3/2}} + \frac{6\sqrt{\pi}}{p^3} \operatorname{erf} \left(\frac{p}{4\sqrt{b_i + b_j}} \right) \right); \quad (4.16)$$

а також для ХФД (3.49) у наступній формі [26]

$$S_0^{(1)} = 32 \sum_{i,j=1}^N \frac{A_i A_j a_{ij}}{(p^2 + 4a_{ij}^2)^2}; \quad S_0^{(2)} = 61440 \sum_{i,j=1}^N \frac{B_i B_j b_{ij} (3p^4 - 40b_{ij}^2 p^2 + 48b_{ij}^4)}{(p^2 + 4b_{ij}^2)^6}; \quad (4.17)$$

$$S_2^{(1)} = -3072 \sum_{i=1}^N \frac{A_i B_i (a_i + b_i) p^2}{(p^2 + 4(a_i + b_i)^2)^4}; \quad S_2^{(2)} = -98304 \sum_{i,j=1}^N \frac{B_i B_j b_{ij} p^2 (3p^2 - 28b_{ij}^2)}{(p^2 + 4b_{ij}^2)^6}; \quad (4.18)$$

де $erf(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$ – функція похибок; $a_{ij} = a_i + a_j$; $b_{ij} = b_i + b_j$.

Розраховані сферичні $S_0^{(i)}$ (4.12) та квадрупольні $S_2^{(i)}$ (4.13) формфактори по ХФД для потенціалів Reid93 і Argonne v18 приведено в [28]. На Рис. 4.1 зображено формфактори в логарифмічному та звичайному масштабі біля початку координат. Нулі формфакторів виразно видимі. Візуальна відмінність формфакторів для цих потенціалів у звичайному масштабі відсутня. Але в логарифмічному масштабі добре видно істотну різницю між цими формфакторами. Істотна відмінність формфакторів характерна у області імпульсів більше 10 fm^{-1} .

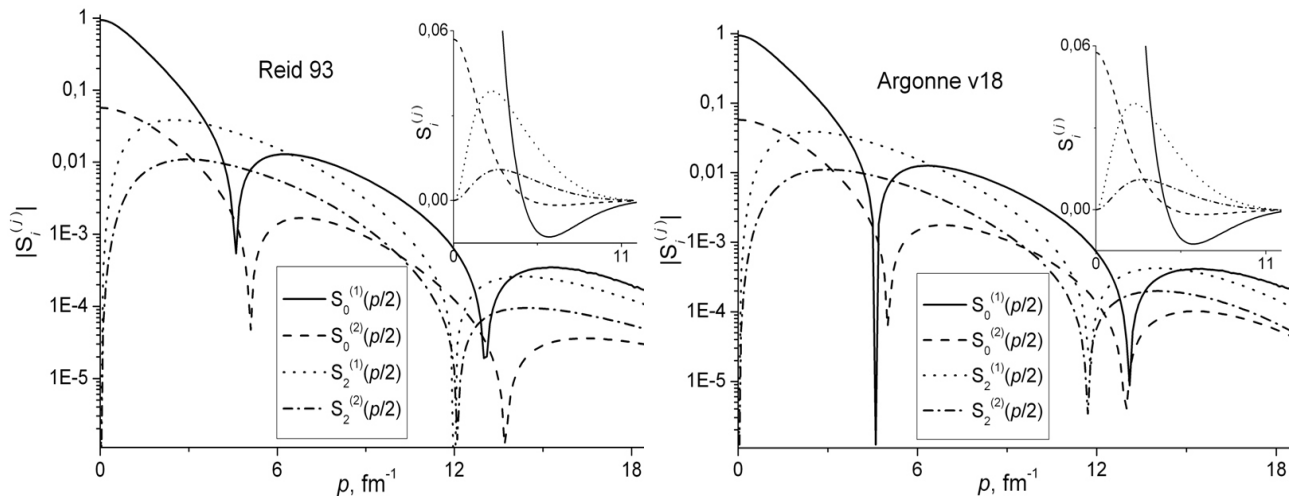


Рис. 4.1. Сферичні та квадрупольні формфактори $S_i^{(j)}$ [28]

При $p^2=0$ для формфакторів D_i виконуються умови

$$D_C(0) = 1; \quad D_Q(0) = \frac{m_d^2}{\sqrt{50}} \int_0^\infty \left[uw - \frac{w^2}{\sqrt{8}} \right] r^2 dr = m_d^2 Q_d; \quad D_M(0) = 2 - 3P_D; \quad D_E(0) = \frac{3}{2} P_D$$

Тут ізоскалярні електричний і магнітний формфактори нормуються як $G_{EN}(0) = 1$; $G_{MN}(0) = \mu_p + \mu_n$. При цьому самі формфактори дейтрона рівні

$$G_C(0) = 1; \quad G_Q(0) = m_d^2 Q_d; \quad G_M(0) = \frac{m_d}{2m_p} \left((\mu_p + \mu_n)(2 - 3P_D) + \frac{3}{2} P_D \right).$$

Розраховані нами теоретичні значення $G_Q(0)$ і $G_M(0)$ по ХФД (3.54) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 [3, 9] і Argonne v18 [3] приведено в

Таблиці 4.1, де проведено порівняння з іншими теоретичними розрахунками: TCM [384] – двокомпонентна модель для електромагнітної структури дейтрона; PLA [385] – феноменологічний Лагранжевий підхід; дані з [283] вказані для релятивістських/нерелятивістських результатів обчислень. Експериментальні значення $G_Q(0)$ і $G_M(0)$ розраховані по формулам $G_Q(0) = m_d^2 Q_d$; $G_M(0) = \frac{m_d}{m_p} \mu_d$.

Таблиця 4.1

Значення магнітного $G_M(0)$ і квадрупольного $G_Q(0)$ формфакторів дейтрона для різних потенціалів

Потенціал	$G_M(0)$	$G_Q(0)$
Розрахунки		
Nijm I, Nijm II (3.54)	1.6939; 1.6943	24.473; 24.375
Nijm93, Reid93 (3.54)	1.6929; 1.6936	24.445; 24.416
Av18 (3.54)	1.6928	24.223
Інші дані		
Bonn A, B, C, Q [293]	-	24.8; 25.1; 25.4; 24.7
Reid SC, Paris, Av18 [293]	-	25.2; 25.2; 24.1
Nijm I, Nijm II [283]	1.697/1.695; 1.700/1.695	24.8/24.6; 24.7/24.5
Paris, CD-Bonn [283]	1.696/1.694; 1.708/1.704	25.6/25.2; 24.8/24.4
Argonne18, JISP16 [283]	1.696/1.694; 1.720/1.714	24.7/24.4; 26.3/26.1
Moscow06, Moscow14 [283]	1.711/1.699; 1.716/1.700	24.5/24.2; 26.0/25.8
Idaho, eD [283]	1.714/1.700; 1.715/1.700	26.22/25.98; 25.83/25.54
LO N ³ LO ($\Lambda=500$) [386]	1.71	24.8
AdS/QCD approach [382]	1.714	25.83
TCM [384]	1.714	25.83
PLA [385]	1.714	25.83
Експеримент [293]		
	1.7135	25.833

В незбуреному м'яко-стінному AdS/QCD підході [382] формфактори

$$G_C = G_1 + \frac{2}{3} \eta G_Q; \quad G_Q = G_1 - G_2 + (1 + \eta) G_3; \quad G_M = G_2;$$

записуються через свою характерну групу електромагнітних формфакторів

$$G_1(p^2) = \frac{\Gamma(a+1)\Gamma(7)}{\Gamma(a+7)}; \quad G_2(p^2) = c_2^{(1)} \frac{I_1(p^2)}{I_1(0)} + c_2^{(2)} \frac{I_2(p^2)}{I_2(0)}; \quad G_3(p^2) = c_3 \frac{I_3(p^2)}{I_3(0)}.$$

Тут параметрична функція $I_i(p^2) = \frac{\Gamma(7 + \Delta_i)}{\Gamma(6)} \int_0^1 \frac{x^\alpha (1-x)^{5+\Delta_i}}{(1+\beta(1-x))^{7+\Delta_i}} dx$; $\Delta_1 = 0$; $\Delta_2 = \alpha_2$;
 $\Delta_3 = \alpha_3$.

В КХД [387, 382] при великих імпульсах асимптотичні значення та їх відношення для структурних функцій і формфакторів дейтрона записуються у вигляді:

$$\sqrt{A} \sim \sqrt{B} \sim G_C \sim \frac{1}{p^{10}}; G_Q \sim G_M \sim \frac{1}{p^{12}}; B : A : G_C^2 = 4 : 1 : \frac{1}{3}; G_C : G_M : G_Q = \left(1 - \frac{2}{3}\eta\right) : 2 : -1. \quad (4.19)$$

Для високоімпульсного *ed*- розсіяння КХД дає прогноз [388]

$$G_C(p^2) : G_M(p^2) : G_Q(p^2) = \left(\frac{6M^2 + 5p_0^2}{6M^2 - 3p_0^2} - \frac{2}{3}\eta\right) : 2 \left(\frac{2\eta - 1}{2\eta} \frac{p_0^2}{2M^2 - p_0^2} + 1\right) : \left(\frac{1}{\eta} \frac{p_0^2}{2M^2 - p_0^2} - 1\right).$$

Тут p_0^2 рівне 2 або 1.93 (Гев/с)². В [325] використовуються функції підгонки теоретичних розрахунків до експериментальних значень формфакторів дейтрона

$$G_C^{(fit)} = e^{-Q^2/3.5} F; \quad G_Q^{(fit)} = \frac{25.8298}{1.01} \left(e^{-Q^2} + 0.01e^{-Q^2/100}\right) F; \quad G_M^{(fit)} = 1.7487e^{-Q^2/2.5} F;$$

де $F = \left(1 + \frac{Q^2}{m\epsilon}\right)^{-1} \left(1 + \frac{Q^2}{0.71}\right)^{-2}$; Q^2 – квадрат імпульсу в GeV²; $m\epsilon = 0.05365$ GeV². В

[325] розрахунки формфакторів дейтрона по цим формулам дають задовільні значення відносно експериментальних даних тільки в області 0-0.5 GeV.

В огляді [361] наявні ще дві форми параметризації

$$G_i(p^2) = G_i(0) \left[1 - \left(\frac{p}{p_i^0}\right)^2\right] \left[1 + \sum_{k=1}^5 a_{ik} p^{2k}\right]^{-1}; \quad \begin{pmatrix} G_C \\ G_Q \\ G_M \end{pmatrix} = G_D^2 \left(\frac{p^2}{4}\right) \cdot M(\eta) \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \end{pmatrix};$$

де амплітуди параметризовані у формі лоренціану $g_k = p^k \sum_{i=1}^4 \frac{a_{ki}}{\alpha_{ki} + p^2}$. Для 18 і 12

параметрів для кожного формфактора ці параметризації дали $\chi^2/N = 1.5$ і 1.8 відповідно, де N – кількість експериментальних даних. Крім цього, параметризація формфакторів дейтрона у вигляді суми гаусіанів (SOG) [389]

$$G_i(p) = G_i(0) e^{-\frac{1}{4}p^2\gamma^2} \sum_{i=1}^{25} \frac{A_i}{1 + 2R_i^2/\gamma^2} \left(\cos(pR_i) + \frac{2R_i^2}{\gamma^2} \frac{\sin(pR_i)}{pR_i} \right)$$

була застосована для експериментальних даних огляду [361]. Для 33 параметрів

цієї параметризації $\chi^2/N=1.5$.

В NR1A ведучі доданки формфакторів дейтрона визначаються імпульсом та коефіцієнтами розкладу (C_j, m_j) ХФД в координатному представленні [378]

$$G_C^{NR} \sim -\frac{1}{p^3}(G_{Ep} + G_{En})f(C_j, m_j); \quad G_Q^{NR} \sim -\frac{m_d^2}{p^7}(G_{Ep} + G_{En})f(C_j, m_j); \quad G_M^{NR} \sim -\frac{1}{p^3}(G_{Mp} + G_{Mn})f(C_j, m_j);$$

тобто головні члени розкладу зарядового і магнітного формфакторів визначаються тільки S- станом ХФД, а D- компонента дає додатковий вклад в головний доданок квадрупольного формфактору. Спадання нуклонного електричного формфактору в порівнянні із магнітним призводить до швидшого спадання дейтронних зарядового і квадрупольного формфакторів, ніж магнітного G_M . В R1A формфактори дейтрона визначаються вищевказаним нерелятивістським набором формфакторів

$$G_i^R \sim \sqrt{m_d/p} G_i^{NR}; \quad i = \{C, Q, M\}.$$

Крім цього, в [378] отримано асимптотики формфакторів дейтрона в NR1A

$$G_C^{NR} \sim \frac{1}{p^5} \frac{64}{\sqrt{\pi}} \left[\sum_j C_j m_j^2 \right]^2 (G_{Ep} + G_{En}); \quad G_Q^{NR} \sim \frac{1}{p^9} \frac{12288\sqrt{2}m_d^2}{5\sqrt{5\pi}} \left[\sum_j D_j m_j^4 \right] \left[\sum_j C_j m_j^2 \right] (G_{Ep} + G_{En});$$

$$G_M^{NR} \sim \frac{1}{p^5} \frac{64m_d}{m_N\sqrt{\pi}} \left[\sum_j C_j m_j^2 \right]^2 (G_{Mp} + G_{Mn}).$$

Оскільки дейтрон – ізоскалярна частинка, то враховуючи тільки вклади ізоскалярних векторних мезонів ω і ϕ , формфактори дейтрона можна записати [384]

$$G_i = N_i g_i F_i, \quad i = \{C, Q, M\}; \quad F_i = 1 - \alpha_i - \beta_i + \alpha_i \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 + p^2} + \beta_i \frac{m_\phi^2}{m_\phi^2 + p^2},$$

де $N_i = G_i(0)$; m_ω і m_ϕ – маси ω і ϕ мезонів; $g_i = 1/[1 + \gamma_i p^2]^{\delta_i}$.

Враховуючи сферичні (4.17) та квадрупольні (4.18) формфактори як компоненти в D_i (для ХФД (3.49)), базові дейтронні формфактори G_i (4.4) матимуть наступні асимптотики при великих значеннях імпульсу [26]

$$G_C \approx 32G_{EN} \sum_{i,j=1}^N \frac{A_i A_j a_{ij}}{(p^2 + 4a_{ij}^2)^2}; \quad G_Q \approx -\frac{9216G_{EN}}{\sqrt{2}\eta} \sum_{i=1}^N \frac{A_i B_i (a_i + b_i) p^2}{(p^2 + 4(a_i + b_i)^2)^4}; \quad (4.20)$$

$$G_M \approx \frac{m_d}{m_p} G_{MN} \left(32 \sum_{i,j=1}^N \frac{A_i A_j a_{ij}}{(p^2 + 4a_{ij}^2)^2} - \frac{3072}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^N \frac{A_i B_i (a_i + b_i) p^2}{(p^2 + 4(a_i + b_i)^2)^4} \right). \quad (4.21)$$

І, підставивши величини η та G_{EN} , G_{MN} (для оригінального дипольного наближення (4.6) для нуклонних формфакторів), можна записати асимптотики формфакторів дейтрона G_i для великих значень імпульсу у вигляді [26]:

$$G_C \sim \frac{1}{p^8}; \quad G_Q \sim \frac{1}{p^{12}}; \quad G_M \sim \frac{1}{p^8}. \quad (4.22)$$

Отже, асимптотики формфакторів дейтрона визначаються коефіцієнтами аналітичних форм ХФД, ізоскалярними нуклонними електричним та магнітним формфакторами та імпульсом. Крім цього, знаючи асимптотики формфакторів дейтрона, можна визначити їх вклад в структурні функції.

По ХФД (3.49) розраховано [26] зарядовий G_C , квадрупольний G_Q і магнітний G_M формфактори дейтрона (Рис. 4.2-4.4). Порівнюються наші теоретичні розрахунки для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 (позначення як N1, N2, N93, R93, Av18) з експериментальними даними провідних колаборацій (Bates, BLAST, Bonn, JLab, Mainz, Naval Research Lab, NIKHEF, Orsay, Saclay, SLAC, Stanford, VEPP3, VEPP4) та оглядів (Abbott, Boden, Garcon, Karpus).

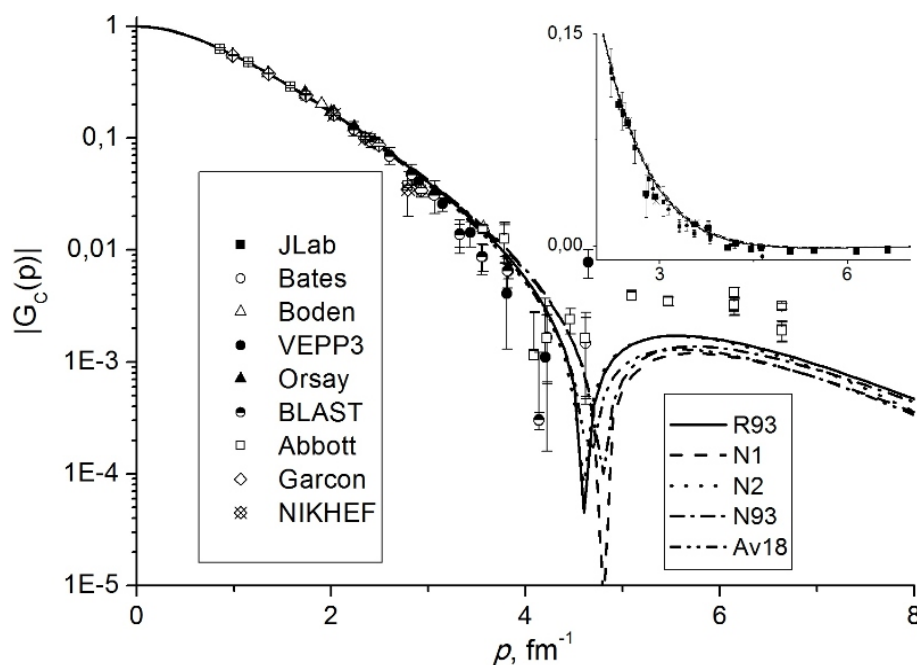
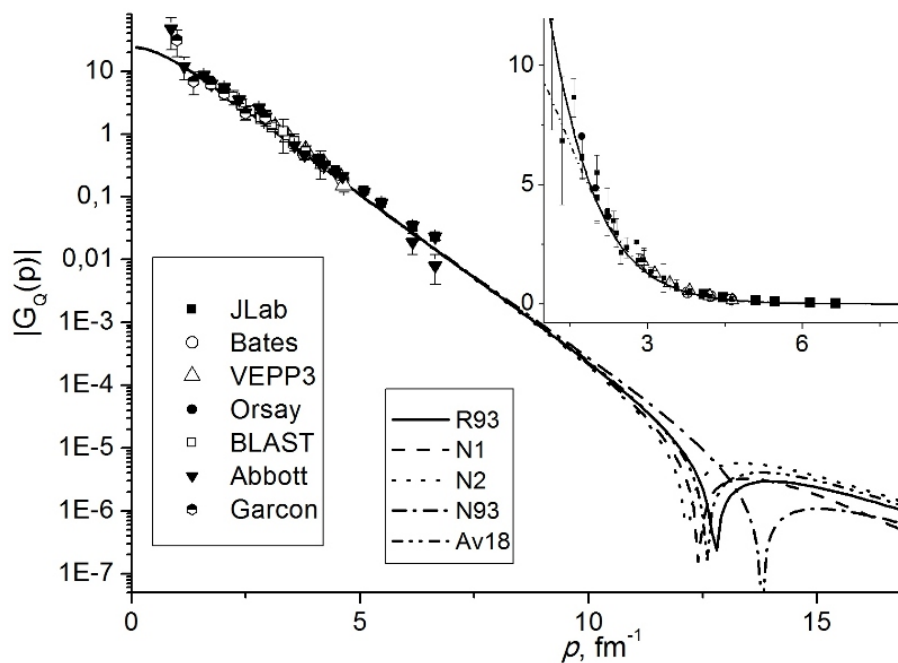
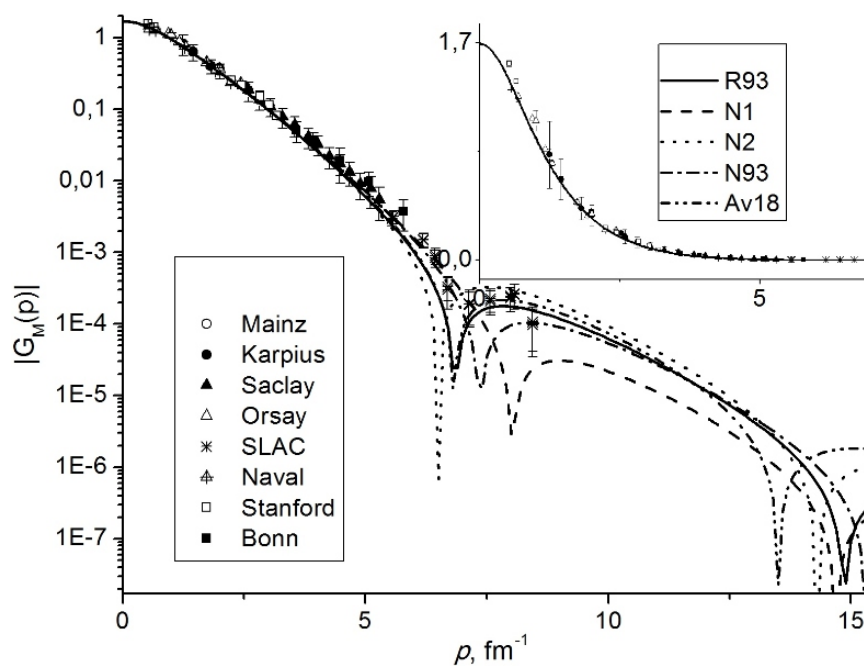


Рис. 4.2. Зарядовий формфактор дейтрона G_C

Слід звернути увагу на знакозмінність формфакторів при імпульсах 4.7-4.9 fm^{-1} для $G_C(p)$; при 12.8-14.7 fm^{-1} для $G_Q(p)$; при 6.3-8.1 та 11.4-12.2 fm^{-1} для $G_M(p)$.

Рис. 4.3. Квадрупольний формфактор дейтрона G_Q Рис. 4.4. Магнітний формфактор дейтрона G_M

Розрахована для потенціальних моделей позиція нуля p_0 зарядового формфактору приведена в Таблиці И.1 [26]. Отримані значення порівняно із даними для інших потенціальних моделей та з експериментальними. Як зазначено в [343], позиція нуля для формфактору G_C пов'язана із відштовхувальним характером NN -взаємодії на малих відстанях. Близькими до експериментального значення позиції

нуля $p_0=4.11-4.39 \text{ fm}^{-1}$ для G_C є дані, одержані для Reid93 і Nijm II потенціалів, а в цитованих джерелах – для моделей Bonn-B, OBERF, Moscow, TCM, 5NC.

Позиції нуля для квадрупольного і магнітного формфакторів (Таблиці И.2 і И.3) [26] знаходяться значно правіше, ніж для зарядового формфактору. На жаль, відсутні експериментальні значення для імпульсів більше 7 і 9 fm^{-1} для формфакторів G_Q і G_M відповідно. Наші дані для формфакторів при великих імпульсах можуть бути використані як такі, що передбачують їх поведінку.

Близькими до експериментального значення позиції нуля $p_0=7.2 \text{ fm}^{-1}$ для G_M є результати, одержані для потенціалів Nijm93, Reid93 і Argonne v18, а в цитованих джерелах – для моделей QCB82, QCB86, TCM. В інтервалі переданих імпульсів до 7 fm^{-1} експериментальне значення нуля для формфактору G_Q не виявлене.

Аналогічні розрахунки формфакторів дейтрона та їх позицій нуля по ХФД (3.54) для згаданого набору п'яти потенціалів вказано в [35]. Зміна знаку значень формфакторів наявна при $4.5-4.8 \text{ fm}^{-1}$ для $G_C(p)$; при $12.7-14.6 \text{ fm}^{-1}$ для $G_Q(p)$; при $6.2-8.3$, $7.9-8.4$ та $11.6-13.8 \text{ fm}^{-1}$ для $G_M(p)$.

В [361] вторинний максимум для G_C дуже плоский, тому його розташування ($5.3 \pm 0.5 \text{ fm}^{-1}$) визначається не дуже точно. Розраховані по ХФД (3.49) значення G_C (Рис. 4.5) в області максимуму ($5.5-5.8 \text{ fm}^{-1}$) знаходяться дещо вище у порівнянні з апроксимаціями в [361]. Подібна поведінка спостерігається і для ХФД в [367].

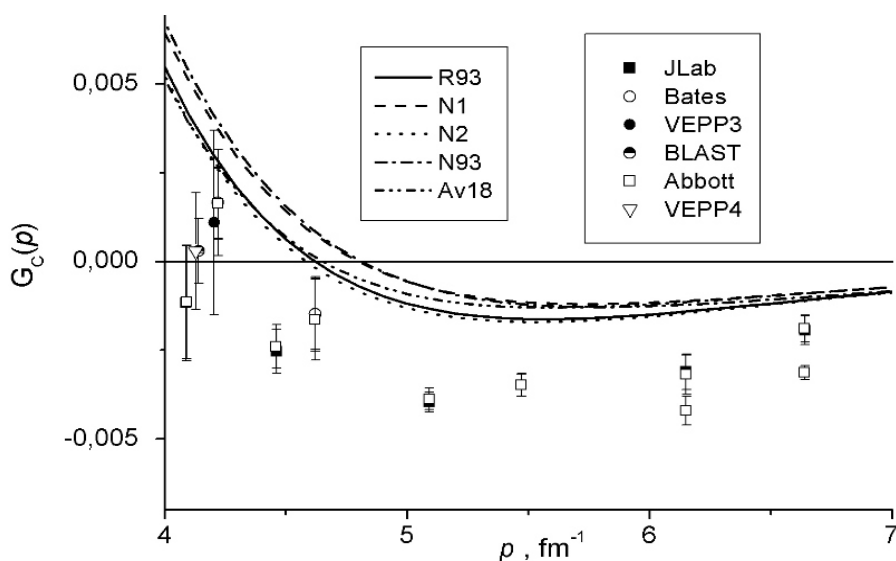


Рис. 4.5. Максимум зарядового формфактору дейтрона G_C

В [24] приведено структурні функції A і B (Рис. 4.6), розраховані по ХФД (3.54) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18. Ці теоретичні розрахунки порівнюються теоретичні розрахунки з експериментальними даними.

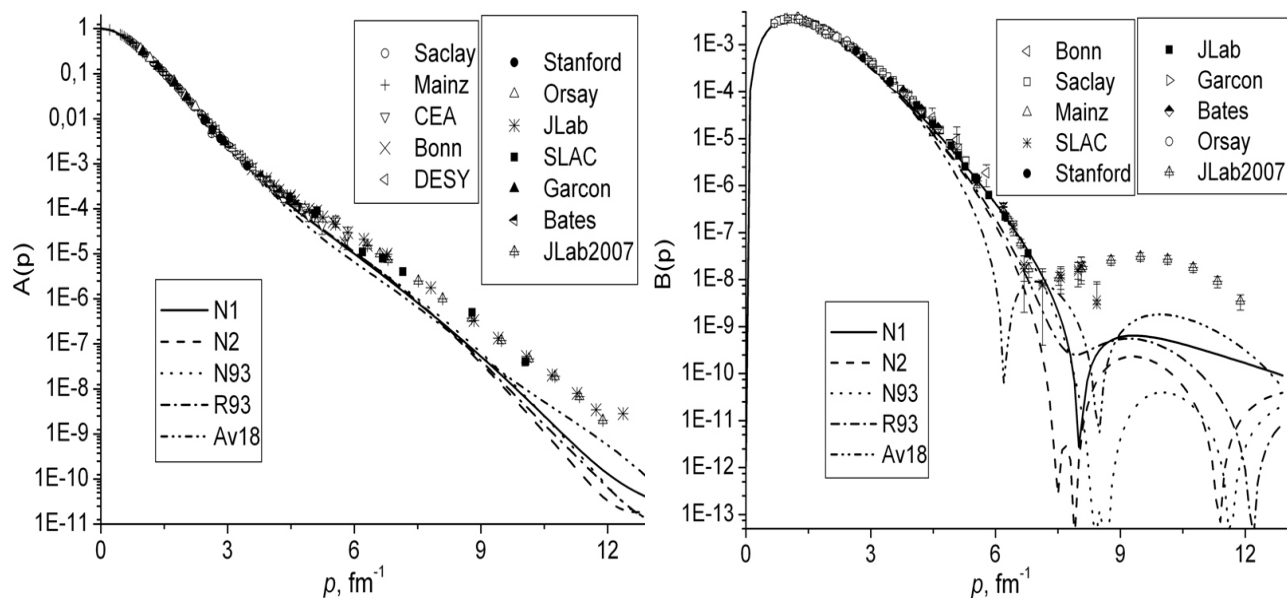


Рис. 4.6. Структурні функції A і B

Як видно із Рис. 4.6 всі отримані теоретичні значення для функції електричної структури $A(p)$ знаходяться нижче експериментальних даних, починаючи з певних значень імпульсу. Подібна поведінка $A(p)$ також була одержана у наближеннях NR1A та R1A в [378, 379], для потенціалів Moscow, Nijm I, Nijm II, CD-Bonn, Paris в [391], для обчислень в теорії ефективного кірального поля [386] в провідному порядку (LO) та з включенням операторів заряду до $N^3\text{LO}$, для прогнозів NR1A [332] з використанням недипольної та дипольної поведінки $G_{Ep}(p)$, для феноменологічних потенціалів в NR1A (Bonn-A, B, C, Q, Reid-SC, Paris і Argonne v18 при $p > 4 \text{ fm}^{-1}$ [293]), для узагальненого імпульсного наближення [402] при $p > 5 \text{ fm}^{-1}$, для рівно часового наближення та релятивістського квазі-потенціального наближення Бланкенбеклера-Сугара-Логунова-Тавхелідзе [403].

Як показує аналіз, нижче даних експериментальних виявилися розрахунки $A(p)$ [400] (при $p > 3.6 \text{ fm}^{-1}$) для потенціалу Reid93 з використанням Gari-Krumpelmann і Mergell-Meissner-Drechsel параметризацій нуклонних формфакторів. Вище експериментальних даних знаходяться значення $A(p)$, які

були розраховані для ОВЕРQ-А, В, С потенціалів [381] (для значень імпульсу $p > 3 \text{ fm}^{-1}$), для імпульсного наближення з включенням рту МЕС [404] (при $p > 9 \text{ fm}^{-1}$), для Vonn-B, FULLF, ОВЕРF, Nijm93, Nijm I, Nijm II потенціалів з Garikrumpelmann нуклонними формфакторами [390] (при $p > 4 \text{ fm}^{-1}$).

При застосуванні дейтронних формфакторів (4.20), (4.21) (для ХФД (3.49)) та їх асимптотик при великих імпульсах (4.22) матимемо відповідну асимптотику функції електричної структури (4.2) $A \sim \left(\frac{1}{p^8}\right)^2 + \eta^2 \left(\frac{1}{p^{12}}\right)^2 + \eta \left(\frac{1}{p^8}\right)^2$, яка визначатиметься третім доданком, тобто магнітним формфактором [6]:

$$A \sim \frac{1}{p^{14}}. \quad (4.23)$$

Порівняння асимптотики (4.23) з асимптотиками (4.7)-(4.10) в наближеннях NR1A та R1A [378, 379], для яких $A \sim \frac{1}{p^k}$ ($k=12; 13; 16; 13$), вказує на їх подібність.

Згідно апроксимації [379] по формулі (4.11) для функції електричної структури справедливе співвідношення $\sqrt{A^{(approx1)}} \sim \frac{1}{(p^2)^{3.76}}$. Апроксимація експериментальних даних колаборації JLab [345] і JLab2007 [346] в інтервалі імпульсів $p \approx 10.6-12.4 \text{ fm}^{-1}$ за допомогою аналогічної до (4.7) функції $\frac{1}{(p^2)^N}$ дає результат

для $N \approx 3.795575$ [6], тобто $\sqrt{A^{(approx2)}} \sim \frac{1}{(p^2)^{3.795}}$. На Рис. 4.7 результати цих двох апроксимацій позначено точками (● – approx1 і × – approx2), а розрахунки по ХФД (3.49) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 – лініями.

Для інтервалу імпульсів $7.2-13 \text{ fm}^{-1}$ в [293] було проведено два наближення для $A(p)$. Перше наближення отримане для розмірного масштабування в пКХД [405], де у випадку для адрона, складеного з n кварків, можна очікувати, що провідний формфактор має асимптотику як $p^{-2(n-1)}$. Оскільки це справедливо як у початковому, так і в кінцевому станах, тому формфактор системи записується як $F^2 \sim p^{-4(n-1)}$, а для дейтрона ($n=6$) асимптотика для структурної функції буде як

$A \sim p^{-20}$. Друге наближення в [293] як $A \sim p^{-16}$ отримувалося таким чином. Апроксимація п'яти даних для найвищих p^2 із [345] за допомогою $A = p^{-2m}$ дає значення $m=8.0$. Якщо виключити неточну останню точку, то виходить $m=8.7$. Всі криві в [293] (там див. Рис. 5.17) нормуються до точки при $p^2=11.275 \text{ fm}^{-1}$.

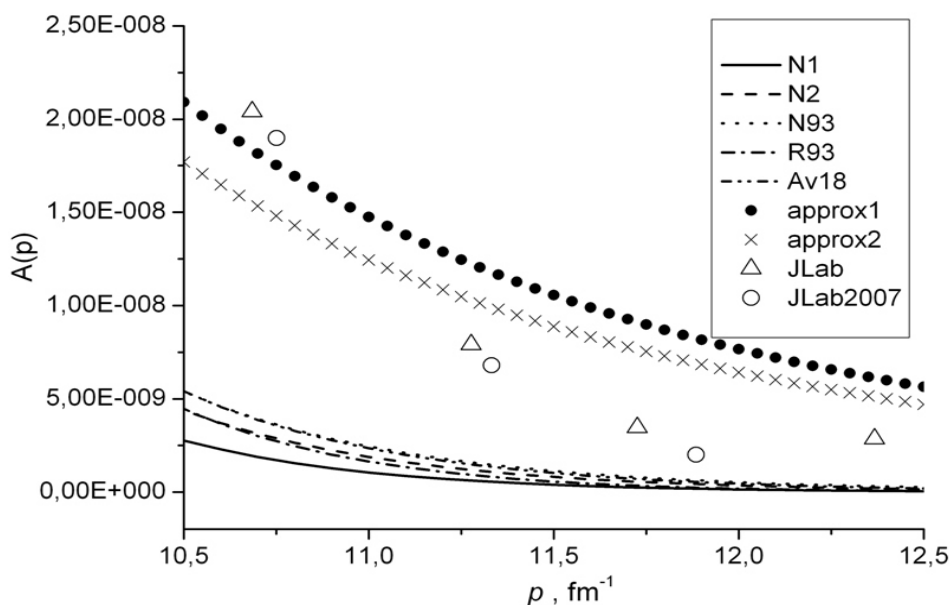


Рис. 4.7. Функція електричної структури $A(p)$ при великих значеннях імпульсу. Застосовано дипольне наближення (DFF) для нуклонних формфакторів

На Рис. 4.8 приведено набір апроксимацій. Аналогічно до [293], ці апроксимації віднормовано відносно точки $p=11.276 \text{ fm}^{-1}$. На Рис. 4.8 позначення «QCD» відповідає застосуванню формули для приведенного формфактору дейтрона [406]

$$f_d(p^2) = N \frac{\alpha_s(p^2)}{p^2} \left[\ln \left(\frac{p^2}{\Lambda^2} \right) \right]^{-\Gamma}, \text{ де } N - \text{ фактор нормування; } \alpha_s(p^2) = \left[\ln \left(\frac{p^2}{\Lambda^2} \right) \right]^{-1} -$$

константа зв'язку сильної взаємодії; Λ – параметр КХД- масштабу; $\Gamma = -8/145$ – визначається провідним аномальним виміром. Параметри вибрано із роботи [406] для випадку $F_N^2 \rightarrow G_{Ep}^2$ наступним чином: $N=0.16$; $\Lambda=0.20 \text{ GeV}$. Тут протонний

електричний формфактор був записаний як $G_{Ep} = \frac{1}{(1 + p^2/m_D^2)^2} (1 - 0.129 p^2)$ при $m_D^2 = 0.71 \text{ GeV}^2$.

На Рис. 4.8 використано наступні позначення для апроксимацій: NR1A [379] як $A \sim p^{-16}$; наближення для пертурбативної КХД [380, 293] як p^{-20} ;

аналітичний результат (4.23) для ХФД (3.49) з DFF в формі p^{-14} ; NRIA [378] як p^{-12} ; «approx2» описано вище; наближення $A = p^{-2m}$ при $m=8.7$ [293] позначено як $p^{-17.4}$; позначення «Global fit» відповідає апроксимації експериментальних даних для інтервалу імпульсів $p=4.0-12.4 \text{ fm}^{-1}$ з результуючою функцією $\sqrt{A} \sim p^{-5.787}$.

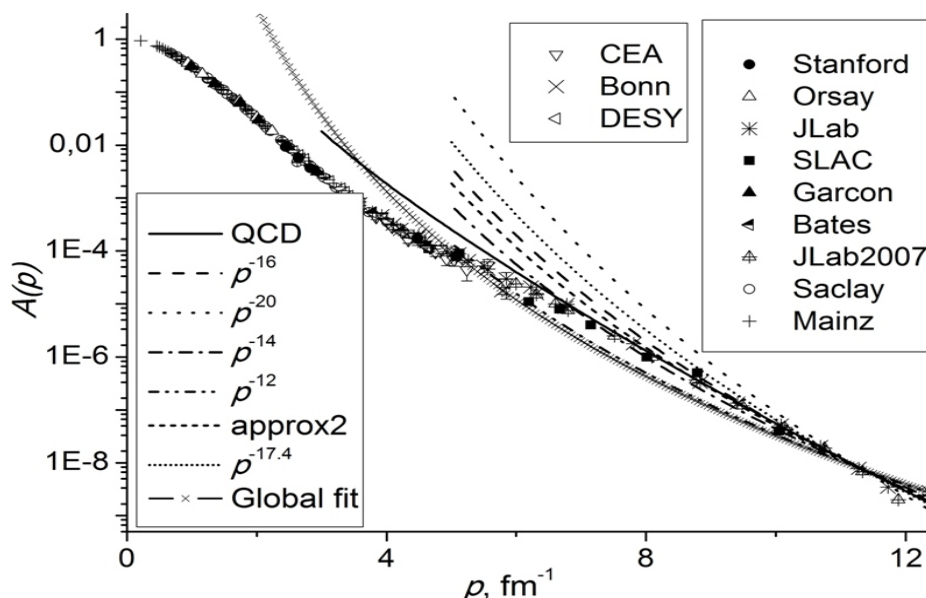


Рис. 4.8. Апроксимації для функції електричної структури $A(p)$

В [6] приведено результати обчислень функції електричної структури з використанням теоретичних моделей та апроксимацій для нуклонних формфакторів (Рис. 4.9). До першої групи належать: дипольне наближення (DFF) [370], модифіковане дипольне наближення (позначення як MDFF2) [368], модель релятивістського гармонічного осцилятора (RHOM) на основі кваркової моделі з релятивістським осциляторним потенціалом [369, 371], модель домінування векторного мезону (VMDM) [407] з урахуванням параметрів повної моделі Гарі-Крумпельмана [408]; а до другої – параметризація Д.Д. Келлі [409] (Kelly), наближення на основі JLab вимірювань ізоскалярних електричних та магнітних формфакторів [325] (JLab) і параметризація Р. Брадфорда та ін. [410] (Bradford). Найкраще узгодження теоретичних результатів (для потенціалу Reid93) з експериментом наявне для розрахунків при виборі VMDM для імпульсів $p \leq 13 \text{ fm}^{-1}$, а для апроксимацій буде співпадання тільки до імпульсів $p \leq 5 \text{ fm}^{-1}$. Апроксимація розрахованих значень $A(p)$ в інтервалі імпульсів $p=10.6-12.5 \text{ fm}^{-1}$ за допомогою

функції p^{-N} показала (Рис. 4.10), що значення N одержане рівним 8.44, 8.50, 7.48, 7.82, 8.50, 8.68 і 8.69 для DFF, MDFF2, RHOM, VMDM, Kelly, JLab і Bradford відповідно. Тобто ближчими до експериментальної апроксимації є значення для RHOM і VMDM. Як видно із Рис. 4.9 і 4.10 майже всі (крім результатів для RHOM) отримані теоретичні значення для $A(p)$ знаходяться нижче експериментальних даних.

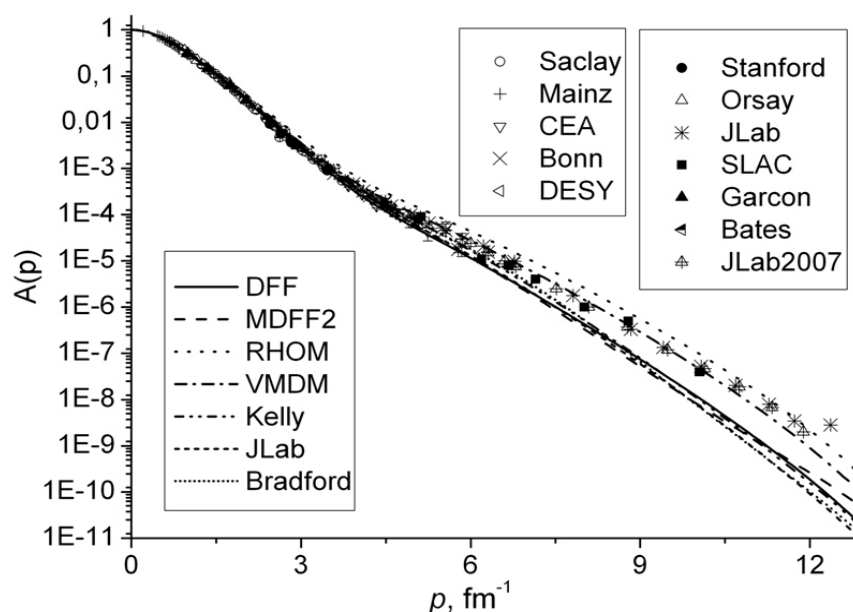


Рис. 4.9. Функція електричної структури $A(p)$. Використано теоретичні моделі та апроксимації для нуклонних формфакторів. Розрахунки для потенціалу Reid93

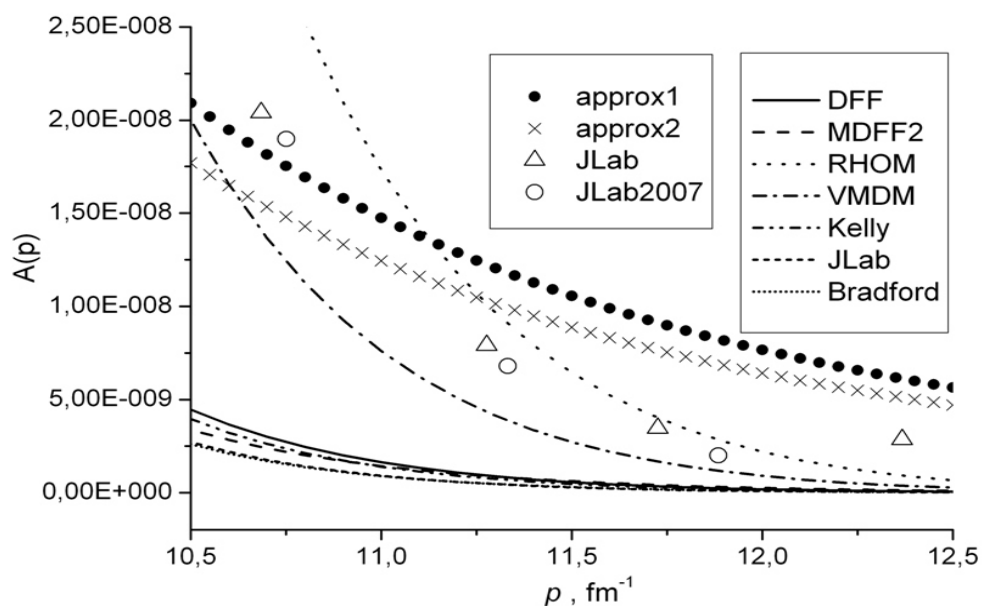


Рис. 4.10. Функція електричної структури $A(p)$ при великих значеннях імпульсу. Використано теоретичні моделі та апроксимації для нуклонних формфакторів. Розрахунки для потенціалу Reid93

Розрахунки [411] в імпульсному наближенні дають положення позиції нуля (Таблиця И.4) структурної функції B . Для великих імпульсів теоретичні розрахунки знаходяться вище або нижче експериментальних даних. Для інших моделей нуль B наявний при $4.4-7.5 \text{ fm}^{-1}$. Таблиця И.4 містить 8 теоретичних моделей 8ТМ [325].

Експериментальні дані для формфакторів дейтрона апроксимовано за допомогою таких простих виразів як [24]

$$f_1 = Cp^a \quad \text{або} \quad f_2 = De^{-bp}. \quad (4.24)$$

На Рис. 4.11 приведено співвідношення між структурними функціями B/A . При великих імпульсах теоретичні розрахунки для розглядуваної групи NN потенціалів і експериментальні дані (колаборацій SLAC [338, 349], Mainz [340], Bonn [341], Saclay [342], Bates [343], JLab [344], JLab2007 [346] та огляду Garcon [343]) вже не задовольняють асимптотичні форми [387]

$$\frac{B}{A} \approx \frac{16}{3}\eta; \quad (4.25)$$

$$\frac{B}{A} \approx \frac{4\eta(\eta+1)}{\eta^2 + \eta + \frac{3}{4}}. \quad (4.26)$$

Остання з них була отримана, якщо у співвідношенні B/A врахувати асимптотичні відношення між формфакторами (4.19). На Рис. 4.11 використано такі позначення: 1 і 2 – розрахунок B/A по формулам (4.25) і (4.26) відповідно.

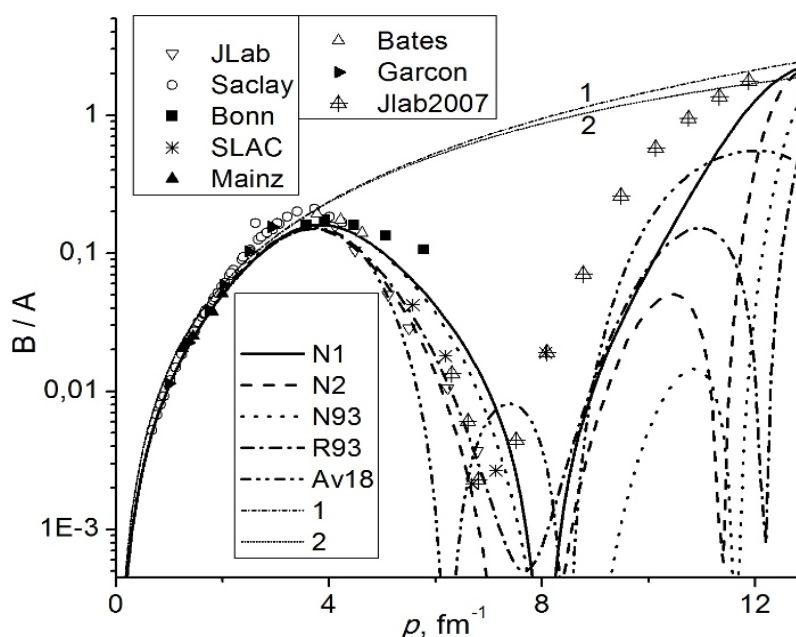


Рис. 4.11. Відношення B/A

Оскільки позиція першого нуля структурної функції B знаходиться в інтервалі імпульсів $6-9 \text{ fm}^{-1}$, то апроксимацію експериментальних даних проведено для $p < 7.5 \text{ fm}^{-1}$. Наприклад, можна використати просту паде-апроксиманту [24]:

$$\left(\frac{B}{A}\right)_{approx} = \frac{C_1 p^2 + C_2 p^3}{C_3 + C_4 p^3}, \quad (4.27)$$

де коефіцієнти розкладу $C_1=125.048$; $C_2=-18.693$; $C_3=4157.3587$; $C_4=19.130$.

Враховуючи запис структурних функцій та розділивши чисельник і знаменник правої частини на G_M^2 , відношення B/A можна записати у вигляді [24]

$$\frac{B}{A} = \frac{\frac{4}{3}\eta(1+\eta)}{\left(\frac{G_C}{G_M}\right)^2 + \frac{8}{9}\eta^2\left(\frac{G_Q}{G_M}\right)^2 + \frac{2}{3}\eta}.$$

Враховуючи вираз (4.24) і замінюючи співвідношення між формфакторами

$\frac{G_C}{G_M} \rightarrow C_1 p^\alpha$; $\frac{G_Q}{G_M} \rightarrow C_2 p^{\beta_i}$, апроксимуючу функцію можна представити як

наступну залежність від чотирьох параметрів [24]

$$\frac{B}{A}(\alpha; \beta_i; C_1, C_2) = \frac{\frac{4}{3}\eta(1+\eta)}{(C_1 p^\alpha)^2 + \frac{8}{9}\eta^2 (C_2 p^{\beta_i})^2 + \frac{2}{3}\eta}. \quad (4.28)$$

Одночасне визначення всіх чотирьох параметрів чисельно неможливе, тому, задаючи значення β_i , можна визначити три інші. На Рис. 4.12 вказані результати моделювання при різних цілих значень параметра β_i (Таблиця 4.2). Очевидно, що найкраща з них буде при $\beta_i=4$, коли апроксимуюча функція добре співпадає з експериментальними даними для імпульсів $< 7.5 \text{ fm}^{-1}$.

Таблиця 4.2

Значення коефіцієнтів для формули (4.28)

β_i	α	C_1	C_2
0	-1.32324	0.0061549	2760.30
1	-0.64863	0.0039345	561.803
2	-0.34813	0.0031350	115.246
3	-0.18731	0.0027599	23.9809
4	-0.09054	-0.002632	-5.05238

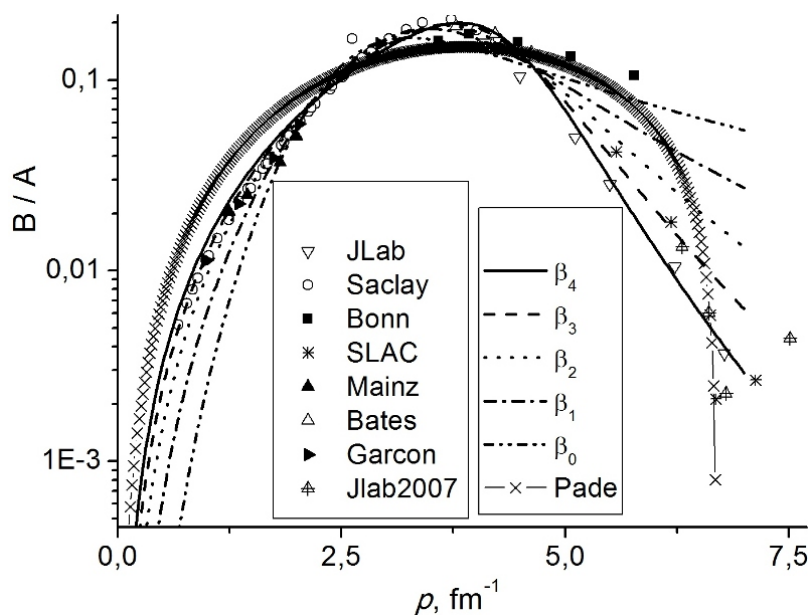


Рис. 4.12. Апроксимація відношення B/A .
Позначення Pade відповідає розрахункам по формулі (4.27).

Диференціальний переріз можна записати в термінах електричного F_E і магнітного F_M формфакторів дейтрона [341, 417]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \sigma_1 \left[F_M^2 + \varepsilon \frac{3}{2\eta} F_E^2 \right];$$

де $\sigma_1 = \frac{2\eta}{3\varepsilon} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e} \right)_{Mott}$ з фотонним поляризаційним параметром $\varepsilon = \left[1 + 2(\eta + 1)tg^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right) \right]^{-1}$;

а величини квадратів електричного F_E^2 та магнітного F_M^2 формфакторів відповідно:

$$F_E^2 = G_C^2 + \frac{8}{9}\eta^2 G_Q^2; \quad F_M^2 = \left(\frac{m_N}{m_d} \right)^2 G_M^2.$$

Розраховані нами величини F_E^2 і F_M^2 для різних потенціальних моделей на Рис. 4.13 порівнюються з експериментальними даними колаборацій Stanford [418], DESY [323], Bonn [341] та огляду Boden [360]. Для більших значень імпульсів наші дані є передбачувальними.

4.3. Тензорна і векторна поляризації дейтрона

Диференціальний переріз для пружного розсіяння поздовжньо поляризованого електронного пучка від поляризованої дейтронної мішені в

лабораторній системі задається виразом [191, 324]

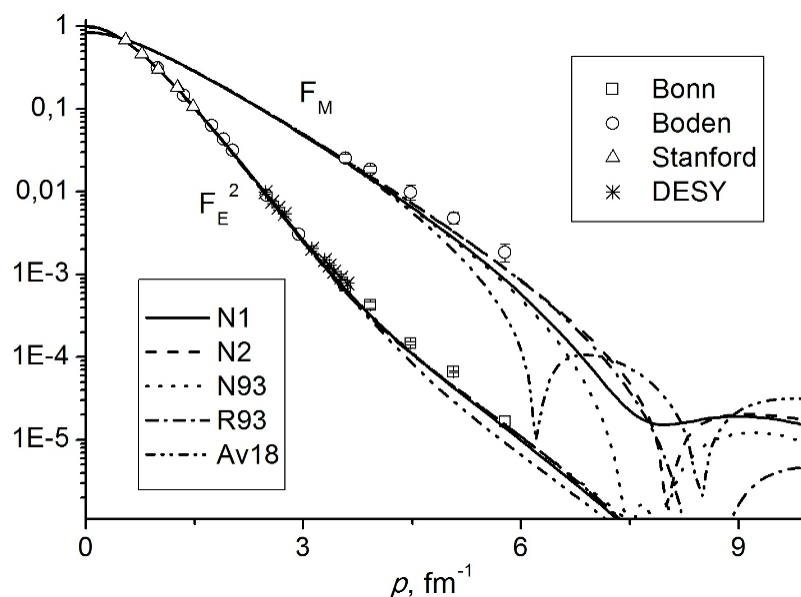


Рис. 4.13. Квадрат електричного формфактору F_E^2 та магнітний формфактор F_M

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e}(h; p_z, p_{zz}) = \Sigma(\theta, \varphi) + h\Delta(\theta, \varphi), \quad (4.29)$$

де h – спіральність падаючого електронного пучка; p_z і p_{zz} визначають степінь векторної та тензорної поляризації дейтронної мішені. Напрямок поляризації дейтрона визначається кутами θ та φ у системі, де вісь z знаходиться вздовж напрямку віртуального фотона, а вісь y визначається векторами напрямків руху вхідного та вихідного електронів (Рис. 4.14).

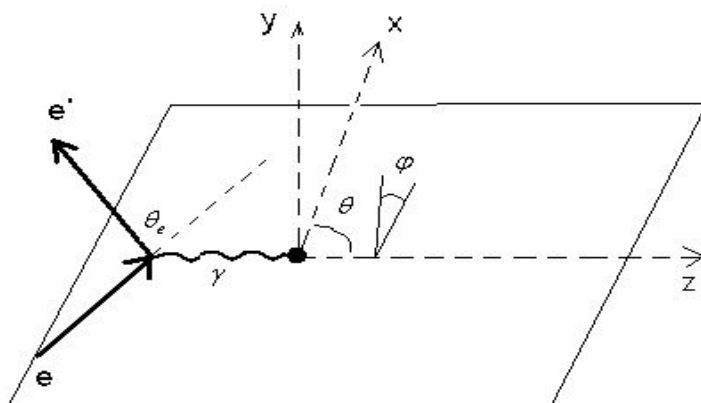


Рис. 4.14. Кінематика і системи координат для розсіяння поляризованих електронів від поляризованої дейтронної мішені

Перший доданок правої частини формули (4.29) задає переріз розсіяння для неполяризованого електрона [191, 324]

$$\Sigma(\theta, \varphi) = \frac{d\sigma_0}{d\Omega_e} [1 + \Gamma(\theta, \varphi)],$$

де $\frac{d\sigma_0}{d\Omega_e}$ – неполяризований диференційний переріз; $\Gamma(\theta, \varphi)$ описує поляризовану дейтронну мішень і містить тензорні дейтронні аналізуючі здатності T_{2j} :

$$\Gamma(\theta, \varphi) = p_{zz} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} P_2^0(\cos\theta) T_{20}(p^2, \theta_e) - \frac{1}{\sqrt{3}} P_2^1(\cos\theta) \cos\varphi T_{21}(p^2, \theta_e) + \frac{1}{2\sqrt{3}} P_2^2(\cos\theta) \cos(2\varphi) T_{22}(p^2, \theta_e) \right].$$

Другий доданок правої частини (4.29) описує спірально-залежний диференціальний переріз для поляризованого пучка електронів та поляризованої дейтронної мішені і містить векторні дейтронні аналізуючі здатності T_{10} і T_{11} [191, 324]

$$h\Delta(\theta, \varphi) = h \frac{d\sigma_0}{d\Omega} p_z \left[\frac{\sqrt{3}}{2} P_1(\cos\theta) T_{10}(p^2, \theta_e) - \sqrt{3} P_1^1(\cos\theta) \cos\varphi T_{11}(p^2, \theta_e) \right].$$

Тут $P_l(x)$ і $P_l^m(x)$ – поліноми Лежандра і приєднані поліноми Лежандра відповідно.

В експериментах по неполяризованому пружному розсіянні структурні функції можуть бути отриманими, визначаючи $B(p)$ безпосередньо із поперечного перерізу розсіяння назад. Функція магнітної структури дейтрона (4.3) містить магнітний формфактор $G_M(p)$, який разом з формфакторами $G_C(p)$ і $G_Q(p)$ є складовою частиною і електричної структури (4.2). Звичайно, для отримання всіх трьох формфакторів потрібна третя спостережувана. Тому, крім неполяризованого розсіяння, слід також враховувати поляризаційні спостережувані [419]. У свою чергу величини тензорної T_{20} , T_{21} , T_{22} і векторної T_{10} , T_{11} дейтронних аналізуючих здатностей [191, 420, 421] (у еквівалентних більш широковживаних термінах [293, 321, 325, 343, 359, 422] – це тензорна t_{2j} і векторна t_{1i} поляризації) визначаються через дейтронні формфактори як:

$$t_{20}(p, \theta_e) = -\frac{1}{\sqrt{2}S} \left(\frac{8}{3} \eta G_C(p) G_Q(p) + \frac{8}{9} \eta^2 G_Q^2(p) + \frac{1}{3} \eta \left[1 + 2(1 + \eta) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right) \right] G_M^2(p) \right); \quad (4.30)$$

$$t_{21}(p, \theta_e) = \frac{2}{\sqrt{3}S \cos \left(\frac{\theta_e}{2} \right)} \eta \sqrt{\eta + \eta^2 \sin^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right)} G_M(p) G_Q(p); \quad (4.31)$$

$$t_{22}(p, \theta_e) = -\frac{1}{2\sqrt{3}S} \eta G_M^2(p); \quad (4.32)$$

$$t_{11}(p, \theta_e) = \frac{2}{\sqrt{3}S} \sqrt{\eta(1+\eta)} G_M(p) \left[G_C(p) + \frac{\eta}{3} G_Q(p) \right] \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_e}{2} \right); \quad (4.33)$$

$$t_{10}(p, \theta_e) = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\eta}{S} \sqrt{(1+\eta) \left(1 + \eta \sin^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right) \right)} G_M^2(p) \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_e}{2} \right) \sec \left(\frac{\theta_e}{2} \right), \quad (4.34)$$

де фактор $S(p, \theta_e) = A(p) + B(p) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right)$ визначається функціями структури $A(p)$, $B(p)$ і кутом θ_e . Величини тензорної t_{20} і векторної t_{11} поляризацій визначаються формфакторами $G_C(p)$, $G_Q(p)$, $G_M(p)$ і кутом розсіяння θ_e , а t_{21} залежать від формфакторів $G_Q(p)$, $G_M(p)$ та кута θ_e . Величини t_{22} і t_{10} залежить тільки від формфактору $G_M(p)$ і від кута розсіяння θ_e .

Якщо дейтронна мішень буде тензорно та векторно поляризованою, тоді поляризований переріз записується як [421]

$$\sigma = \sigma_0 \left[1 + \sqrt{\frac{1}{2}} P_{zz} A_d^T + \sqrt{\frac{3}{2}} P_e P_z A_{ed}^V \right],$$

де тензорна A_d^T і векторна A_{ed}^V асиметрії мішені і пучка-мішені [359, 421]:

$$A_d^T = \frac{3 \cos^2 \theta^* - 1}{2} t_{20}(p, \theta_e) - \sqrt{\frac{3}{2}} \sin(2\theta^*) \cos \phi^* t_{21}(p, \theta_e) + \sqrt{\frac{3}{2}} \sin^2 \theta^* \cos(2\phi^*) t_{22}(p, \theta_e);$$

$$A_{ed}^V = \sqrt{3} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta^* t_{10}(p, \theta_e) - \sin \theta^* \cos \phi^* t_{11}(p, \theta_e) \right];$$

де кути θ^* та ϕ^* визначають напрям поляризації в системі, де вісь z знаходиться вздовж напрямку віртуального фотона, а вісь y визначається векторним добутком імпульсу вхідного та вихідного електронів; P_e , P_z , P_{zz} – поздовжня поляризація електрона, дейтронна векторна і тензорна поляризації.

Слід зазначити, що тензорна асиметрія $A_d^T = \sum_{M=0}^2 c_M t_{2M}$ визначається [355] тензорними компонентами t_{2M} та орієнтаціями поляризації мішені і розташування детекторів (величини c_M). Експериментально тензорна асиметрія визначається як [355]

$$A_d^T = \sqrt{2} \frac{N^+ - N^-}{P_{zz}^+ N^- - P_{zz}^- N^+} \quad \text{або} \quad A_d^T = \sqrt{2} \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{P_{zz}^+ \sigma^- - P_{zz}^- \sigma^+},$$

де N^+ (N^-) – число зареєстрованих подій при поляризації мішені P_{zz}^+ (P_{zz}^-). Якщо в N^+ (N^-) враховано відмінність в інтегралах світності і зроблені поправки на наявність фону, то можна використовувати запис через значення перерізу реакції з мішенню, що має різні знаки тензорної поляризації σ^+ і σ^- .

В той час як вимірювання диференціального перерізу допоможуть визначити структурні функції A , B і формфактор G_M , розділення формфакторів G_C і G_Q потребує вимірювань поляризації. Поляризація дейтрона віддачі може бути виміряна, якщо детально аналізувати процес розсіяння. Диференціальний переріз для подвійного процесу розсіяння [325, 392] задається виразом

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega_2} = \frac{d\sigma}{d\Omega d\Omega_2} \bigg|_0 \left[1 + \frac{3}{2} h t_{11} A_y \sin \varphi_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} t_{20} A_{zz} - \frac{2}{\sqrt{3}} t_{21} A_{xz} \cos \varphi_2 + \frac{1}{\sqrt{3}} t_{22} (A_{xx} - A_{yy}) \cos 2\varphi_2 \right],$$

де $h = \pm 1/2$ – поляризація падаючого електронного пучка; φ_2 – кут між двома площинами розсіяння; A_y і A_{ij} – векторна і тензорна аналізуючі здатності вторинного розсіяння; t_{20} , t_{21} і t_{22} визначаються формулами (4.30)-(4.32).

Експериментальні дані тензорних і векторних дейтронних поляризацій приведені в таких роботах:

для векторної поляризації t_{10} – колаборації BLAST [366];

для векторних поляризацій t_{11} – колаборації BLAST [366, 421];

для тензорної поляризації t_{20} – колаборацій Bates [343, 352, 423], BLAST [358, 359, 421], JLab [321, 424], NIKHEF [425, 353], Saclay [426], VEPP-3 [427, 428, 354-356] та оглядів Boden [360], Garcon [343], Abbott [361];

для тензорної поляризації t_{21} – колаборацій Bates [343], BLAST [359, 421], JLab [321], Saclay [429], VEPP-3 [354-356];

для тензорної поляризації t_{22} – колаборацій Bates [343], JLab [321], NIKHEF [425], Saclay [429].

Згідно аналізу вказаних експериментальних даних дейтронних поляризацій в науковій літературі відсутні значення величин t_{21} , t_{22} , t_{10} і t_{11} в широкому інтервалі імпульсів. Тому є актуальним одержання даних фізичних величин як теоретично, так і експериментально.

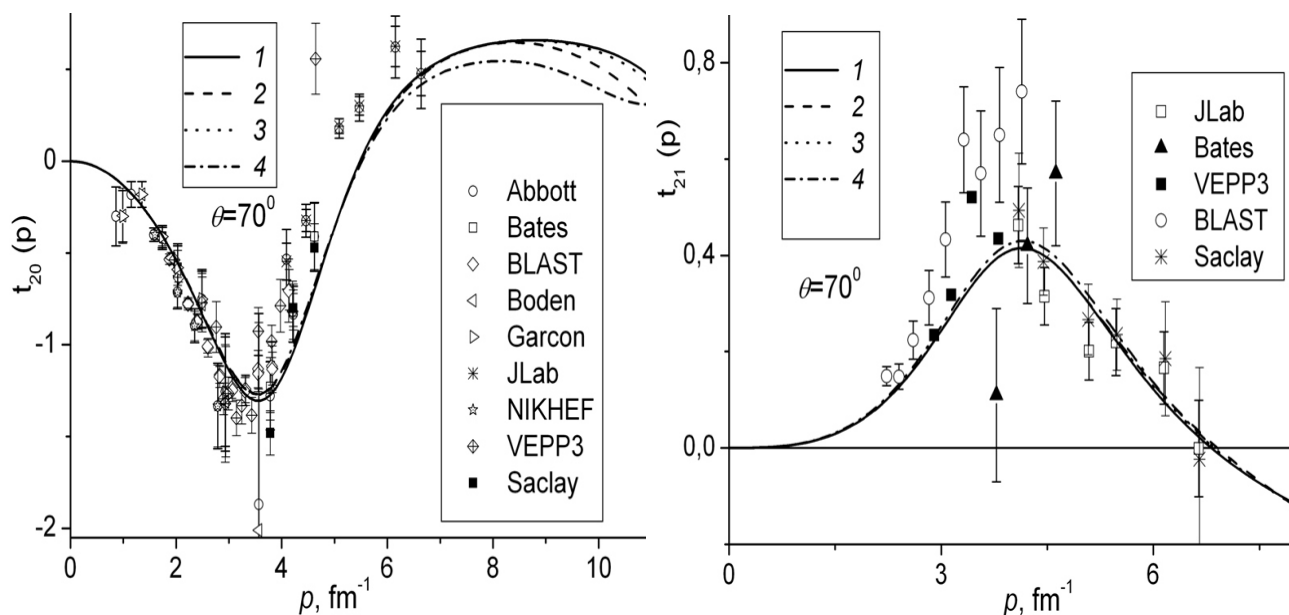
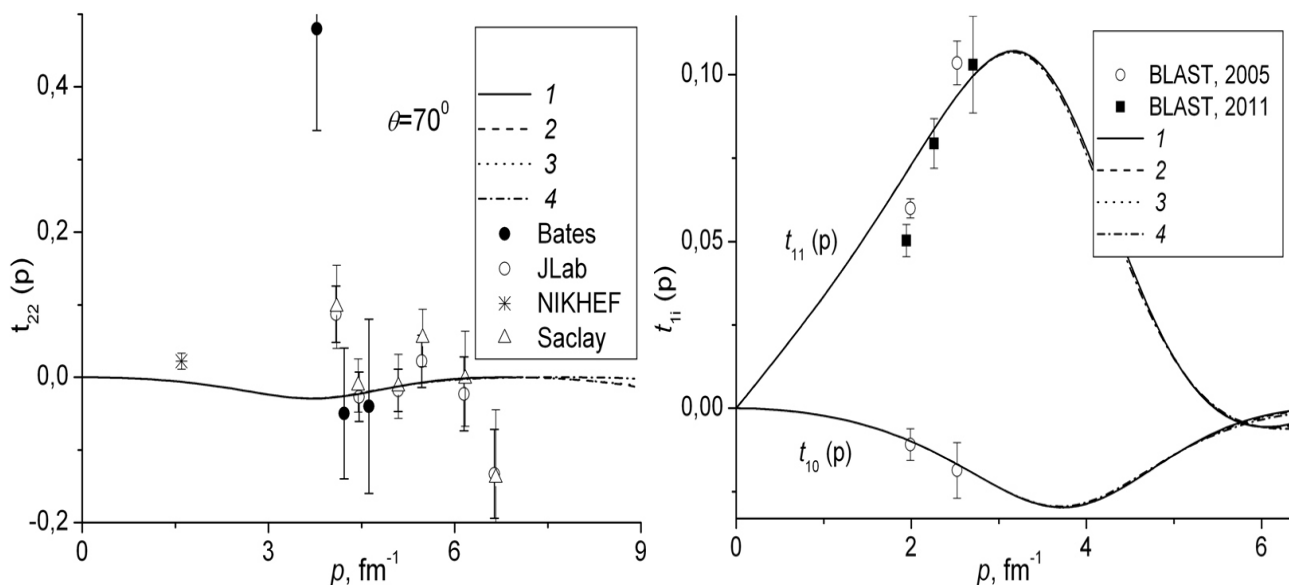
4.4. Розрахунок тензорної і векторної поляризацій дейтрона

Згідно аналізу п. 4.3 у цілому в літературі відсутні експериментальні дані для t_{21} , t_{22} , t_{10} і t_{11} в широкому інтервалі імпульсів. Тому є актуальним одержання даних величин як на експерименті, так і за допомогою теоретичних підходів.

В [11] по ХФД (3.16), (3.49)-(3.51) розраховано дейтронну тензорну поляризацію $t_{20}(p)$, $t_{21}(p)$ і $t_{22}(p)$ в інтервалі імпульсів 0-7 fm⁻¹. Значення $t_{20}(p)$ для потенціалів Неймегенської групи добре узгоджується з літературними результатами для інших потенціальних NN моделей, а також з наявними експериментальними даними. Проаналізовано вплив точності χ^2 апроксимації для ХФД на розрахунок тензорної поляризації t_{20} при куті розсіяння $\theta=70^\circ$ для потенціалу Reid93.

В [14] розглянуто вплив апроксимації ХФД в координатному представленні на результати розрахунків тензорної поляризації t_{20} . Так на Рис. 4.15 приведено порівняння значень t_{20} при $\theta=70^\circ$, якщо застосовувати різні апроксимації ХФД для одного і того ж потенціалу Reid93. Використано такі позначення для ХФД з її коефіцієнтами розкладу: 1 – ХФД з функціями Лагерра (3.59) [13]; 2 – аналітичні форми Дубовіченко (3.16) [12]; 3 – ХФД з [11]; 4 – нові аналітичні форми (3.54) [3]. Отримані теоретичні значення t_{20} порівняно з експериментальними даними. Хороше узгодження значень наявне для області значень імпульсів $p=1-4$ fm⁻¹. На жаль, при більших імпульсах відсутні експериментальні дані. На Рис. 4.15 та 4.16 приведені розраховані величини тензорних поляризацій t_{21} і t_{22} ($\theta=70^\circ$), які порівняно з експериментальними даними. Наявний значний розкид експериментальних даних. На відміну від t_{20} розраховані величини t_{21} (як і t_{22}) при великих імпульсах співпадають незалежно від вибору ХФД. На Рис. 4.16 також приведені результати розрахунків векторних поляризацій t_{1i} при $\theta=35^\circ$. На відміну від тензорної поляризації її векторна компонента менше досліджена експериментаторами. Наявні тільки дані колаборації BLAST [366, 421]. Розраховані значення поляризацій t_{1i} можуть слугувати певним теоретичним передбаченням для подальших експериментальних досліджень.

Порівняння розрахунку величини t_{20} з експериментальними даними вказує [27], що оптимальне узгодження досягається для ХФД (3.50) з числом членів $N=10$.

Рис. 4.15. Тензорні поляризації t_{20} і t_{21} Рис. 4.16. Тензорна t_{22} та векторні t_{10} , t_{11} поляризації

В [28] проаналізовано сучасний статус експериментальних даних для дейтронних тензорних поляризацій t_{20} і t_{21} . Для ХФД (3.16) та сферичного S_0 і квадрупольного S_2 формфакторів дейтрона (4.12) і (4.13) розраховано дейтронну тензорну поляризацію t_{2i} . Отриманий результат $t_{20}(p)$ в широкій області імпульсів (в лінійному і логарифмічному масштабах – Рис. 4.17) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 добре узгоджується з літературними результатами для інших потенціальних NN моделей, а також з експериментальними даними міжнародних колаборацій (Bates, BLAST, JLab, NIKHEF, VEPP-3, Saclay) та оглядів

(Boden, Garcon, Abbott). Приведене значення тензорної поляризації t_{20R} [359]

$$t_{20R} = -\frac{3}{\sqrt{2}Q_d p^2} \tilde{t}_{20} \quad \text{при} \quad \tilde{t}_{20} = -\frac{\frac{8}{3}\eta G_c G_Q + \frac{8}{9}\eta^2 G_Q^2}{\sqrt{2}\left(G_c^2 + \frac{8}{9}\eta^2 G_Q^2\right)} \quad (4.35)$$

порівнюється (Рис. 4.18) з експериментальними даними. Для поляризації t_{21} (Рис. 4.18) хороше узгодження з експериментом наявне для імпульсів 2.2-3 і 4.2-6.7 fm^{-1} .

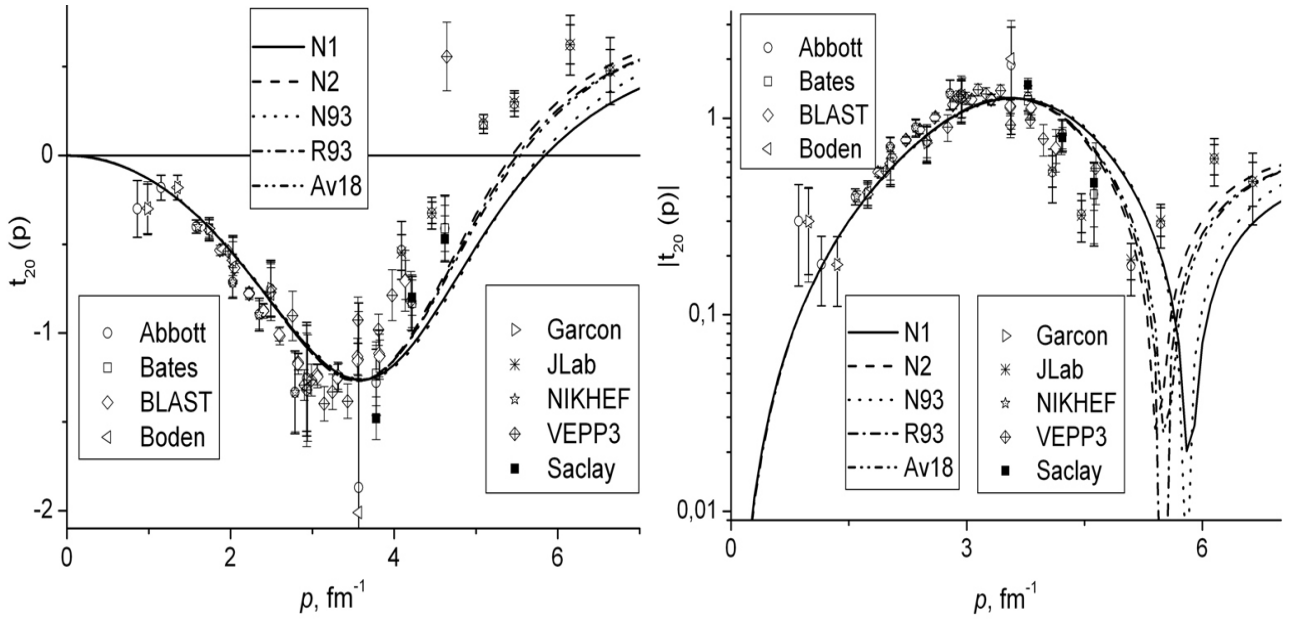


Рис. 4.17. Тензорна поляризація t_{20} і її логарифмічний масштаб $|t_{20}|$

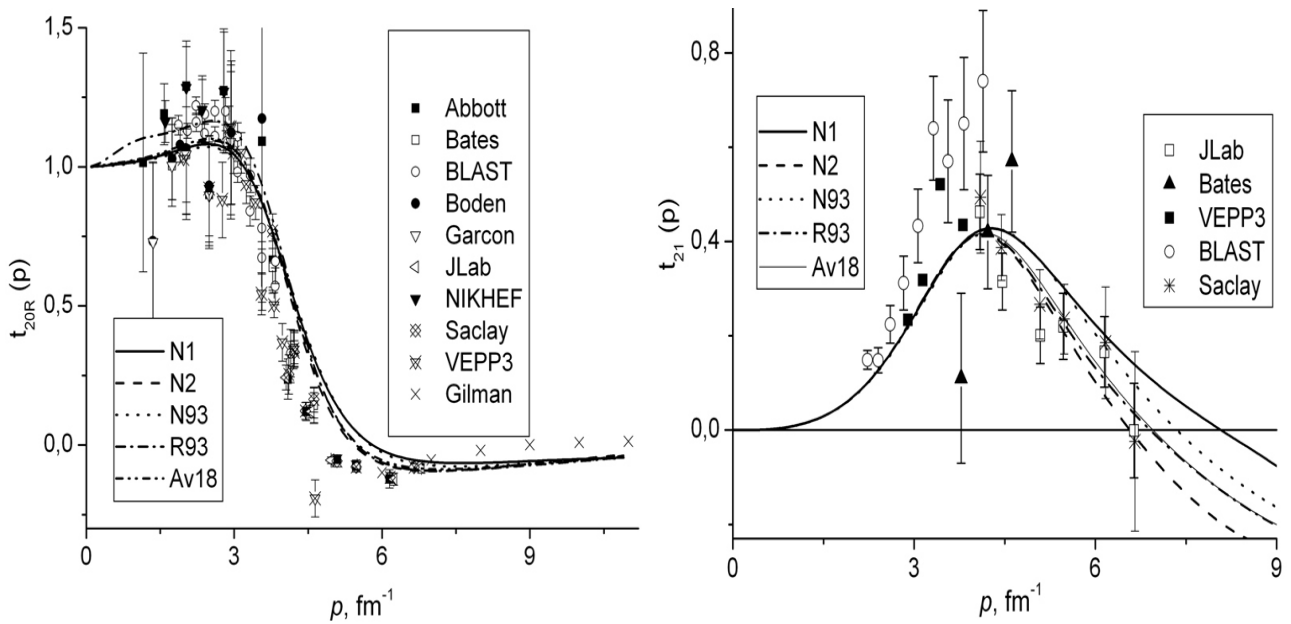


Рис. 4.18. Приведене значення тензорної поляризації t_{20R} і тензорна поляризація t_{21}

На наступних Рис. 4.19 і 4.20 [55] в 3D форматі вказані величини $t_{ij}(p, \theta_e)$ в площині $p - \theta_e$. Розрахунки проводились для потенціалу Reid93 [3].

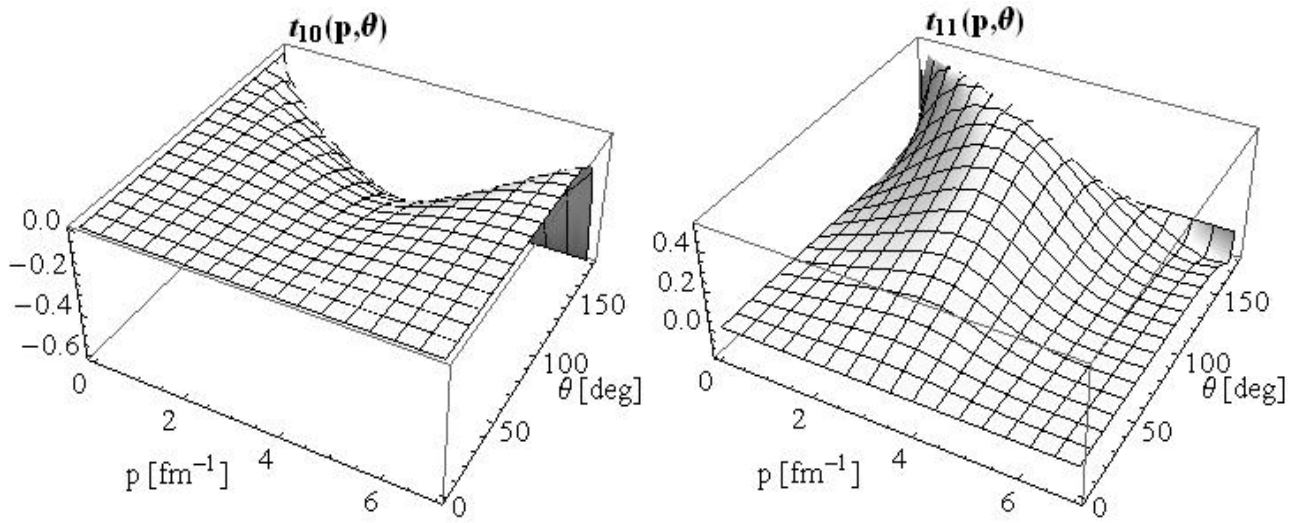


Рис. 4.19. Векторні поляризації t_{10} і t_{11} для потенціалу Reid93

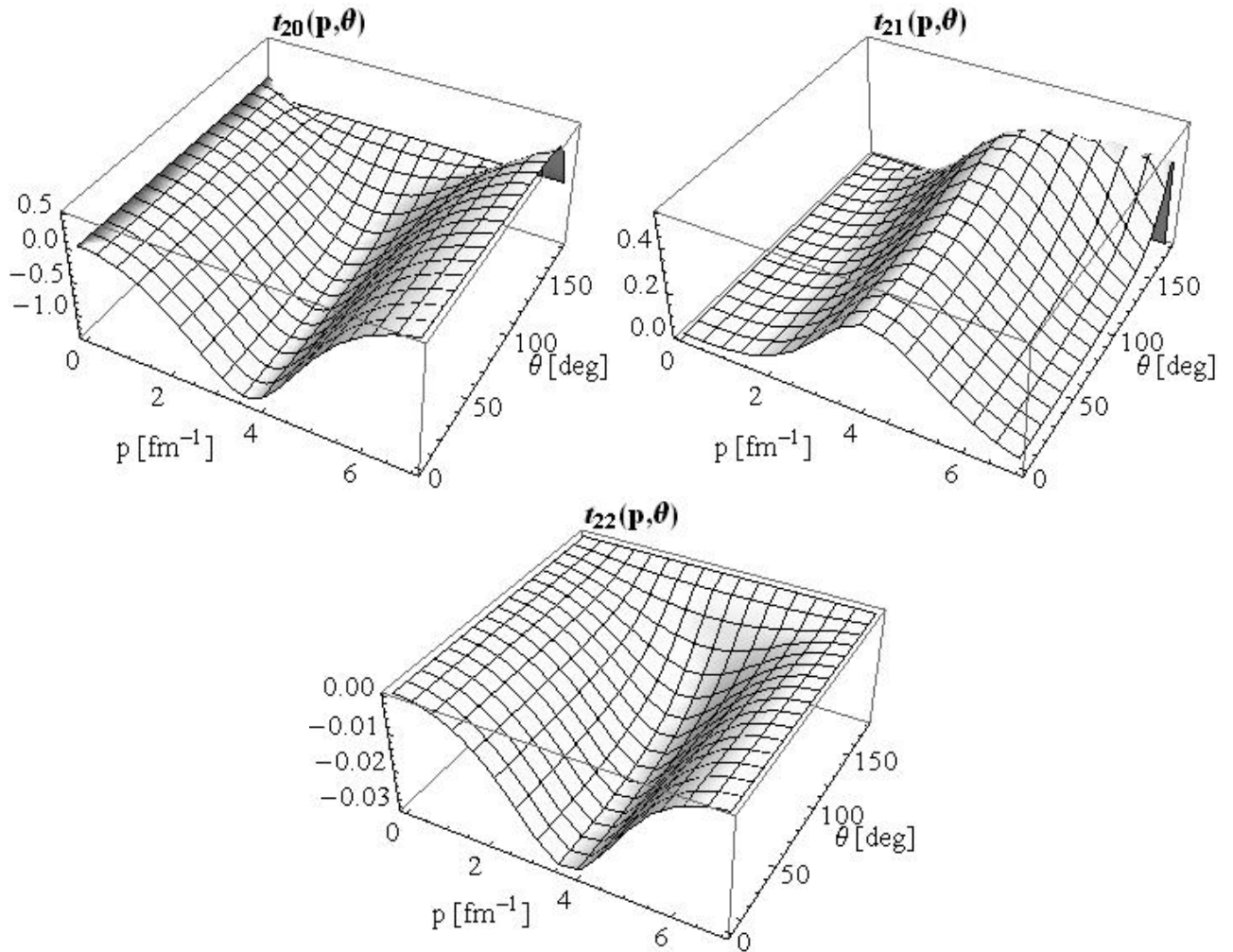


Рис. 4.20. Тензорні поляризації t_{20} , t_{21} і t_{22} для потенціалу Reid93

З аналізу імпульсно-кутової залежності векторних $t_i(p, \theta_e)$ та тензорних $t_{2i}(p, \theta_e)$ поляризацій слідує, що значенням t_{10} і t_{11} властиві плоскі форми при малих кутах і асиметричні залежності по імпульсу при великих кутах. Для t_{21} спостерігається горб (пік) при 4 fm^{-1} в інтервалі кутів $0-180^\circ$, а для t_{20} і t_{22} – навпаки наявна яма.

Позиції нуля p_0 тензорних поляризацій t_{20} і t_{21} приведено в Таблицях И.5 і И.6 відповідно. Отримані значення порівнюються з даними для інших потенціальних моделей. Як видно із вказаних чисельних значень p_0 , позиція нуля для одного і того ж потенціалу буде дещо відрізняється у залежності від методу розрахунку чи використовуваних нуклонних формфакторів.

Отримані результати дейтронних тензорних і векторних поляризацій дозволять в подальшому більш детально досліджувати електромагнітну структуру дейтрона, його формфактори, диференціальний переріз подвійного розсіяння, а також оцінювати теоретичні значення спінових спостережуваних в dp - розсіянні.

4.5. Компоненти диференціального перерізу при пружному електрон-дейтронному розсіянні з урахуванням поляризаційних ефектів

Пружне ed - розсіяння залишається цікавим для дослідників. Саме аналіз реакції пружного ed - розсіяння може допомогти вивчити структуру дейтрона, розподіл нуклонів і щільність заряду в дейтроні [293, 325, 391]. Цей пружний процес вивчався теоретично з використанням різних моделей і підходів для NN - взаємодії. В [191, 325, 355, 419, 421] приведені результати теоретичних й експериментальних досліджень структурних функцій, формфакторів дейтрона і поляризацій.

Кінцева поляризація дейтрона віддачі може бути виміряна по його вторинному розсіянню. Диференціальний переріз для вторинного розсіяння записується як [437]

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_2 = \left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)_2 \left\{ 1 + \langle T_{20} \rangle_f \langle T_{20} \rangle_2 + 2 \left[\langle iT_{11} \rangle_f \langle iT_{11} \rangle_2 - \langle iT_{21} \rangle_f \langle iT_{21} \rangle_2 \right] \cos \phi_2 + 2 \langle T_{22} \rangle_f \langle T_{22} \rangle_2 \cos(2\phi_2) \right\}. \quad (4.36)$$

Значення T_{ij} виражаються в рамках підходу для спінової матриці густини ρ остаточного стану, яка отримана для довільного початкового стану

$$\langle T_{JM} \rangle_f = \frac{\text{Tr}(MM^\dagger T_{JM})}{\text{Tr}(MM^\dagger)}. \quad (4.37)$$

В (4.36) величина $\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)_2$ – диференціальний переріз для ядерного розсіяння неполяризованого падаючого дейтронного пучка; значення $\langle T_{JM} \rangle_2$ будуть еквівалентними як (4.37) для розсіяння дейтронного неполяризованого на другій мішені; ϕ_2 – полярні кути відносно напрямку руху дейтрона після первинного розсіяння.

Поляризації або переріз пружного ed - розсіяння виражаються через матриці $\Omega = MM^\dagger$ і $\Omega' = M^\dagger M$. Диференціальний переріз для вторинного розсіяння дейтрона віддачі на ядерній мішені в кінцевій формі записується як [437]

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_2 = \left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)_2 \frac{1}{\text{Tr}\Omega} \left\{ \text{Tr}\Omega + \langle T_{20} \rangle_2 \text{Tr}(\Omega T_{20}) - 2\langle T_{21} \rangle_2 \text{Tr}(\Omega T_{21}) \cos\phi_2 + 2\langle T_{22} \rangle_2 \text{Tr}(\Omega T_{22}) \cos(2\phi_2) \right\}, \quad (4.38)$$

де компоненти диференціального перерізу:

$$\text{Tr}\Omega = 3G_C^2 + \frac{8}{3}\eta^2 G_Q^2 + 2 \left[1 + 2tg^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \eta G_M^2, \quad (4.39)$$

$$\text{Tr}(\Omega T_{20}) = \frac{\sqrt{2}}{3} (1 - 3\cos\theta) \eta^2 G_Q^2 + \frac{3\cos^2\theta - 2\cos\theta + 3}{2\sqrt{2}(1 + \cos\theta)} \eta G_M^2 + \sqrt{2} (1 - 3\cos\theta) \eta G_C G_Q - 6\sqrt{2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \eta^{3/2} G_Q G_M, \quad (4.40)$$

$$\text{Tr}(\Omega T_{21}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\theta \eta^2 G_Q^2 + \sqrt{3} tg\left(\frac{\theta}{2}\right) (1 - \cos\theta) \eta G_M^2 + 2\sqrt{3} \sin\theta \eta G_C G_Q - 2\sqrt{3} \cos\theta \sec\left(\frac{\theta}{2}\right) \eta^{3/2} G_Q G_M, \quad (4.41)$$

$$\text{Tr}(\Omega T_{22}) = -\frac{1}{\sqrt{3}} (1 + \cos\theta) \eta^2 G_Q^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} (3 - \cos\theta) \eta G_M^2 - \sqrt{3} (1 + \cos\theta) \eta G_C G_Q - 2\sqrt{3} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \eta^{3/2} G_Q G_M. \quad (4.42)$$

В термінах $\text{Tr}\Omega$, $\text{Tr}(\Omega T_{20})$, $\text{Tr}(\Omega T_{21})$, $\text{Tr}(\Omega T_{22})$ компоненти $\langle T_{JM} \rangle_f$ можна виразити як

$$\tau_{20} = \langle T_{20} \rangle_f = \frac{\text{Tr}(\Omega T_{20})}{\text{Tr}\Omega}; \quad \tau_{21} = \langle T_{21} \rangle_f = \frac{\text{Tr}(\Omega T_{21})}{\text{Tr}\Omega}; \quad \tau_{22} = \langle T_{22} \rangle_f = \frac{\text{Tr}(\Omega T_{22})}{\text{Tr}\Omega}. \quad (4.43)$$

Величини τ_{2M} ($M=0;1;2$) подібні до дейтронних тензорних t_{2j} поляризацій (4.30)-(4.32) [321, 325, 422]. Причому по структурі величина $\text{Tr}\Omega$ подібна до фактору

$$S = A + Btg^2\left(\frac{\theta_e}{2}\right), \quad \text{де } A \text{ і } B \text{ – структурні функції. Компоненти (4.39)-(4.42) для}$$

диференціального перерізу (4.38) складаються із дейтронних формфакторів G_i .

Для розрахунків компонент (4.39)-(4.43) для диференціального перерізу з урахуванням поляризаційних ефектів використано ХФД (3.54) для потенціалу Reid93 [3]. Результати [36] отриманих компонент (4.39)-(4.43) приведено на Рис. 4.21. Тут $\theta=70^\circ$ – кут розсіяння електронів. Інтервал імпульсів становить до 7 fm^{-1} .

Результати розрахунків компонент τ_{2M} приведено в 3D форматі (Рис. 4.22). Для компоненти $\tau_{21}(p, \theta)$ характерний горб, а для $\tau_{22}(p, \theta)$ присутня яма.

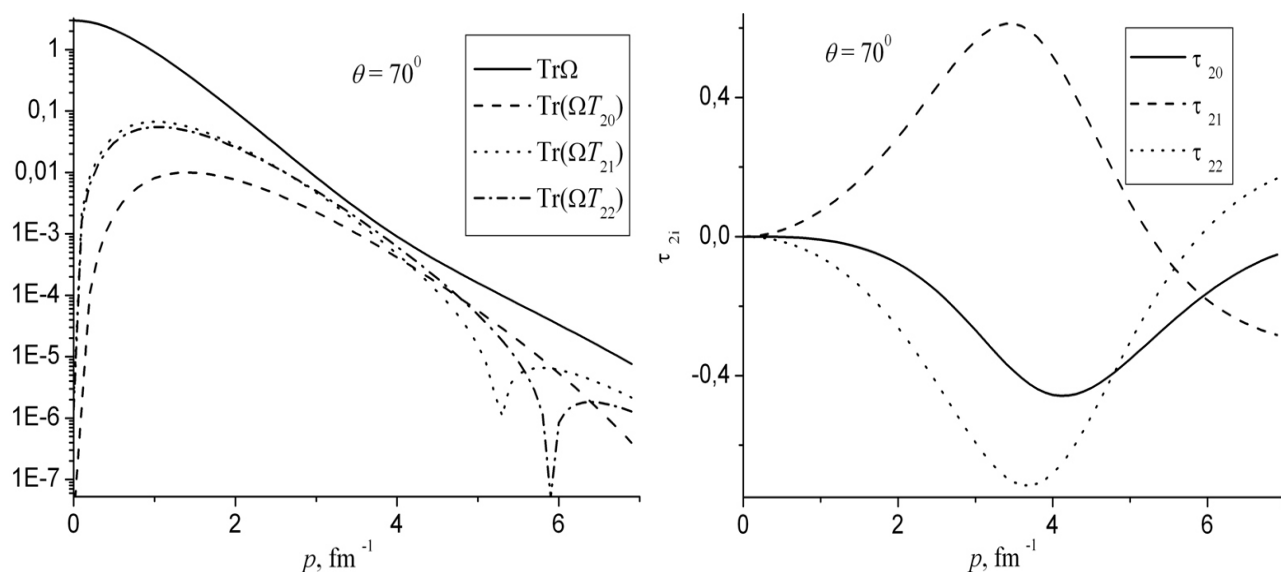


Рис. 4.21. Компоненти (4.39)-(4.42) і (4.43) для диференціального перерізу (4.38)

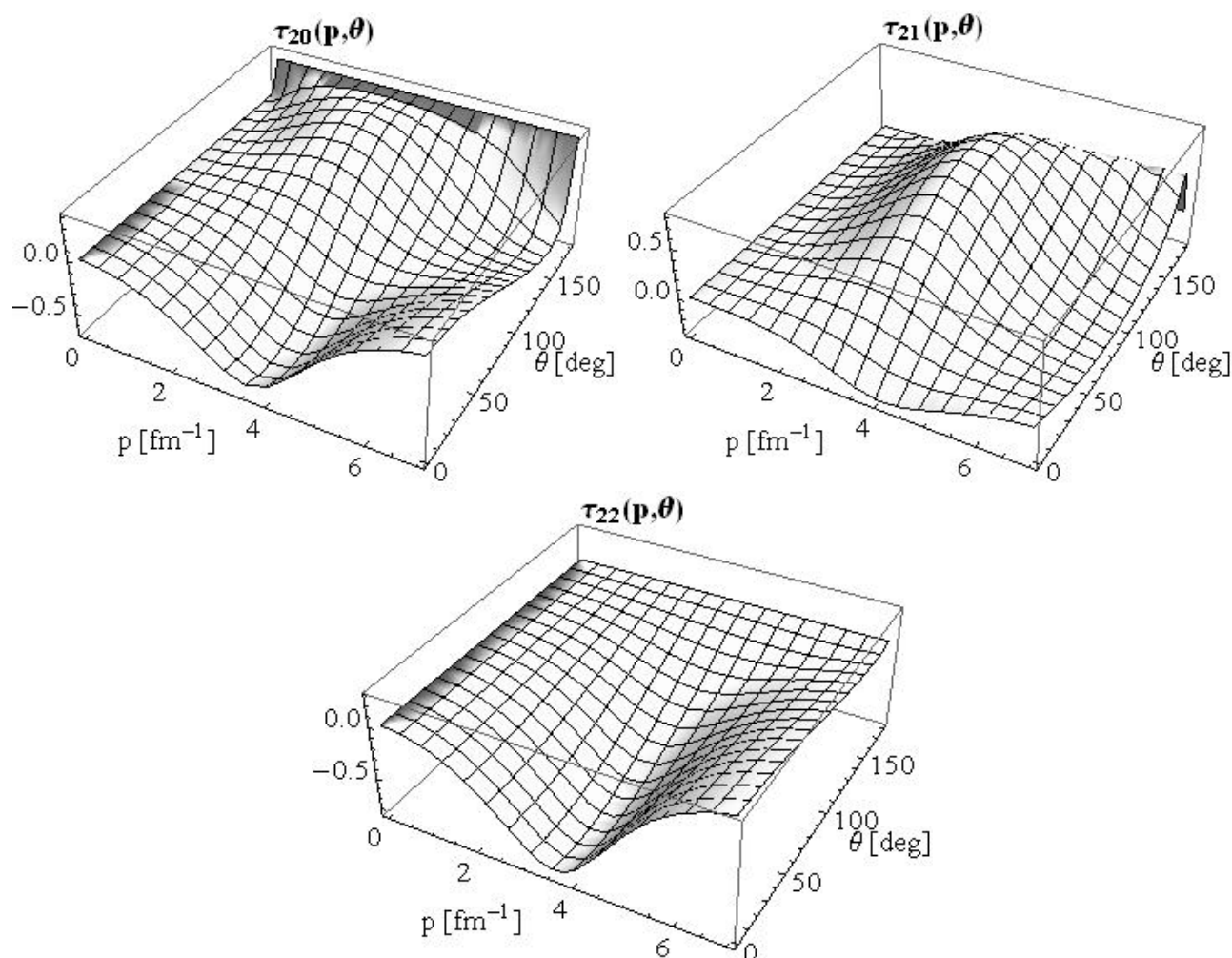


Рис. 4.22. Імпульсно-кутова залежність компонент $\tau_{2M}(p, \theta)$

Після розрахунку дейтронних тензорних поляризацій t_{2i} (Рис. 4.20) та порівняння їх в 3D форматі з компонентами τ_{2M} диференціального перерізу (Рис. 4.22) можна краще пояснити і проілюструвати закономірності пружного ed - розсіяння.

4.6. Поляризаційні характеристики дейтрона та їх асиметрія

Вимірювання поляризаційних характеристик реакції фрагментації дейтрона $A(d,p)X$ при проміжкових та високих енергіях залишається одним із основних інструментів для дослідження внутрішньої структури дейтрона. У рамках моделі однонуклонного обміну залежність компоненти тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} повністю визначається ХФД в імпульсному представленні [438]:

$$T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{2}u(p)w(p) - w(p)^2}{u(p)^2 + w(p)^2}. \quad (4.44)$$

Запис (4.44) для T_{20} такий самий як і в роботі [439]. Експериментально компонента T_{20} визначається через перерізи, що відповідають проекціям спіну (+, 0, -1) початкового дейтрона на вісь, направлену вздовж падаючого пучка [438]:

$$T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_+ + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_- - 2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_+ + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_- + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0}.$$

Аналізуюча здатність реакції на тензорно поляризованому пучку (для випадку, коли вісь квантування перпендикулярна імпульсу) пов'язана із перерізами співвідношенням [440] $\frac{\sigma^\pm}{\sigma^0} = 1 - \frac{1}{2} \rho_{20}^\pm T_{20}$.

Крім тензорної аналізуючої здатності T_{20} , по ХФД в імпульсному представленні визначається поляризаційна передача в пружному dp - розсіянні назад (коефіцієнт передачі поляризації від векторно поляризованого дейтрона до протона) [441]

$$\kappa_0 = \frac{u(p)^2 - w(p)^2 - u(p)w(p)/\sqrt{2}}{u(p)^2 + w(p)^2}. \quad (4.45)$$

Коефіцієнт передачі поляризації від дейтрона до протона [440, 442] $\kappa_0 \equiv \left. \frac{P_p}{P_z} \right|_{P_z=0}$ визначається векторною P_z і тензорною P_{zz} поляризаціями дейтронного пучка і

поляризацією протона P_p . Якщо виключати $u(p)$ і $w(p)$ із виразів (4.44) і (4.45), то отримують рівняння кола [442, 443]: $\left(T_{20} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \kappa_0^2 = \frac{9}{8}$.

4.6.1. Розрахунок величин T_{20} , κ_0 , R_T-1 , A_{zz}

Розрахована величина компоненти тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} (Рис. 4.23) [17, 46] для потенціалів Reid93 і Argonne v18 добре корелює з експериментальними результатами [444], а тензорна аналізуюча здатність A_{yy} в імпульсному представленні співрозмірна з експериментальними і теоретичними результатами [445] для Парижського і Боннського потенціалів.

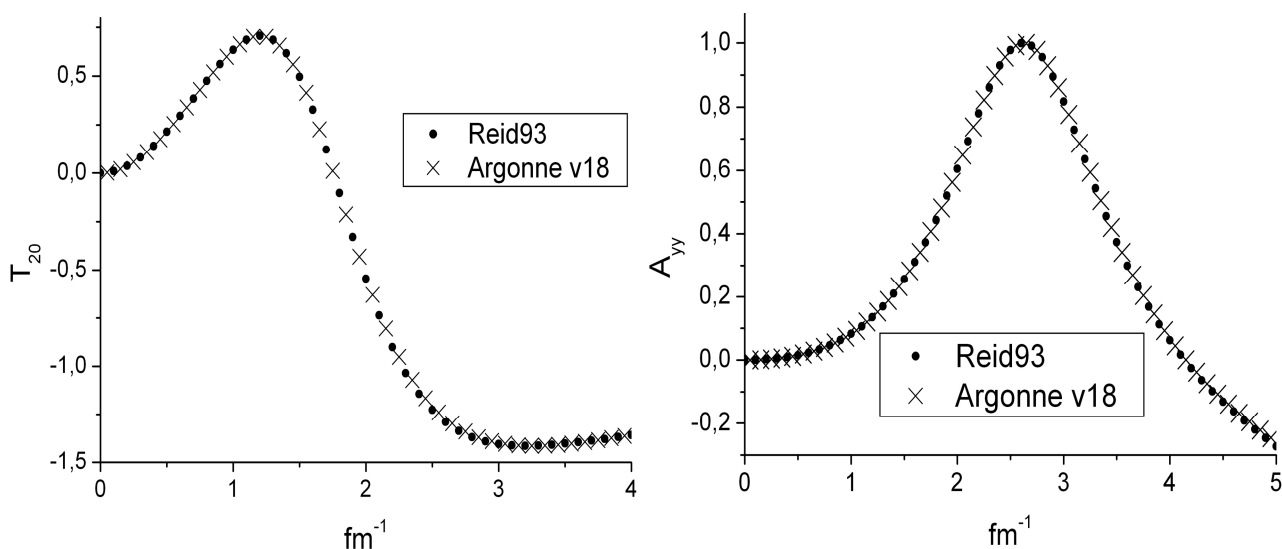


Рис. 4.23. Компонента тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} і тензорна аналізуюча здатність A_{yy} для потенціалів Reid93 і Argonne v18

На Рис. 4.24 і 4.25 приведено результати розрахунків таких поляризаційних характеристик дейтрона (див. [438]) як компонента тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} (4.44) і поляризаційна передача κ_0 (4.45), отриманих по ХФД для аналітичних форм Дубовіченко (3.16) (див. [10, 12, 19]) та розкладів виду (3.54) (див. [18]). Різниця тільки у високо імпульсній компоненті величин.

Експериментальне значення тензора поляризованої твердої ND_3 мішені для пружного ed - розсіяння визначається як [360, 446]

$$R_{EXP} = \frac{d\sigma_{pol}}{d\sigma_{unp}} = 1 + P_{zz} \left(\frac{d\sigma_T - d\sigma_{unp}}{d\sigma_{unp}} \right) = 1 + P_{zz} (R_T - 1),$$

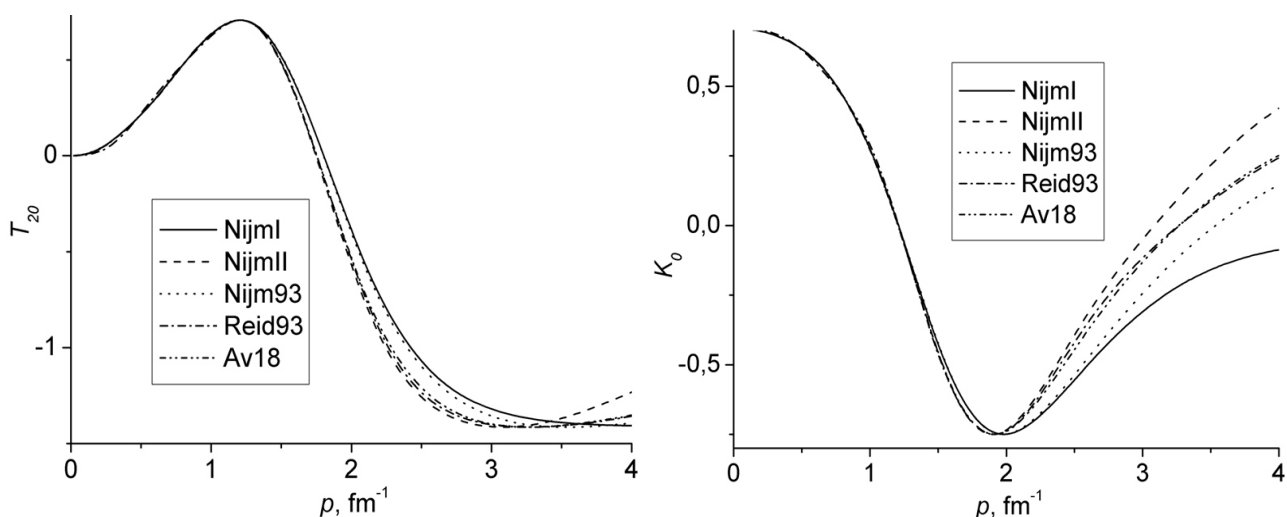


Рис. 4.24. Компонента тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} і поляризаційна передача K_0 , розраховані по ХФД (3.16)

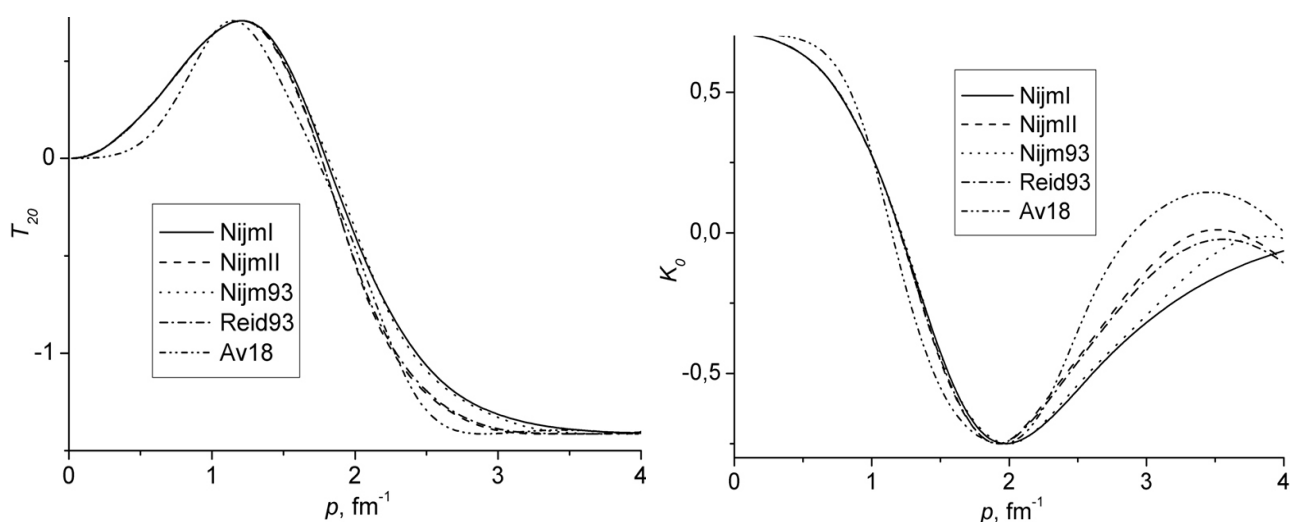


Рис. 4.25. Компонента тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} і поляризаційна передача K_0 , розраховані по ХФД (3.54)

де P_{zz} – тензорна поляризація дейтронів мішені; $d\sigma_T$ – тензорно поляризований пружний переріз, коли вісь квантування спіну орієнтована в площині ed -розсіяння, перпендикулярній віртуальному фотону. Теоретичні значення тензора поляризованої мішені визначаються як [360]

$$R_T - 1 = \frac{x + 0.5x^2}{1 + 2x^2} \quad \text{при} \quad x = \frac{2}{3} \eta \frac{G_Q}{G_C}. \quad (4.46)$$

По ХФД в імпульсному представленні можна знайти тензор асиметрії [447]

$$A_{zz} \propto \frac{\frac{1}{2} w^2(p) - \sqrt{2} u(p) w(p)}{u^2(p) + w^2(p)}. \quad (4.47)$$

Експериментальне значення поляризованого тензора асиметрії пов'язане із позитивною тензорною поляризацією P_{zz} при неполяризованому пучку електронів[448]:

$$A_{zz} = \frac{2}{P_{zz}} \left(\frac{\sigma_p - \sigma_u}{\sigma_u} \right), \text{ де } \sigma_p (\sigma_u) - \text{ поляризований (неполяризований) переріз.}$$

Використовуючи ХФД (3.54) для потенціалу Reid93, в [21] було розраховано величини тензора поляризованої мішені (4.46) і тензора асиметрії (4.47). Як видно з Рис. 4.26, теоретичні розрахунки тензора поляризованої мішені R_{T-1} добре узгоджуються з експериментальними даними [360]

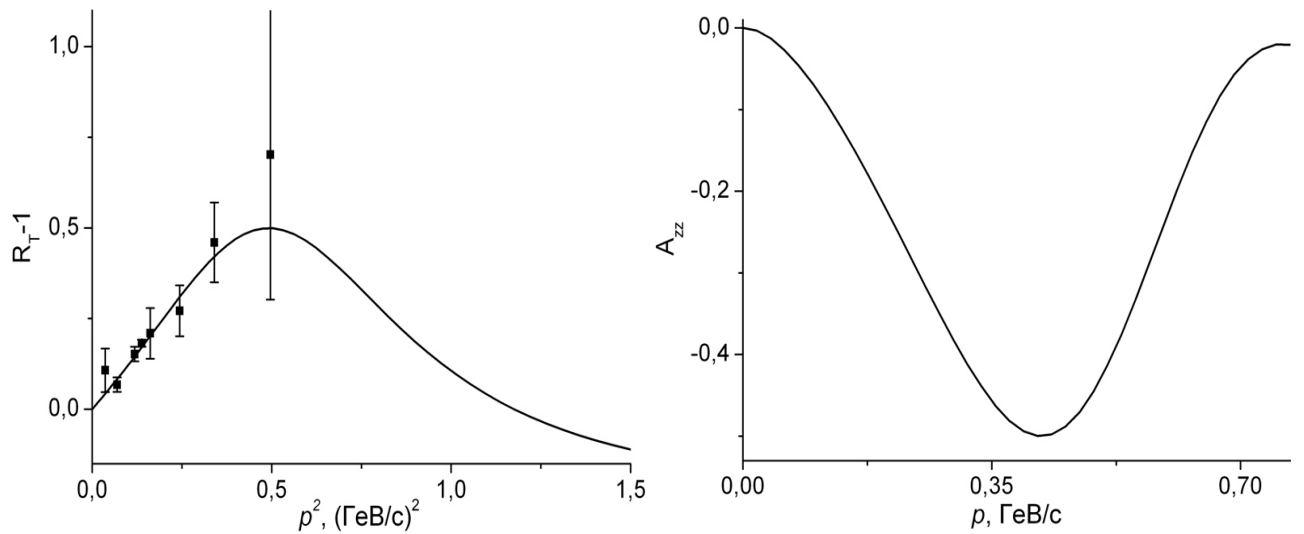


Рис. 4.26. Тензор поляризованої мішені R_{T-1} і тензор асиметрії A_{zz}

4.6.2. Асиметрія тензорної і векторної поляризацій

В [14] приведено огляд робіт [186, 325, 449-452] по асиметрії поляризаційних характеристик в фотодезінтеграції дейтрона $\gamma(d,n)p$, в nd -, ed - і pd - розсіяннях. Зокрема в [191] описано кутову асиметрію тензорної поляризації t_{20} . Показано, що вона майже незалежна від вільних нуклонних формфакторів і, зокрема, від маловідомого нейтронного електричного формфактора. Також знайдено, що величина t_{20} слабо залежить від кута розсіяння до $\theta_e \approx 120^\circ$, оскільки її значення майже ті самі в цій області. Це чітко випливає з рівняння (4.30), тому що t_{20} прямує до константи $-1/\sqrt{8}$.

В [191, 436] приведені величини кутової (при $\theta_e = 10^\circ, 40^\circ, 70^\circ, 90^\circ, 120^\circ$) та імпульсної асиметрій для компонент векторної t_{1i} і тензорної t_{2j} поляризацій.

Розрахунки проводились по ХФД для CD-Bonn, Nijm-93, OSBER, AV18 та Paris потенціалів. Слід відмітити, що в [436] величини t_{1i} і t_{2j} називають подвійними і одиночними спіновими асиметріями в пружному ed - розсіянні.

В [55] приведено результати розрахунків асиметрій повного набору тензорної t_{2j} і векторної t_{1i} дейтронних поляризацій (4.30)-(4.34). Для чисельних обчислень використано ХФД (3.54) для потенціалів Nijm 1, Nijm 2, Nijm93, Reid93, Argonne v18 [3, 9] і ХФД для потенціалів ОВЕРС [136], МТ [453] і Paris [122]. В діапазоні імпульсів до 7 fm^{-1} розрахована кутова асиметрія. Аналізуються величини асиметрії t_{ij} по типу поляризації і між собою. Кутова й імпульсна асиметрії дейтронних поляризацій частково досліджені в [30] для Argonne v18 і в [14] для Reid93.

Як видно на Рис. К.1 і К.2 (Додаток К), векторні t_{1i} поляризації сильно залежать від кута розсіяння θ_e . Тобто наявна кутова асиметрія для обох компонент векторної поляризації t_{10} і t_{11} . Крім цього, при $p > 2.5 \text{ fm}^{-1}$ вони залежать також від вибору потенціалу NN - взаємодії. Мінімальні значення для t_{10} і t_{11} розташовані в області $p=4$ і 6 fm^{-1} відповідно. Порівняння векторних поляризацій вказує на той факт, що асиметрія t_{10} менша за асиметрія t_{11} при однакових кутах.

На відміну від векторних поляризацій t_{1i} , дейтронна тензорна поляризація t_{20} (Рис. К.3) слабо залежить від кута розсіяння. Тобто кутова асиметрія для t_{20} мало інтенсивна і слабо чутлива до кута розсіяння. Величина t_{20} має постійне граничне значення 0.3-0.7 при відсутності кутової асиметрії і незалежності від формфакторів дейтрона. Мінімальне значення для t_{20} знаходиться в області імпульсів $p=3-4 \text{ fm}^{-1}$.

Тензорні поляризації t_{21} і t_{22} (Рис. К.4 і К.5) характеризуються кутовою асиметрією, яка більш виражена для t_{22} при великих кутах. Асиметрії для t_{21} і t_{22} при зростанні кута розсіяння описуються кривими з прогресуючою опуклістю та вгнутістю з максимумом та мінімумом при $p \approx 4 \text{ fm}^{-1}$ відповідно. Величини t_{20} і t_{21} дають більший вклад по абсолютній величині в суму перерізу при однакових кутах розсіяння, а t_{22} матиме на порядок менше значення.

Результати імпульсної асиметрії [14] для векторних t_{1i} дейтронних поляризацій приведено на Рис. К.6.

4.6.3. Асиметрія поляризаційних характеристик κ_0 , T_{2M} і R

Спінові спостережувані T_{20} , κ_0 , K_{xy} , K_{yy} , C_{yy} в пружному dp - розсіянні назад при проміжкових та високих енергіях були досліджені в [454] за допомогою методу інваріантної амплітуди в наближенні одностуклонного обміну. Неузгодженості між теоретичними розрахунками і експериментальними даними для кореляції κ_0 - T_{20} здебільшого знівельовані включенням ефектів для уявних частин абсорбції в інваріантних амплітудах. Імпульсна залежність експериментально визначених T_{20} і κ_0 для системи протон-нейтрон пояснена обчисленням із специфікацією ядерних потенціальних моделей.

Тензорна аналізуюча здатність і поляризаційна передача отримані в рамках методу інваріантної амплітуди записуються як [454]

$$T_{20} = \{2\sqrt{2}R \cos \Theta - R^2 - 32R'^2 + 12RR' \cos(\Theta' - \Theta)\} / N_R, \quad (4.48)$$

$$\kappa_0 = \{\sqrt{2} - R \cos \Theta - 4R' \cos \Theta' - 3\sqrt{2}RR' \cos(\Theta' - \Theta) - 30\sqrt{2}R'^2\} / N_R, \quad (4.49)$$

де $N_R = \sqrt{2} + 2\sqrt{2}R^2 + 34\sqrt{2}R'^2 - 4R' \cos \Theta'$; $R = \frac{4|\rho|}{4 + \rho^2}$; $R' = \frac{\rho^2}{\sqrt{2}(4 + \rho^2)}$; $\rho = \frac{w(p)}{u(p)}$.

На Рис. 4.27 приведено порівняння з експериментальними даними [443] розрахованої нами величини κ_0 [14] в залежності від кутів (Θ, Θ') . Наявне добре співпадання між ними. При $\Theta = 0^\circ$ кореляція κ_0 - T_{20} отримана по формулі $T_{20} + \sqrt{8}\kappa_0$. Аналогічно до попередніх розрахунків використано ХФД (3.54) для потенціалу Reid93.

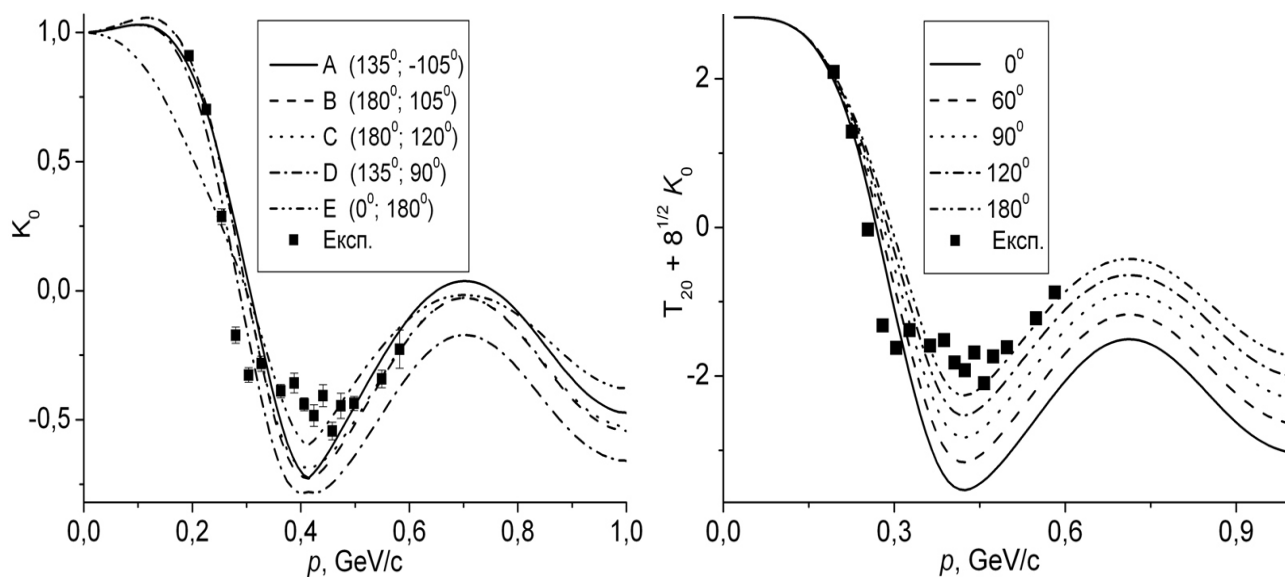


Рис. 4. 27. Поляризаційна передача κ_0 і кореляція $T_{20} + \sqrt{8}\kappa_0$

У роботі [455] досліджено компоненти тензорної аналізуючої здатності в фотонародженні негативного π^- мезона в реакції на дейтроні (процес $\gamma d \rightarrow \pi^- pp$):

$$T_{2M} = \frac{SpM\tau_{2M}M^+}{SpMM^+},$$

де τ_{2M} – сферичний спін-тензор в дейтронному матричному розкладі густини. Величина тензорної аналізуючої здатності T_{2M} визначається за ХФД в імпульсному представленні і кутом вильоту протона θ [455]

$$T_{20} = \frac{32\sqrt{2}u^2(p) - 16(3\cos(2\theta) + 1)u(p)w(p) + \sqrt{2}(-12\cos(2\theta) + 9\cos(4\theta) + 19)w^2(p)}{4[16u^2(p) - 4\sqrt{2}(3\cos(2\theta) + 1)u(p)w(p) - (6\cos(2\theta) + 9\cos(4\theta) - 23)w^2(p)]}; \quad (4.50)$$

$$T_{21} = 0; \quad T_{22} = -\frac{3\sqrt{3}\sin^2(\theta)w(p)(4\sqrt{2}u(p) + 3\cos(2\theta) + 5)w(p)}{16u^2(p) - 4\sqrt{2}(3\cos(2\theta) + 1)u(p)w(p) - (6\cos(2\theta) + 9\cos(4\theta) - 23)w^2(p)}. \quad (4.51)$$

Якщо кут вилітаючого протона θ задовольняє умову $1 + 3\cos(2\theta) = 0$ або $3\cos^2\theta - 1 = 0$, то вирази для T_{20} і T_{22} спрощуються і набувають такої форми:

$$T_{20} = \frac{2u^2(p) + w^2(p)}{2\sqrt{2}[u^2(p) + 2w^2(p)]}; \quad T_{22} = -\frac{\sqrt{3}w(p)[\sqrt{2}u(p) + w(p)]}{2[u^2(p) + 2w^2(p)]}. \quad (4.52)$$

На Рис. 4.28 представлена імпульсна асиметрія тензорних аналізуючих здатностей T_{20} і T_{22} . Слід зауважити, що спостерігається симетрія величин T_{20} і T_{22} відносно кута 90° . На відміну від розрахунків в [455] (розрахунки T_{2i} для потенціалів Bonn і Paris та для параметризації DWF-Certov), в [14] проведено обчислення для потенціалу Reid93 в більш широкому діапазоні імпульсів та кутів θ .

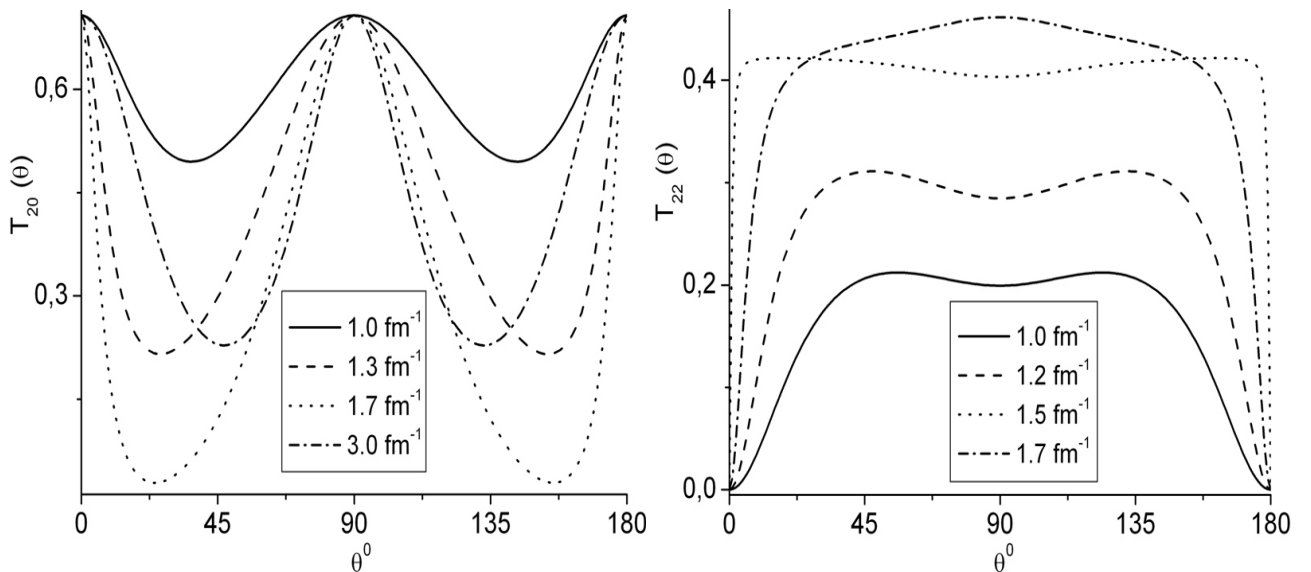


Рис. 4.28. Імпульсна асиметрія тензорних аналізуючих здатностей T_{20} і T_{22}

Експерименти по дослідженню поляризації дейтронів віддачі націлені на вимірювання компоненти тензорної поляризації t_{20} і відношення R [456]. Специфічною особливістю цих характеристик є те, що вони не залежать від нуклонних формфакторів, і в межах певних понять і концепцій їх поведінку визначає функція відносного руху нуклонів. У роботі [456] показано, що для пружного ed - розсіяння мала 5-8% домішка шести-кваркової компоненти в ХФД зрештою вносить значну зміну в поведінку функції електричної структури $A(p^2)$, тензорної поляризації T_{20} і відношення R . Спостерігається чітка якісна зміна цих поляризаційних характеристик в області великих імпульсів $25 \text{ fm}^{-2} < p^2 < 120 \text{ fm}^{-2}$.

Теоретичне значення тензорної поляризації [360, 456]

$$t_{20} = \frac{1+x}{\sqrt{2}(1+x^2/8)} \text{ або } t_{20} = -\sqrt{2} \frac{2y+y^2}{1+2y^2} \quad (4.53)$$

визначаються співвідношеннями дейтронних формфакторів $x = \sqrt{8} \frac{G_c}{G_Q}$; $y = \frac{2}{3} \eta \frac{G_Q}{G_c}$.

Аналогічно до t_{20} відношення R для векторної P_x і тензорної P_{xz} поляризацій задається зручним виразом [456, 457]

$$R = \frac{P_x}{P_{xz}} = \frac{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sqrt{1+\eta}}{9 \sqrt{1+\eta \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}} [1+x] \text{ при } x = \sqrt{8} \frac{G_c}{G_Q}. \quad (4.54)$$

На Рис. 4.29 проілюстрована кутова асиметрія R , отримана по ХФД (3.54) для потенціалу Reid93. Розрахунки проведено в інтервалі імпульсів до $p=14 \text{ fm}^{-1}$.

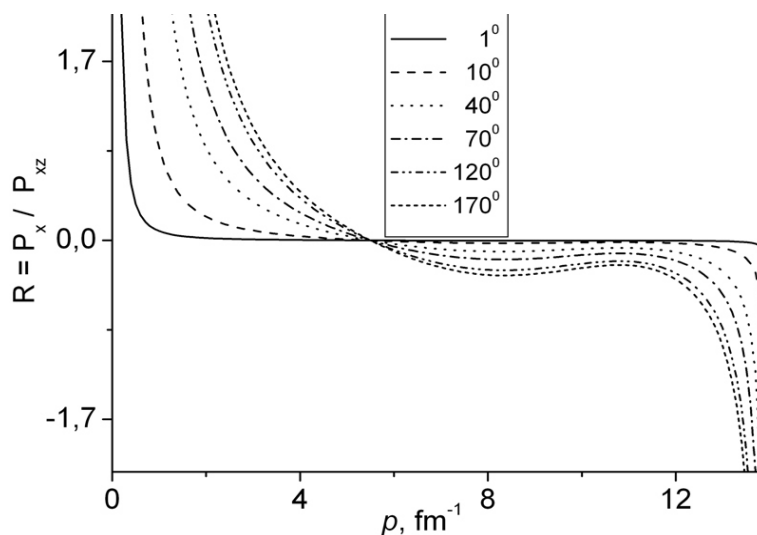


Рис. 4.29. Асиметрія R

4.6.4. Векторні і тензорні асиметрії ed - розсіяння в Борнівському наближенні

В останні роки залишається актуальною задача дослідження лептонних радіаційних поправок до пружного дейтрон-електронного розсіяння [458]. Щоб отримати радіаційні поправки до поляризаційних спостережуваних для реакції $e^-(k_1) + d(p_1) \rightarrow e^-(k_2) + d(p_2)$, необхідно параметризувати стан поляризації мішені в термінах 4-моменту частинок в цій реакції [459]. Стан поляризації мішені описують 4-вектор s_μ поляризації дейтрону і тензор квадрупольної поляризації $p_{\mu\nu}$. Така параметризація для стану поляризації залежить від напрямів, по яких визначаються поздовжні та поперечні компоненти поляризації дейтрона в нерухомій системі. Величина s_μ описує векторну поляризацію дейтрона. Поздовжній $s^{(L)}$ і поперечний $s^{(T)}$ поляризаційний 4-вектори визначаються як [459]

$$s_\mu^{(T)} = \frac{(4\tau + \rho)k_{1\mu} - (1 + 2\tau)q_\mu - (2 - \rho)p_{1\mu}}{\sqrt{Vc(4\tau + \rho)}}; \quad s_\mu^{(L)} = \frac{2\tau q_\mu - \rho p_{1\mu}}{M_D \sqrt{\rho(4\tau + \rho)}}.$$

Тут $c = 1 - \rho - \rho\tau$; $\rho = \frac{p^2}{V}$; $\tau = \frac{m_d^2}{V}$. Для задачі «радіаційні поправки до поляризаційних спостережуваних в пружному ed - розсіянні в лептонних змінних» розглядалися п'ять Борнівських значень векторних A_B^L , A_B^T і тензорних A_B^{LL} , A_B^{TT} , A_B^{LT} асиметрій [459]. Спінзалежні частини перерізу визначається векторною поляризацією початкового дейтрону і поздовжньою поляризацією електронного пучка [459, 460]

$$\frac{d\sigma_B^L}{dp^2} = \frac{\pi}{\varepsilon_2^2} \eta \sigma_{NS} \sqrt{(1 + \eta) \left(1 + \eta \sin^2 \left(\frac{\theta_e}{2} \right) \right)} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_e}{2} \right) \sec \left(\frac{\theta_e}{2} \right) G_M^2;$$

$$\frac{d\sigma_B^T}{dp^2} = 2 \frac{\pi}{\varepsilon_2^2} \sigma_{NS} \sqrt{\eta(1 + \eta)} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_e}{2} \right) G_M \left(G_C + \frac{\eta}{3} G_Q \right);$$

де $\eta = \frac{p^2}{4m_d^2}$; ε_2 – енергія розсіяного електрона; $G_C(p)$, $G_Q(p)$, $G_M(p)$ – формфактори дейтрона; $G = 2G_C + \frac{2}{3}\eta G_Q$; θ_e – кут розсіяння електрона. У лабораторній системі ці вирази перерізів визначають компоненти асиметрій (або коефіцієнтів спінової кореляції) в пружному ed - розсіянні в Борнівському наближенні [460]. Ці асиметрії утворюються завдяки векторній поляризації дейтронної мішені (відповідно поздовжньому і поперечному напрямку спінових

4-векторів) і поздовжній поляризації електронного пучка [459]

$$A_B^L = -\eta \sqrt{(1+\eta) \left(1 + \eta \sin^2 \left(\frac{\theta_e}{2}\right)\right)} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_e}{2}\right) \sec \left(\frac{\theta_e}{2}\right) G_M^2 I_0^{-1}; \quad (4.55)$$

$$A_B^T = -2\sqrt{\eta(1+\eta)} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_e}{2}\right) G_M \left(G_C + \frac{\eta}{3} G_Q\right) I_0^{-1}; \quad (4.56)$$

де $I_0 = A + B \operatorname{tg}^2(\theta_e/2)$. Тут A і B – структурні функції дейтрона. Співвідношення між векторною поздовжньою і поперечною асиметрією поляризації записується як [459]

$$\frac{A_B^L}{A_B^T} = \sqrt{\eta \left(1 + \eta \sin^2 \left(\frac{\theta_e}{2}\right)\right)} \sec \left(\frac{\theta_e}{2}\right) \frac{G_M}{G}.$$

Частина перерізу в Борнівському наближенні залежить від тензорної поляризації дейтронної мішені [459, 460]. У лабораторній системі вона приводить до наступних трьох асиметрій (або аналізуючих здатностей) в пружному ed - розсіянні, викликаному тензорною поляризацією дейтронної мішені і неполяризованого електронного пучка [460]

$$\frac{d\sigma_B^p}{dp^2} = \frac{\pi}{\varepsilon_2^2} \sigma_{NS} [S_{LL} R_{LL} + S_{TT} (R_{TT} - R_{NN}) + S_{LT} R_{LT}]$$

або ця формула представлено в [459] як $I_0 A_B^p = A_B^{LL} R_{LL} + A_B^{TT} (R_{TT} - R_{NN}) + A_B^{LT} R_{LT}$, де A_B^{LL} , A_B^{TT} , A_B^{LT} – тензорні асиметрії поляризації:

$$A_B^{LL} = \frac{1}{2} \left\{ 8\eta G_C G_Q + \frac{8}{3} \eta^2 G_Q^2 + \eta \left[1 + 2(1+\eta) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta_e}{2}\right) \right] G_M^2 \right\} I_0^{-1}; \quad (4.57)$$

$$A_B^{TT} = \frac{1}{2} \eta G_M^2 I_0^{-1}; \quad A_B^{LT} = -4\eta \sqrt{\eta + \eta^2 \sin^2 \left(\frac{\theta_e}{2}\right)} \sec \left(\frac{\theta_e}{2}\right) G_Q G_M I_0^{-1}. \quad (4.58)$$

Між компонентами S_{ij} і A_B^{ij} наявний наступний зв'язок $\frac{\pi}{\varepsilon_2^2} \sigma_{NS} S_{ij} = \frac{A_B^{ij}}{I_0}$.

З використанням ХФД (3.54) для потенціалів Nijm 1, Nijm 2, Nijm93, Reid93, Argonne v18 [3, 9] і ХФД для потенціалів ОВЕРС [136], МТ [453] і Paris [122] розраховано [32] Борнівські значення векторних A_B^L , A_B^T і тензорних A_B^{LL} , A_B^{TT} , A_B^{LT} асиметрій, які необхідні для оцінки радіаційних поправок до поляризаційних спостережуваних в пружному ed - розсіянні в лептонних змінних. Рис. Л.1–Л.5 Додатку Л ілюструють величини векторної і тензорної асиметрій (точніше це буде кутова залежність чи

асиметрія для величин A_B^i , A_B^{ij}). Кутова залежність векторних A_B^i та тензорних A_B^{ij} асиметрій чітко виражена і сильно проявляється для всіх цих потенціалів.

Імпульсно-кутова залежність значень векторних $A_B^i(p, \theta)$ та тензорних $A_B^{ij}(p, \theta)$ асиметрій у 3D форматі для потенціалу Reid93 наведена на Рис. 4.30 і 4.31.

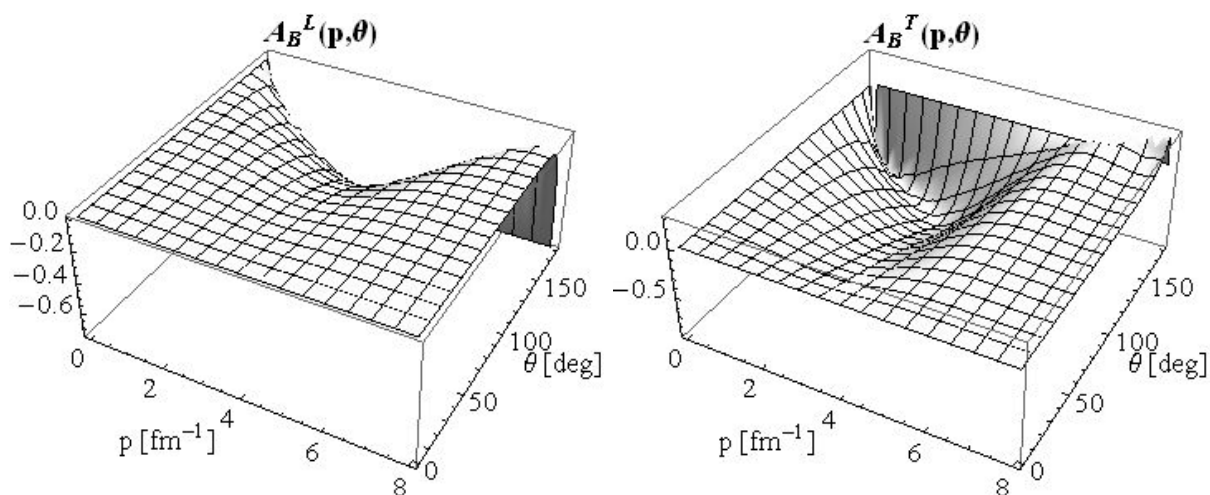


Рис. 4.30. Векторні асиметрії A_B^L , A_B^T для потенціалу Reid93

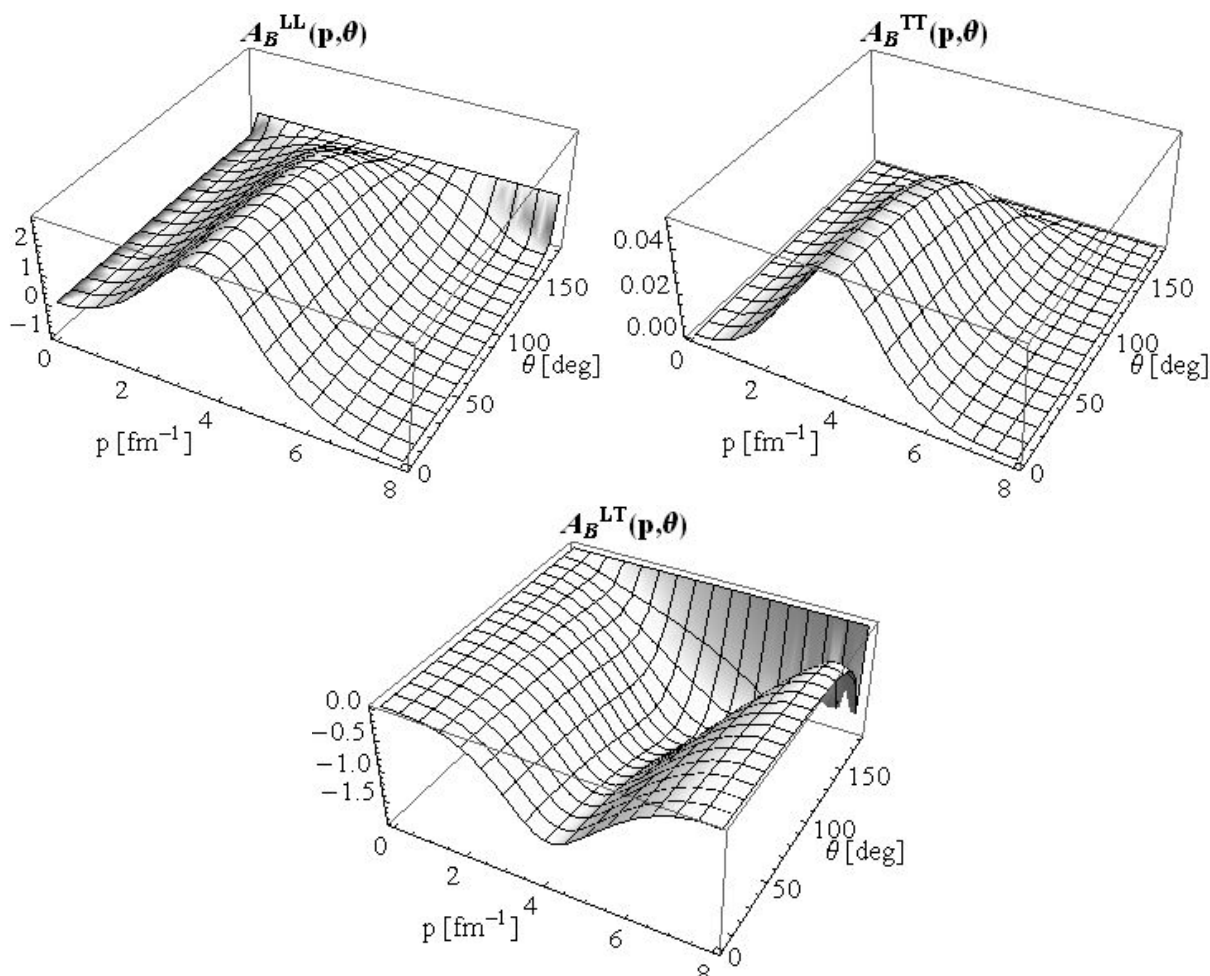


Рис. 4.31. Тензорні асиметрії A_B^{LL} , A_B^{TT} , A_B^{LT} для потенціалу Reid93

Тут для тензорних асиметрій A_B^{LL} і A_B^{TT} спостерігається горб (пік) при $3.5-4 \text{ fm}^{-1}$ в інтервалі кутів $0-180^\circ$. Для тензорної асиметрії A_B^{LT} навпаки наявна яма.

Отримані коефіцієнти векторної і тензорної асиметрії можуть бути застосовані для порівняння з двома наборами компонент для перерізів [459]

$$\frac{d\sigma_B^\beta}{dp^2} = V_{\beta A}(-\theta) \frac{d\sigma_B^A}{dp^2} \text{ при } A=L, T \text{ і } \beta=l, t;$$

$$\frac{d\sigma_B^\beta}{dp^2} = T_{\beta A}(-\theta) \frac{d\sigma_B^A}{dp^2} \text{ при } A=LL, TT, LT \text{ і } \beta=ll, tt, lt$$

для 4-векторів поляризації $s_\mu^{(l)} = \frac{2\tau k_{1\mu} - p_{1\mu}}{m_d}$; $s_\mu^{(n)} = s_\mu^{(N)}$; $s_\mu^{(t)} = \frac{k_{2\mu} - (1-\rho - 2\rho\tau)k_{1\mu} - \rho p_{1\mu}}{\sqrt{Vc\rho}}$.

4.7. Поляризаційні характеристики в $A(d,d')X$ - реакції

Експериментальне визначення величин поляризаційних характеристик реакції фрагментації дейтрона $A(d,p)X$ та (d,d') - реакції (непружного розсіяння дейтрона на ядрах [333]) залишаються одним з основних інструментів дослідження структури дейтрона. В огляді [15] описано особливості експериментального одержання поляризаційних характеристик в реакції фотодезінтеграції тензорно-поляризованого дейтрона [355], в когерентнім фотонародженні нейтрального піона π^0 на тензорно-поляризованому дейтроні [192, 355], в (d,p) - розсіянні [461, 462], в neprужнім (d,d') - та пружнім (d,d) - розсіяннях на легких, середніх і важких ядрах [463-471]. Крім цього, реакції neprужного розсіяння дейтронів використовують також для вивчення властивостей баріонних резонансів [333].

Для оцінки поляризаційних спостережуваних в $A(d,d')X$ - реакції можна застосувати моделі імпульсного наближення плоских хвиль та обміну ω -мезоном.

4.7.1. Модель імпульсного наближення плоских хвиль

У рамках моделі імпульсного наближення плоских хвиль (ІНПХ або PWIA) авторами [333] аналізуються раніше одержані експериментальні дані [472] тензорної і векторної аналізуючих здатностей в реакції neprужного розсіяння дейтронів на вуглеці при початковому імпульсі дейтрона $9 \text{ GeV}/c$ і куті детектування вторинних дейтронів 85 мрад в області збудження резонансу масою $2190 \text{ MeV}/c^2$.

Результати експериментального дослідження тензорної A_{yy} та векторної A_y аналізуючих здатностей при непружному розсіянні дейтронів з імпульсом 4.5 ГеВ/с на берилію під кутом 80 мрад поблизу збудження баріонних резонансів приведені в [473]. Значення A_{yy} добре узгоджуються з даними експериментів при нульовому куті і демонструють приблизне t - масштабівання до ~ 0.9 (ГеВ/с)². В [474] приведено експериментальні дані аналізуючих здатностей в непружному розсіянні дейтронів з імпульсом 5.0 ГеВ/с на берилії під кутом 178 мрад в околі збудження баріонних резонансів масою до ~ 1.8 ГеВ/с². Причому дані величини A_{yy} добре корелюють з попередніми результатами при 4.5 і 5.5 ГеВ/с. Результати цих експериментів порівнюються з прогнозами моделей з множинним розсіянням, ІНПХ та моделями обміну ω -мезонами.

В роботі [475] виміряна кутова залежність аналізуючих здатностей в непружному розсіянні дейтронів з імпульсом 9.0 ГеВ/с на водню та вуглеці. Діапазон вимірювань відповідає баріонному резонансному збудженню з масою ~ 2.2 - 2.6 ГеВ/с². Ці ж дані демонструють приблизне t - масштабівання до ~ 1.5 (ГеВ/с)². Великі значення величини A_y вказали на значну роль спінзалежної частини елементарної амплітуди реакції $NN \rightarrow NN^*$.

Величини тензорної A_{yy} і векторної A_y аналізуючих здатностей можуть бути експериментально отримані з чисел дейтронів n^+ , n^- , n^0 , зареєстрованих для різних мод поляризації пучка p_z , p_{zz} і нормованих на інтенсивність пучка з урахуванням ефекту мертвого часу установки [474]:

$$A_{yy} = 2 \frac{p_z^-(n^+ / n^0 - 1) - p_z^+(n^- / n^0 - 1)}{p_z^- p_{zz}^+ - p_z^+ p_{zz}^-}; \quad A_y = -\frac{2}{3} \frac{p_{zz}^-(n^+ / n^0 - 1) - p_{zz}^+(n^- / n^0 - 1)}{p_z^- p_{zz}^+ - p_z^+ p_{zz}^-}.$$

Тензорна і векторна аналізуючі здатності в ІНПХ теоретично розраховується по наступним формулам [333]:

$$A_{yy} = \frac{T_{00}^2 - T_{11}^2 + 4P^2 T_{10}^2}{T_{00}^2 + 2T_{11}^2 + 4P^2 T_{10}^2}; \quad (4.59)$$

$$A_y = 2\sqrt{2}P \frac{(T_{11} + T_{00})T_{10}}{T_{00}^2 + 2T_{11}^2 + 4P^2 T_{10}^2}; \quad (4.60)$$

де $T_{ij}(p/2)$ – амплітуди, які визначаються по радіальним ХФД в координатному

представленні $u(r)$ і $w(r)$:

$$T_{00} = S_0 + \sqrt{2}S_2; \quad T_{11} = S_0 - \frac{1}{\sqrt{2}}S_2; \quad T_{10} = \frac{i}{\sqrt{2}} \int_0^\infty \left(u^2 - \frac{w^2}{2}\right) j_0 dr + \frac{i}{2} \int_0^\infty w \left(u + \frac{w}{\sqrt{2}}\right) j_2 dr.$$

Тут S_0 і S_2 – сферичний (зарядовий) і квадрупольний формфактори дейтрона

$$S_0(p/2) = S_0^{(1)} + S_0^{(2)}; \quad S_2(p/2) = 2S_2^{(1)} - \frac{1}{\sqrt{2}}S_2^{(2)},$$

виражаються через сферичні $S_0^{(i)}$ та квадрупольні $S_2^{(i)}$ формфактори (4.5) [333, 334].

В рамках ІНПХ також можна розрахувати величини тензор-тензорної та вектор-векторної передач поляризації відповідно [333]:

$$K_{yy} = \frac{5T_{11}^2 + T_{00}^2 - 8P^2T_{10}^2}{T_{00}^2 + 2T_{11}^2 + 4P^2T_{10}^2}; \quad (4.61)$$

$$K_y = 2 \frac{T_{00}T_{11} + 2P^2T_{10}^2}{T_{00}^2 + 2T_{11}^2 + 4P^2T_{10}^2}. \quad (4.62)$$

Згідно [333] у формулах (4.59), (4.60) і далі введений параметр $P=a \cdot p$ характеризує відношення спінзалежної і незалежної від спіну частин амплітуд процесу $NN \rightarrow NN^*(2190)$:

$$P = \frac{f^{sf}(p)}{f^{nf}(p)}. \quad (4.63)$$

Амплітуди $f^{sf}(p)$ і $f^{nf}(p)$ можуть бути параметризовані у формі [333]

$$f^{sf}(p) = i \sqrt{\frac{A_s}{\pi}} \exp\left(-\frac{B_s p^2}{2}\right); \quad f^{nf}(p) = i \sqrt{\frac{A_n}{\pi}} \exp\left(-\frac{B_n p^2}{2}\right);$$

де A_s, B_s, A_n, B_n – константи. Значення констант A_n і B_n можна визначити з експериментальних даних по збудженню резонансу $N^*(2190)$ в pp - взаємодіях. Якщо параметри B_s і B_n для експонент співпадають, тоді параметр P буде лінійною функцією. Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} згідно (4.59) слабо залежить від параметра P . Якщо спінзалежна частина амплітуди в формулі для параметра (4.63) рівна нулю, тоді формула (4.59) буде записана як [333]

$$A_{yy} = \frac{1}{2} \frac{S_2^2(p/2) + 2\sqrt{2}S_0(p/2)S_2(p/2)}{S_0^2(p/2) + S_2^2(p/2)}, \quad (4.64)$$

тобто A_{yy} визначається тільки сферичним і квадрупольним формфакторами дейтрона.

4.7.2. Модель обміну ω -мезоном

В рамках моделі обміну ω -мезоном [476, 477] тензорна аналізуюча здатність в непружному розсіянні дейтрона записується наступним чином [473, 478]

$$A_{yy} = \frac{V_1^2 + (2V_0V_2 + V_2^2)\rho}{4V_1^2 + (3V_0^2 + V_2^2 + 2V_0V_2)\rho}, \quad (4.65)$$

де $\rho = \sigma_L / \sigma_T$ – співвідношення перерізів поглинання нуклонами віртуальних ізоскалярних фотонів з поздовжньою та поперечною поляризацією [477]; структурні функції V_0 , V_1 і V_2 представлені через електричний G_C , магнітний G_M та квадрупольний G_Q формфактори дейтрона [476, 477]:

$$V_0 = \sqrt{1+\tau} \left(G_C - \frac{2}{3}\tau G_Q \right); \quad V_1 = \sqrt{\tau} G_M; \quad V_2 = \frac{\tau}{\sqrt{1+\tau}} \left[-G_C + 2 \left(1 - \frac{1}{3}\tau \right) G_Q \right], \quad (4.66)$$

де $\tau = -\frac{t}{4m_d^2}$. Співвідношення ρ характеризує відносну роль поздовжніх і поперечних ізоскалярних збуджень при переході $\omega + N \rightarrow X$. У випадку Ропер збудження [477]

$$\rho_R = \frac{|A_l^p + A_l^n|^2}{|A_{1/2}^p + A_{1/2}^n|^2},$$

де A_l^N ($A_{1/2}^N$) – поздовжній (поперечний) формфактор $P_{11}(1440)$ збудження на протоні ($N=p$) чи нейтроні ($N=n$). У випадку резонансного N^* збудження відношення ρ можна записати у формі [473, 477]

$$\rho_{N^*} = \frac{|A_l^p + A_l^n|^2}{|A_{1/2}^p + A_{1/2}^n|^2 + |A_{3/2}^p + A_{3/2}^n|^2} = \sigma_L / \sigma_T,$$

де $A_{1/2}^N$ і $A_{3/2}^N$ – два поперечні формфактори, що відповідають значенням загальної спіральності системи $\gamma^* + N$ відповідно 1/2 и 3/2. В роботі [478] зазначено, що тензорна аналізуюча здатність A_{yy} в моделі обміну ω -мезоном в t - каналі може бути представлена як сума двох частин, які визначаються електромагнітними властивостями дейтрона і формфакторами для $N \rightarrow N^*$ переходу.

В роботі [476] розраховано векторні (тензорні) коефіцієнти передачі поляризації $k_a^{a'}$ ($k_{aa}^{a'a'}$) (з $a=x, y$ або z) від початкових до кінцевих дейтронів для процесу $d + p \rightarrow d + X$ в σ - і ω - обмінних моделях:

$$k_{y'}^{y'} = k_{x'}^{x'} = \frac{3}{2} \frac{V_1^2 + (V_0 V_2 + V_0^2) \rho}{4V_1^2 + (3V_0^2 + V_2^2 + 2V_0 V_2) \rho}; \quad k_{z'}^{z'} = \frac{3}{2} \frac{V_1^2 + V_0^2 \rho}{4V_1^2 + (3V_0^2 + V_2^2 + 2V_0 V_2) \rho}; \quad (4.67.1)$$

$$k_{xx'}^{x'x'} = k_{yy'}^{y'y'} = k_{xy'}^{x'y'} = k_{yx'}^{y'x'} = \frac{V_0^2 \rho}{4V_1^2 + (3V_0^2 + V_2^2 + 2V_0 V_2) \rho}; \quad (4.67.2)$$

$$k_{zz'}^{z'z'} = \frac{-2V_1^2 + (V_0 + V_2)^2 \rho}{4V_1^2 + (3V_0^2 + V_2^2 + 2V_0 V_2) \rho}; \quad k_{xz'}^{x'z'} = k_{yz'}^{y'z'} = \frac{-2V_1^2 + (V_0^2 + 2V_0 V_2) \rho}{4V_1^2 + (3V_0^2 + V_2^2 + 2V_0 V_2) \rho}. \quad (4.67.3)$$

Зв'язок векторних коефіцієнтів передачі поляризації з тензорною аналізуючою

здатністю задається виразом [476] $-\sqrt{2}A_{yy} - \frac{3}{\sqrt{2}}k_{z'}^{z'} + \frac{9}{2\sqrt{2}}k_{y'}^{y'} = 0$.

Згідно результатів [476] найбільша чутливість значень $k_{y'}^{y'}$ до ρ знаходиться в області $p > 3 \text{ fm}^{-1}$, а положення нуля сильно залежить від величини ρ .

Граничні умови при $\rho \rightarrow 0$ для поляризаційних величин (4.65) і (4.67) записуються у вигляді $A_{yy} = \frac{1}{4}$; $k_{y'}^{y'} = \frac{3}{8}$; $k_{z'}^{z'} = \frac{3}{8}$; $k_{xx'}^{x'x'} = 0$; $k_{zz'}^{z'z'} = -\frac{1}{2}$; $k_{xz'}^{x'z'} = -\frac{1}{2}$. При умові $\rho \gg 0$ або нехтуванні вкладу магнітного формфактору V_1 поляризаційна здатність $T_{20} = -\sqrt{2}A_{yy}$ не залежить від ρ і співпадає з t_{20} для пружного ed - розсіяння.

В [479] приведено векторні коефіцієнти передачі поляризації для σ - продукту реакції $p + d \rightarrow p + \sigma + X$:

$$K_{y'}^{y'} = K_{x'}^{x'} = \frac{R}{4 + R}; \quad K_{z'}^{z'} = -\frac{-4 + R}{4 + R} \quad \text{при} \quad R^{-1} = \frac{V_1^2}{(3V_0^2 + V_2^2 + 2V_0 V_2) \rho}.$$

На практиці іноді зручніше використовувати саме парціальні перерізи σ_i або спін-фліп перерізи $\sigma_i^{(sf)}$ [333, 480], які характеризуються переверотом спіну і визначаються поляризаційними спостережуваними A_{yy} , K_{yy} , K_y :

$$\sigma_0 = \frac{1}{6}(2 + 3K_y + K_{yy}); \quad \sigma_1 = \frac{1}{9}(4 - (A_{yy} + P_{yy}) - 2K_{yy}); \quad \sigma_2 = \frac{1}{18}(4 + 2(A_{yy} + P_{yy}) - 9K_y + K_{yy}); \quad (4.68)$$

$$\sigma_0^{(sf)} = \frac{1}{3}(-1 - 2A_{yy} + 6K_y); \quad \sigma_1^{(sf)} = \frac{2}{3}(2 + A_{yy} - 3K_y); \quad \sigma_2^{(sf)} = 0. \quad (4.69)$$

Тут сума перерізів $\sigma_0 + \sigma_1 + \sigma_2 = 1$; P_{yy} – це тензорна поляризація вторинного дейтрона.

Зрештою поляризаційні спостережувані (4.68) можуть бути застосовані для визначення спінової структури процесів $\vec{1} + A \rightarrow \vec{1} + B$ або $\vec{1} + A \rightarrow \frac{\vec{1}}{2} + B$

(наприклад, для (d,d'), (d,n) або (d,p)- реакцій) [481]

$$I(\theta, \varphi) = I_0(\theta) \left(1 + \frac{3}{2} \sum_j p_j A_j(\theta) + \frac{1}{3} \sum_{j,k} p_{jk} A_{jk}(\theta) \right),$$

де p_l – компоненти вихідної поляризації:

$$p_l I(\theta, \varphi) = I_0(\theta) \left(P_l(\theta) + \frac{3}{2} \sum_j p_j K_j^{l'}(\theta) + \frac{1}{3} \sum_{j,k} p_{jk} K_{jk}^{l'}(\theta) \right);$$

а величини $A_j(\theta)$, $A_{jk}(\theta)$ – це аналізуючі здатності; $P_l(\theta)$ – вихідна поляризація (для неполяризованого падаючого потоку); $K_j^{l'}(\theta)$, $K_{jk}^{l'}(\theta)$ – вектор-векторні й тензор-тензорні коефіцієнти передачі (переносу) поляризації.

Отже, для теоретичного вивчення механізмів і характеристик переважної більшості вказаних процесів за участю дейтрона необхідне знання саме ХФД в координатному або імпульсному представленнях, а також формфакторів дейтрона.

4.7.3. Розрахунки поляризаційних характеристик в A(d,d')X- реакції

Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} і тензор-тензорна передача поляризації K_{yy} (Рис. 4.32 і 4.33) розраховані [10, 12, 18, 19] в рамках імпульсного наближення [333] для двох ХФД. Як і для T_{20} і κ_0 , присутня деяка відмінність у високоімпульсній поведінці величин A_{yy} і K_{yy} .

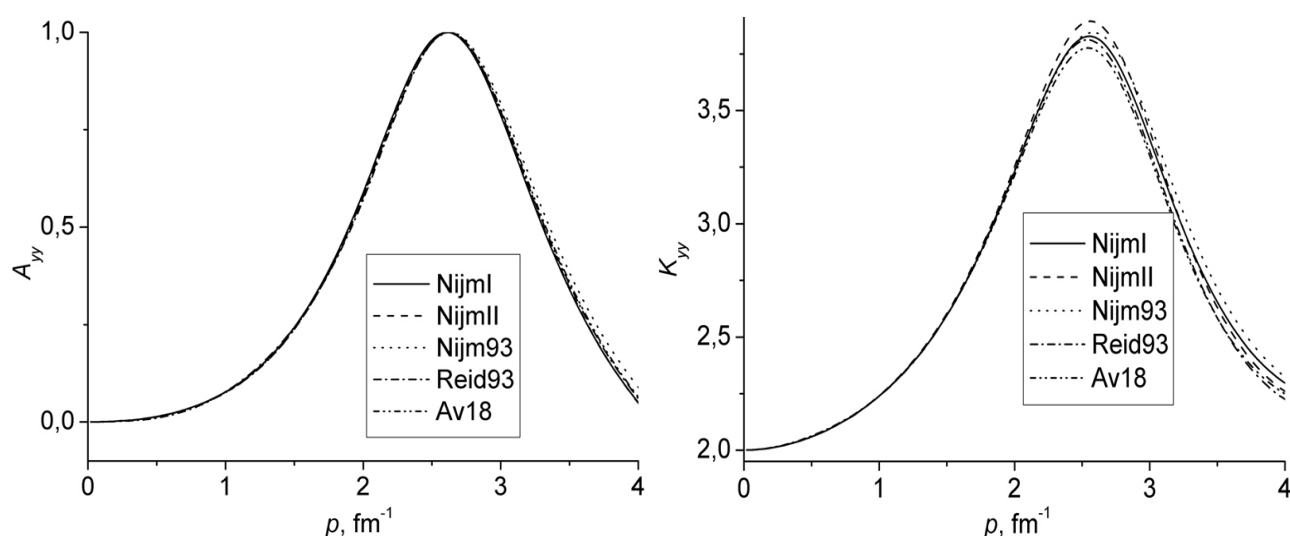


Рис. 4.32. Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} і тензор-тензорна передача поляризації K_{yy} , розраховані по ХФД (3.16)

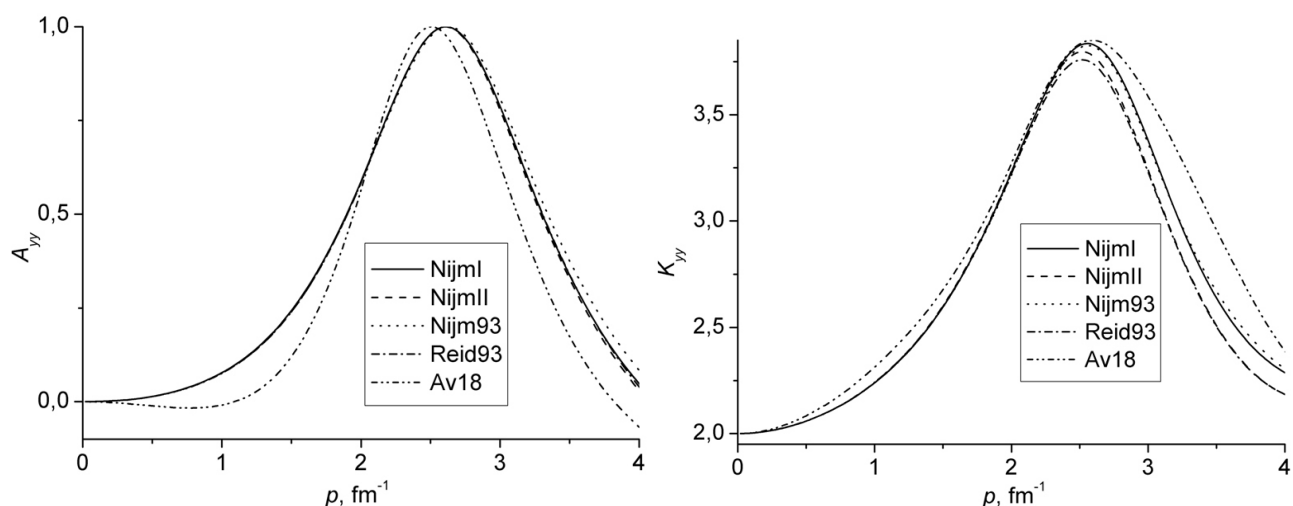


Рис. 4.33. Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} і тензор-тензорна передача поляризації K_{yy} , розраховані по ХФД (3.54)

Використовуючи ХФД (3.50) [11] (при мінімальних χ^2 оптимальним значенням доданків сум розкладу було число $N=14-17$) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18, розраховано [15] теоретичні значення тензорної A_{yy} та векторної A_y аналізуючих здатностей в рамках ІНПХ по формулам (4.59) та (4.60) відповідно. Причому для параметра P вибрано аргумент $a=0.4\div 1.1$. Результати чисельних розрахунків приведені на Рис. 4.34 і 4.35, де використано t -масштабування згідно елементарного запису по формулі $t=-(0.197326p)^2$ при одиницях імпульсу p в $[\text{fm}^{-1}]$ і t -масштабування в $[(\text{Гев}/\text{с})^2]$.

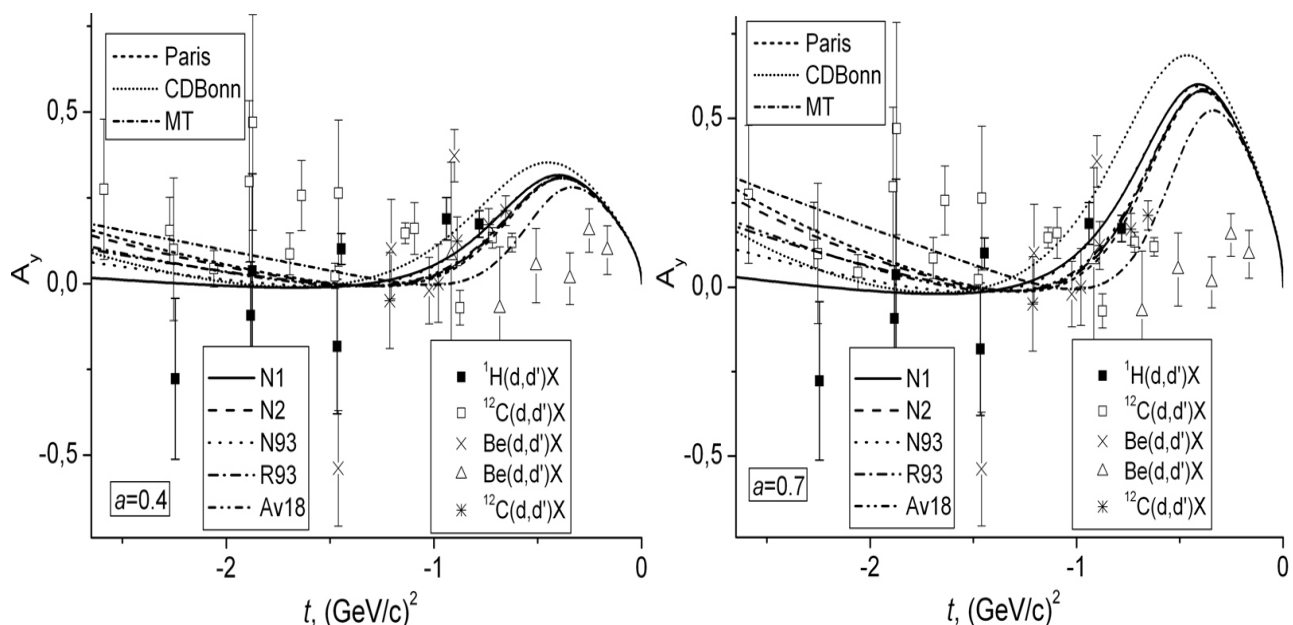


Рис. 4.34. Векторна аналізуюча здатність A_y при $a=0.4$ і 0.7

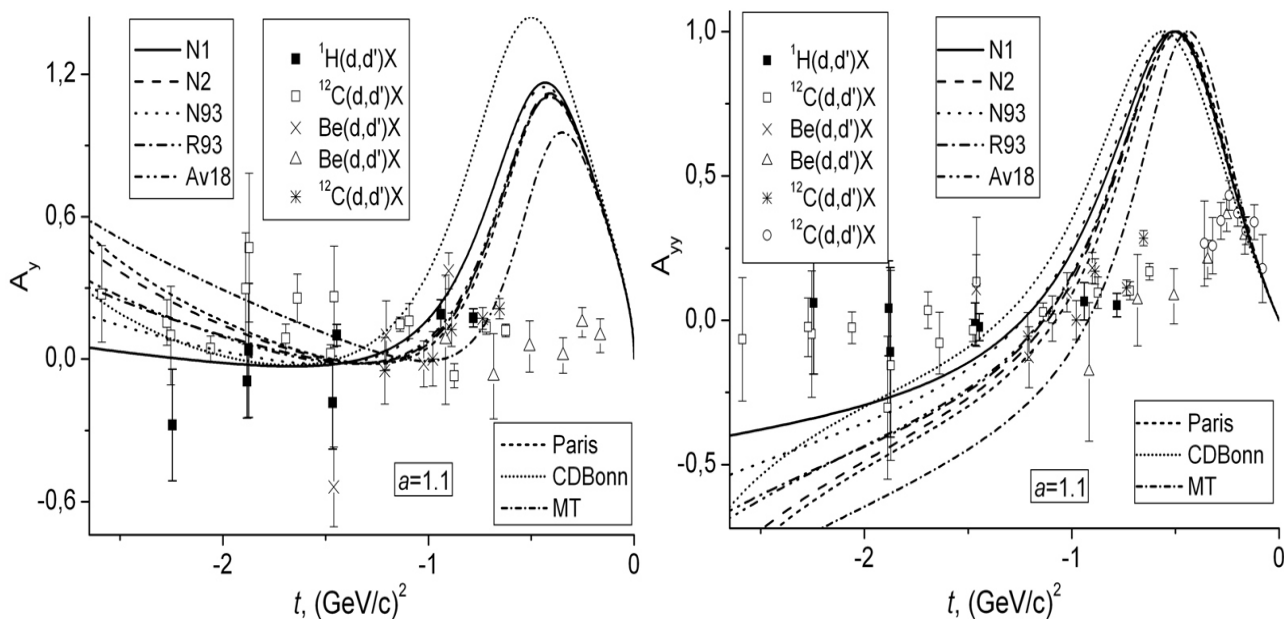


Рис. 4.35. Векторна A_y і тензорна A_{yy} аналізуючі здатності при $a=1.1$

Теоретичні оцінки величин A_{yy} й A_y порівнюються з експериментальними даними для реакції типу (d,d') на легких ядрах: на водню [475] (позначення як ■), вуглеці [475, 482, 483] (□, *, ○), берилію [473, 474, 478] (△, ×). З даних [483] тензорна аналізуюча здатність визначається по формулі: $A_{yy} = -T_{20} / \sqrt{2}$.

Розрахунки по (4.59) і (4.64) практично співпадають при заданому параметрі $a=0.4-1.1$. Тому достатньо привести розрахунки A_{yy} при $a=1.1$. Аналізуюча здатність A_{yy} , отримана по ІНПХ, добре узгоджується з експериментальними даними до $|t|=0.2$ (Гев/с)² і в середині інтервалу $0.8-1.9$ (Гев/с)². При 0.5 (Гев/с)² в A_{yy} наявний максимум, хоча експериментальних точок не так і багато, щоб стверджувати про суперечність теорії з експериментом. При великих імпульсах $2-2.6$ (Гев/с)² розрахована величина A_{yy} дещо нижча, ніж результати експериментальних досліджень.

На відміну від розрахованої величини тензорної аналізуючої здатності A_{yy} , її векторна компонента A_y сильно залежить від параметра P і краще співпадає з експериментом при $a=0.4$ в усьому інтервалі імпульсів взаємодії. При збільшенні a від 0.4 до 1.1 для малих імпульсів $|t|$ до 1 (Гев/с)² величина A_y різко зростає в $4.5-5$ рази. Причому максимум розміщений в околі $|t|=0.4$ (Гев/с)². Слід звернути увагу на ту характерну особливість величини A_y , що вона в середині інтервалу вибраного t -масштабування $1.25-1.6$ (Гев/с)² практично суттєво не залежить від заданого пара-

метра a . Для великих значень $|t|$ до 2.7 (GeV/c)^2 при збільшенні параметра a спостерігається стрімке зростання A_y для більшості потенціальних моделей, в результаті чого утворюється візуальний «хвіст». На жаль, вище $|t|=2.589 \text{ (GeV/c)}^2$ відсутні експериментальні дані, тому було б цікаво дослідити A_y при більших значеннях імпульсів.

Спільною особливістю як для тензорної, так і для векторної компонент аналізуючої здатності в ІНПХ є те, що вони при малих імпульсах до 0.3 (GeV/c)^2 слабо відрізняються від вибору потенціальних моделей, а при великих імпульсах видна чітка диференціація в залежності від NN потенціалу.

В роботах [333, 475] приведені результати розрахунків аналізуючих здатностей, одержаних по ХФД для Парижського та трьох версій (А, В, С) Боннського потенціалів. При $a=0.4$ величина A_{yy} перетинає нуль в області $|t|=1.0-1.2 \text{ (GeV/c)}^2$, а векторна здатність A_y розрахована для Парижського потенціалу краще корелює з експериментальними даними, ніж для Боннського потенціалу ($a=0.3-0.4$), і до $|t|=1.0 \text{ (GeV/c)}^2$ визначається спінзалежною частиною амплітуди елементарного процесу $NN \rightarrow NN^*(2190)$.

Слід зазначити той факт, що результати розрахунків A_{yy} і A_y як в [333, 475] для Парижського і Боннського потенціалів, так і в роботі [15] для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18 сильно різняться з експериментальними даними в межах $|t|=0-1.0 \text{ (GeV/c)}^2$. До того ж наявний певний розкид експериментальних точок для близьких вимірів. Представляє інтерес одержати аналізуючі здатності реакції $A(d,d')X$ на згаданих мішенях при проміжкових значеннях початкового імпульсу дейтрона і кутів детектування вторинних дейтронів.

В роботі [333] зазначено, що відхилення величини A_{yy} від передбачень ІНПХ може бути пов'язане з вкладом подвійних перерозсіянь [484]. Причому перерозсіяння і кварковий обмін значно впливають на поляризаційні спостережувані реакції інклюзивного розвалу $^{12}\text{C}(d,p)$ для кінематичної області великих значень імпульсу в дейтроні. Воно також може бути пов'язано з наявністю нуклонних степеней вільності в дейтроні [441], коли врахований вплив баріонних резонансів як домішки до дейтрона на імпульсних залежностях величин, спостережуваних в пружному dp - розсіянні назад при високих енергіях).

В роботі [475] проаналізовано отримані експериментальні дані для аналізуючих здатностей. Зазначено, що дані для величини A_{yy} до $|t| \leq 0.8$ (Гев/с)² відрізняються від розрахунків ІНПХ [333] для стандартних ХФД та від даних, одержаних в dp - і ed - пружних розсіяннях. Тобто така поведінка і відмінність вказують на чутливість A_{yy} до збудження баріонного резонансу через взаємодію подвійного зіткнення.

На жаль, теоретичні оцінки в ІНПХ величин K_{yy} й K_y згідно (4.61) і (4.62) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18 (Рис. 4.36 і 4.37) не вдалося порівняти з експериментальними даними, оскільки останні не були знайдені в доступній науковій літературі. Тому є актуальними експерименти по визначенню цих поляризаційних спостережуваних. Поведінка K_{yy} має характерний мінімум для $a=0.4$ при імпульсах $p=0.5$ (Гев/с)² та подальше різке зростанням до 3 (Гев/с)². Але при $a=1.1$ в K_{yy} спостерігається розбіжність для потенціальних моделей. Вектор-векторна компонента передачі поляризації K_y має справа мінімум (в інтервалі $p=0.8-1.2$ (Гев/с)², який досягає найменшого значення при $a=1.1$. Максимум K_y розміщений в інтервалі $p=0.05-0.15$ (Гев/с)². Спільною особливістю тензор-тензорної і вектор-векторної передач поляризації є те, що вони при малих імпульсах до 0.1 і 0.2 (Гев/с)² відповідно слабо відрізняються від роду потенціальних моделей, а вже при імпульсах $p > 0.3$ (Гев/с)² спостерігається чітка відмінність в залежності від NN потенціалу.

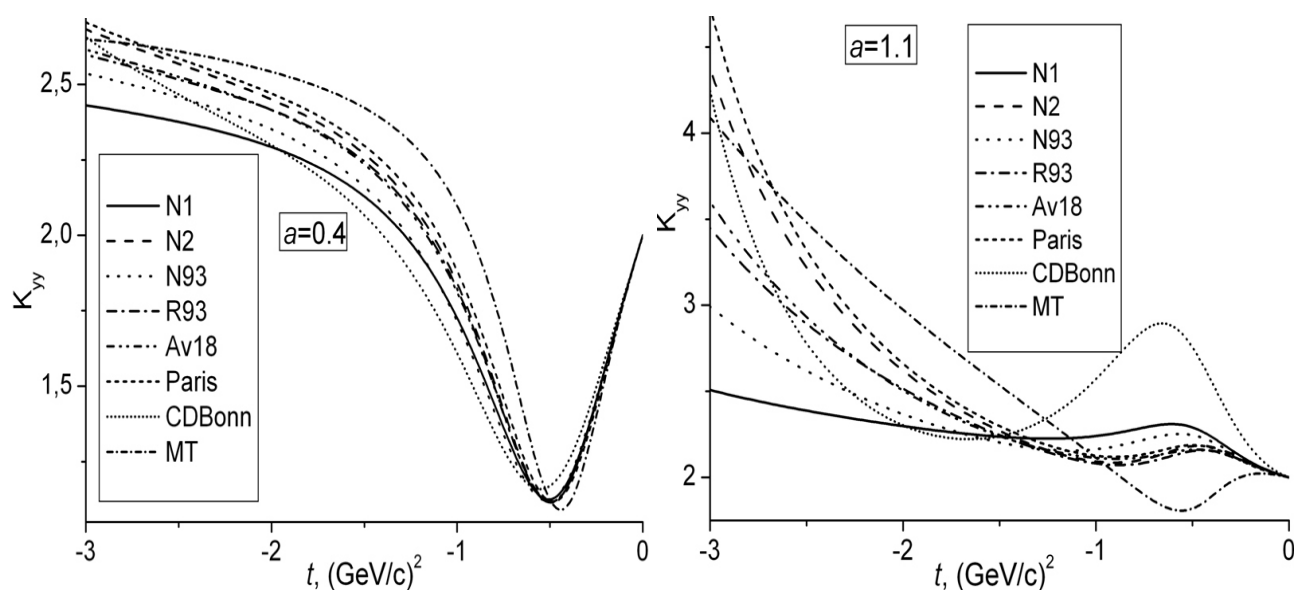


Рис. 4.36. Тензор-тензорна передача поляризації K_{yy} при $a=0.4$; 1.1

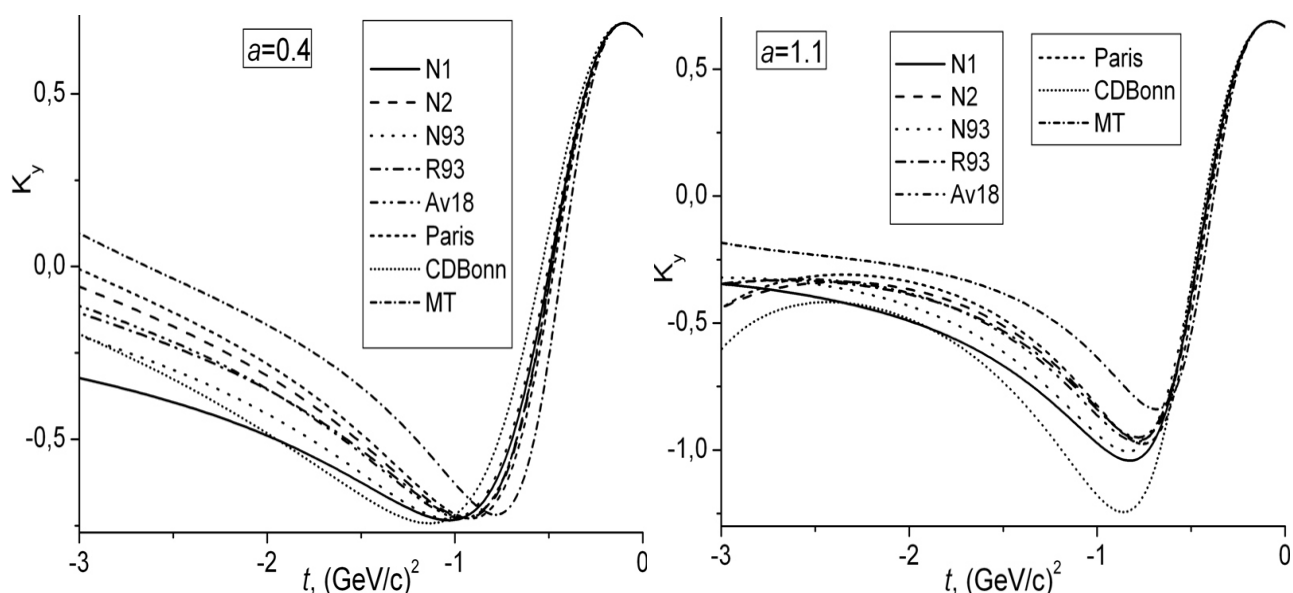


Рис. 4.37. Вектор-векторна передачі поляризації K_y при $a=0.4$; 1.1

В [333] відмічено, що в рамках передбачень ІНПХ при $a=0.4$ величини K_{yy} й K_y чутливі до ХФД Парижського та Боннського потенціалів при $|t| \geq 0.5$ $(\text{GeV}/c)^2$. Величина K_y долає вершину $2/3$ при 0.1 $(\text{GeV}/c)^2$ і перетинає нуль в області $t \sim -0.6$ $(\text{GeV}/c)^2$. Тензор-тензорна передача поляризації K_{yy} приймає виключно позитивні значення з мінімумом $0.8-1.0$ при $t \sim -0.4-0.6$ $(\text{GeV}/c)^2$.

Розрахунки аналізуючих здатностей і передач поляризації для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 порівнюються з теоретичними оцінками для інших трьох ХФД: Paris [122], CD-Bonn [138], MT [453].

Згідно моделі обміну ω -мезоном розраховано тензорну аналізуючу здатність A_{yy} по (4.65). Як і в [476] одержані розрахунки (Рис. 4.38) ще додатково порівнюються з експериментальними даними T_{20} [343] (\bullet) для пружного процесу $e^-+d \rightarrow e^-+d$. Значення ρ може бути рівним 0.01 ; 0.1 ; 0.5 як в [476] або розрахованим для Ропер та $S_{11}(1535)$, $D_{13}(1520)$, $S_{11}(1650)$ резонансів як в [477, 479, 485, 486] для оцінки та аналізу T_{20} та k_y^y . Спільною особливістю для величин A_{yy} в моделі обміну ω -мезоном є те, що вони при малих імпульсах до 0.2 $(\text{GeV}/c)^2$ слабо відрізняються від вибору потенціалів. Для імпульсів $p > 2.2$ $(\text{GeV}/c)^2$ наявні близькі значення A_{yy} для різних потенціалів при $\rho=0.5$ і їх різюча відмінність при $\rho=0.1$. В максимумі при ~ 0.45 $(\text{GeV}/c)^2$ A_y дає кращий опис експериментальних даних непружного (d,d') - розсіяння при $\rho=0.1$, а не при 0.5 , і навпаки, - гірше для пружного процесу $e^-+d \rightarrow e^-+d$.

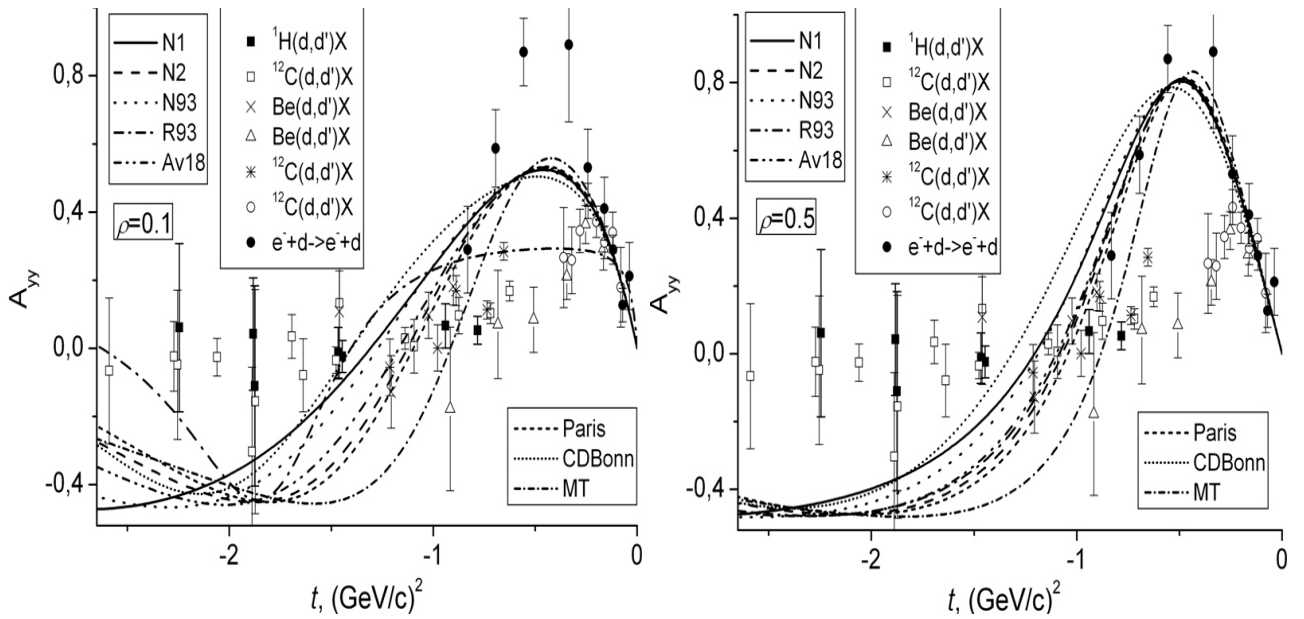


Рис. 4.38. Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} при $\rho=0.1$ і 0.5

Оскільки наявна краща відповідність експериментальним даним теоретичних розрахунків A_{yy} при $\rho=0.1$ порівняно з $\rho=0.5$, тому саме для цього ж значення ρ досліджена поведінка векторних і тензорних коефіцієнтів передачі поляризації (4.67) (див. Рис. 4.39 наприклад, для потенціалу Reid93). Справа на Рис. 4.39 проілюстрована відмінність розрахованого векторного коефіцієнту передачі поляризації $k_y^{y'}$ в залежності від вибору NN потенціалу. До речі, поведінка $k_y^{y'}$ подібна до форми залежності вектор-векторної передачі поляризації K_y при $a=0.4$ (Рис. 4.37). До 0.25 (GeV/c)^2 коефіцієнт $k_y^{y'}$ слабо відрізняються від вибору NN потенціалу, а при великих імпульсах видна чітка диференціація в залежності від потенціалу.

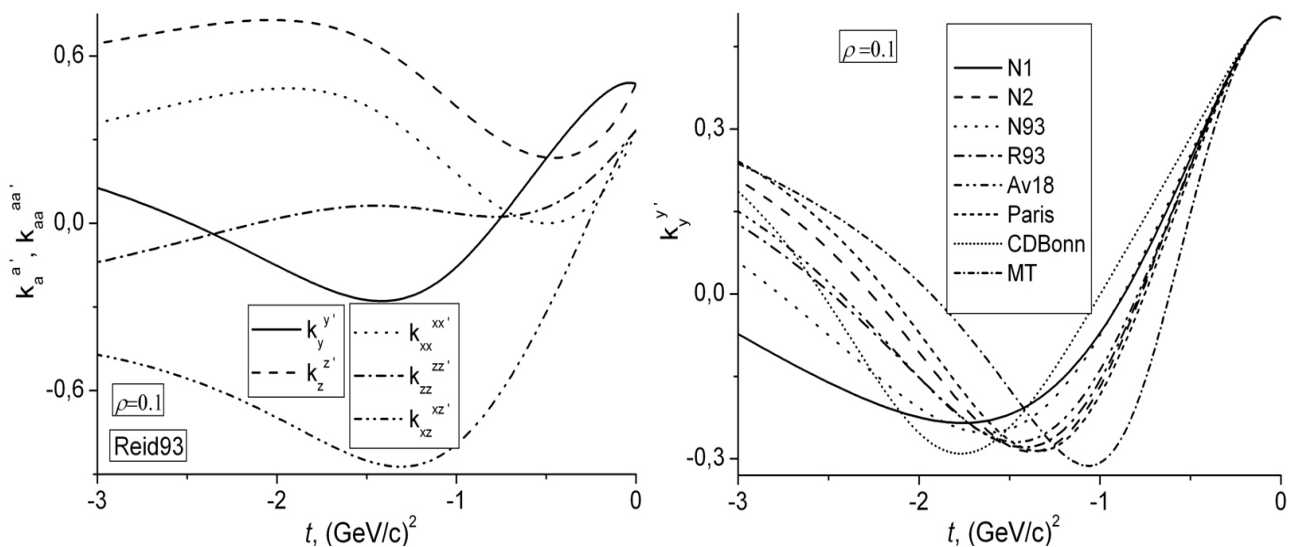


Рис. 4.39. Векторні і тензорні коефіцієнти передачі поляризації при $\rho=0.1$

Асимптотика коефіцієнтів передачі поляризації $k_a^{a'}$ ($k_{aa}^{a'a'}$) при $p \rightarrow 0$ визначається структурними функціями V_0 , V_1 і V_2 (4.66) і приймає значення

$$k_y^{y'} = \frac{1}{2}; \quad k_z^{z'} = \frac{1}{2}; \quad k_{xx}^{x'x'} = \frac{1}{3}; \quad k_{zz}^{z'z'} = \frac{1}{3}; \quad k_{xz}^{x'z'} = \frac{1}{3}.$$

Щоб визначити яка із вибраних теоретичних моделей краще описує експериментальні дані, в [15] приведено χ^2 для наочного порівняння. Причому $\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i^{(\text{exp})} - f_i^{(\text{theor})})^2$, де число експериментальних точок N для величин A_y і A_{yy} становило 37 і 45 відповідно. Оцінка величини χ^2 була проведена тільки для даних непружного (d,d')- розсіяння [473-475, 478, 482, 483], тобто за винятком пружного процесу $e^-d \rightarrow e^-d$ [343]. Згідно аналізу [15] очевидно, що чим менше значення параметра a , тим буде ближче змодельована крива A_y до експериментальних даних, тобто співвідношення спінзалежної і незалежної від спіну частин амплітуд $NN \rightarrow NN^*(2190)$ повинно становити 0.4ρ . І якщо параметр a зросте, наприклад, – від 0.4 до 1.1, тобто у 2.75 рази, то опис A_y погіршиться в 3-8 рази у залежності від вибору потенціалу (найбільш чутливим від a буде CD-Vonn потенціал, а менш чутливим – МТ модель). В моделі обміну ω -мезоном розрахунки A_{yy} є близькими при виборі $\rho=0.5$ і для Ропер- резонансу.

На Рис. 4.40 а приведено порівняння тензорної аналізуючої здатності A_{yy} для різних моделей. Причому в ІНПХ розрахунки вказані для найбільшого і найменшого χ^2 (при $a=0.4$ і 1.1 відповідно), а в рамках моделі обміну ω -мезоном, окрім підстановки параметра ρ , застосований і Ропер- резонанс [477]. Для обміну ω -мезоном також приведені результати розрахунків для алгебраїчної колективної моделі [487-489], де параметр, який описує повздовжній і поперечний формфактори $a = a_0 \left(1 + \xi \frac{W - M}{M} \right)$ визначається нуклонною M і баріонною W масами. Параметр колективної моделі $0 < \xi < 1$ задано 0.5 і 1.0 [473, 477]. Порівняння A_{yy} здійснено для потенціалу Reid93.

Виключно для Ропер- резонансу (Рис. 4.40 б) продемонстрована тензорна аналізуюча здатність A_{yy} для всіх потенціалів. Доволі хороше співпадання теоретичних розрахунків з експериментальними даними спостерігається до імпульсів 0.3 і в області 0.9-1.2 (ГеВ/с)². На Рис. 4.40 додатково приведені JINR дані [467]

(позначено як +) для $p(d,d')X$ процесу при $p_a=4.5; 5.5; 9$ Гев/с, які в порівнянні з попередніми дослідженнями [473, 483, 490] зміщені в бік високих імпульсів.

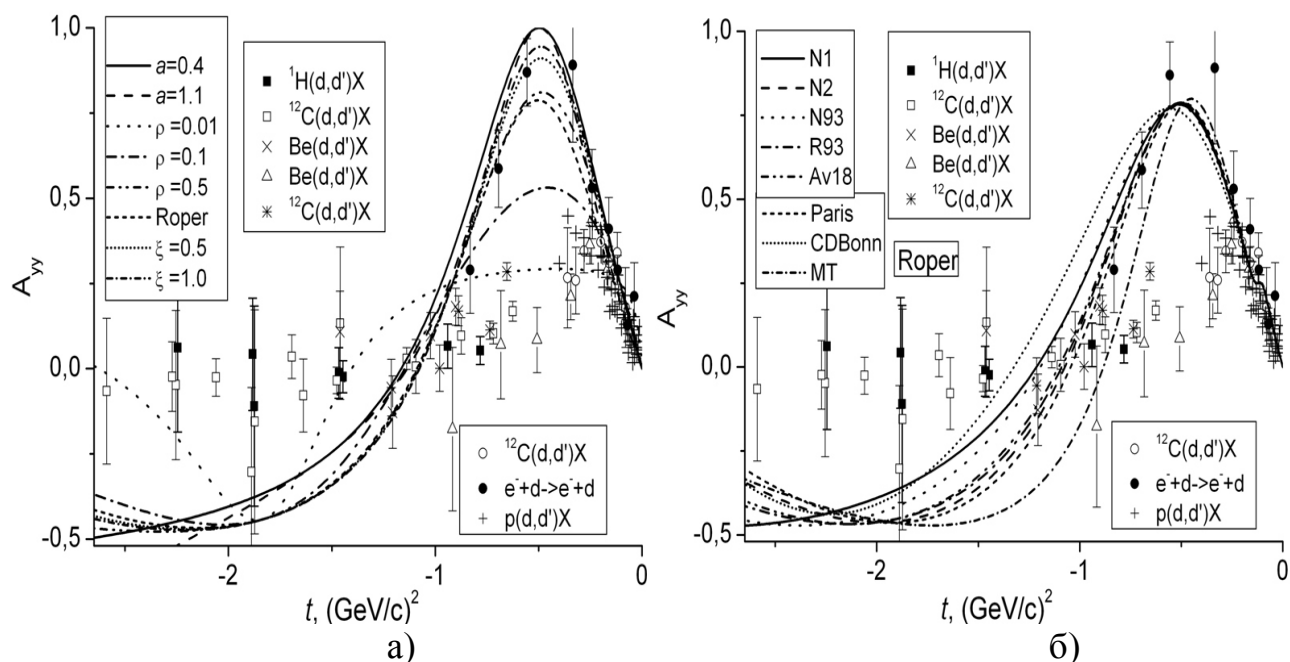


Рис. 4.40. а) Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} в ІНПХ, моделі обміну ω -мезоном і алгебраїчної колективної моделі (потенціал Reid93). б) Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} для Ропер-резонансу для групи потенціалів

Результати порівняння параметрів поляризаційних спостережуваних приведені в [15]. Слід відмітити, що в ІНПХ асимптотика при $p \rightarrow 0$ буде $A_{yy}(0)=0$; $A_y(0)=0$; $K_{yy}(0)=2$; $K_y(0)=2/3$. Характерний перетин нуля вказано в наступних областях: для A_{yy} наявний одинарний перетин нуля при $|t_z|=0.92-1.34$ $(\text{Гев}/c)^2$; A_y два рази перетинає нуль в області $|t_z|=0.93-2.17$ $(\text{Гев}/c)^2$; K_y перетинає нуль при $|t_z|=0.38-0.42$ $(\text{Гев}/c)^2$. І тільки K_{yy} не перетинає нуль і приймає тільки додатні значення. В моделі обміну ω -мезоном асимптотика при $p \rightarrow 0$ буде $A_{yy}(0)=0$, а перетин нуля дещо зміщений в бік менших імпульсів для Ропер-резонансу в порівнянні з вибором $\rho=0.1$ і знаходиться в інтервалі $|t_z|=0.88-1.33$ $(\text{Гев}/c)^2$ і $0.92-1.39$ $(\text{Гев}/c)^2$ відповідно.

В [4] по ХФД виду (3.54) для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93 в рамках ІНПХ розраховані величини A_{yy} (при $a=0.4$), A_y (при $a=0.4; 1.0$ і 1.1), K_{yy} , K_y (при $a=0.4$), а також парціальні перерізи σ_i (4.68) і спін-фліп перерізи $\sigma_i^{(sf)}$ (4.69) при $a=0.4$. Причому їх порівняно з результатами для трьох потенціальних моделей (ОВЕРС [136], fss2 [491], DDM [276]).

В [25] по коефіцієнтам аналітичної форми ХФД (3.54) для потенціалу Reid93 розраховано поляризаційні спостережувані в $A(d,d')X$ - реакціях. Обчислено величини тензорної A_{yy} і векторної A_y аналізуючих здатностей і тензор-тензорної K_{yy} та вектор-векторної K_y передач поляризації (при $a=0.4; 0.9; 1.0$ і 1.1).

Перспективними є дослідження ізоскалярних спінових спостережуваних в квазіпружному дейтронному розсіянні [492]. Непружнє розсіяння при 600 МеВ векторних і тензорних поляризованих дейтронів було проведено при втратах енергії відповідного квазіпружного некогерентного розсіяння від індивідуальних нуклонів в мішенях CH_2 , CD_2 , C , Ca і Pb при фіксованих переданих імпульсах 345 і 500 МеВ/с. Векторна A_y і тензорна A_{yy} аналізуючі здатності і векторна поляризації P_y розсіяних дейтронів були визначені на поляриметрі РОММЕ. Ці спостережувані комбінувалися, щоб визначити спінові векторні коефіцієнти передачі K_y і окремі перерізи σ_i .

Т. Сузукі [480, 493] отримав розклади на множники співвідношень між дейтронними спіновими спостережуваними та ізоскалярними функціями реакції для ядерних структурних обчислень, використовуючи імпульсне наближення плоскої хвилі. В [493] використовувався тільки S- стан ХФД, а в [480] включені ефекти D- стану. Дейтрон-нуклонна t - матриця в с.ц.м. складалась з компонент

$$t_{dN} = \alpha + \beta S_n + \gamma \sigma_n + \delta S_n \sigma_n + \varepsilon S_q \sigma_q + \zeta S_p \sigma_p + \eta Q_{qq} + \xi Q_{pp} + \kappa Q_{qq} \sigma_n + \lambda Q_{pp} \sigma_n + \mu Q_{nq} \sigma_q + \nu Q_{np} \sigma_p,$$

де σ –матриці Паулі; $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \nu$ – амплітуди, які вносять безпосередній вклад в спінові спостережувані і виражаються через дейтрон-нуклонні формфактори $g_i(p) = f(S_i^{(j)})$ [492]. Тут $S_i^{(j)}$ –сферичні та квадрупольні формфактори дейтрона (4.5).

Отже, застосувавши ХФД з формфакторами $S_i^{(j)}$, в рамках моделей ІНПХ та обміну ω -мезоном можна отримати поляризаційні характеристики реакції $A(d,d')X$. Схематичне представлення цих теоретичних підходів та наявність експериментальних даних для поляризаційних спостережуваних зображено на Рис. 4.41.

Отримані значення A_{yy} , K_{yy} , K_y можуть бути застосовані для оцінки парціальних перерізів σ_i або спин-фліп перерізів $\sigma_i^{(sf)}$ [333, 480]. Зрештою перерізи σ_1 і σ_2 можна використати для розрахунку подвійного диференціального перерізу [494] в залежності від спектрів енергії збудження для реакції $^{12}C(d,d')$ при $E_d=270$

MeV та інтегровані до $\Theta_L=2.5^\circ-7.5^\circ$, а також для співставлення з експериментальними даними для набору тензорних і векторних коефіцієнтів передачі поляризації [495] для збудження 12.7 MeV 1^+ стану ^{12}C в непружному (d,d')- розсіянні при 393 MeV. В [495] приведені дані (в тому числі і для парціальних перерізів σ_i та спін-фліп перерізу $\sigma_1^{(sf)}$) для експериментальних установок POMME та POLDER.

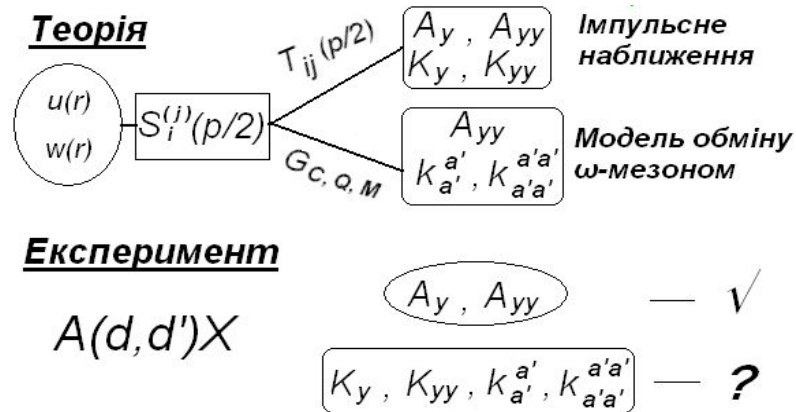


Рис. 4.41. Схема співвідношення теорії й експерименту для поляризаційних характеристик $A(d,d')X$ - реакції

Отримані ХФД для потенціалів Неймегенської і Аргоннської груп можна застосувати для розрахунків тензорної і векторної аналізуючих здатностей та порівняння з їх експериментальними даними для реакції фрагментації дейтрона з імпульсом 9 GeV/c на ядрах водню і вуглецю при великих поперечних імпульсах протона [496]. Розрахунки треба провести в рамках динаміки світлового фронту з використанням різних ХФД (в тому числі і з релятивістською ХФД). Також представляє інтерес провести порівняльний аналіз між високоточними експериментальними результатами [497] по векторній A_y і тензорним A_{yy} , A_{xx} , A_{xz} аналізуючим здатностям реакції $dd \rightarrow {}^3\text{He}$ з енергією дейтронів 200 MeV в повному кутовому діапазоні в с.ц.м і теоретичними розрахунками в рамках моделі багатократного розсіяння з використанням стандартних хвильових функцій для трьохнуклонного зв'язаного стану й дейтрона.

В теорії багатократного дифракційного розсіяння (MDST), в α - кластерній моделі з дисперсією та дифракційній моделі перспективними є оцінки [498-500] диференціального перерізу, аналізуючих здатностей $A_y(\theta)$, $A_{yy}(\theta)$, $A_{xx}(\theta)$, $A_{xz}(\theta)$ та коефіцієнтів

передачі поляризації $K_{zz}^{z'z'}(\theta)$, $K_{zz}^{x'z'}(\theta)$, $K_z^{y'z'}(\theta)$ в пружному розсіянні дейтрона на ^{16}O , ^{12}C , ^4He при 400 і 700 МеВ. Причому для апроксимації трьохчастинкової $n+p+A$ моделі одиночні \hat{F}_1 та подвійні \hat{F}_2 амплітуди розсіяння визначаються по ХФД.

4.8. Поляризаційні спостережувані у пружному лептон-дейтронному розсіянні

В роботі [5] приведено огляд робіт [458, 501-504], де зазначено важливість та актуальність дослідження механізму пружного лептон-дейтронного розсіяння. Зазначено особливості експериментальних методів визначення поляризаційних характеристик даної взаємодії.

В [505] досліджено вирази для неполяризованого диференціального перерізу та поляризаційні спостережувані при застосуванні ненульової маси лептона в пружнім лептон-дейтронним розсіянні. Досліджувались асиметрії, зумовлені тензорною поляризацією дейтронної мішені, та коефіцієнти спінової кореляції, обумовлені поляризацією лептонного пучка та векторною поляризацією дейтронної мішені. Лептон-дейтронна реакція записується у вигляді [505]

$$l(k_1) + d(p_1) \rightarrow l(k_2) + d(p_2), \quad l = e, \mu, \tau. \quad (4.70)$$

Така реакція в лабораторній системі характеризується 4-моментами для дейтрона (лептона) в початковому і кінцевому станах p_1 і p_2 (k_1 і k_2) з відповідними компонентами $p_1 = (m_d, 0)$; $p_2 = (E_2, \vec{p}_2)$; $k_1 = (\varepsilon_1, \vec{k}_1)$; $k_2 = (\varepsilon_2, \vec{k}_2)$, де m_d – маса дейтрона. Порівняння формул запису перерізів $\sigma_{\text{МОНТ}}$ згідно оригінальних позначень в [505] і в [343] дозволяє визначити величину ε_1 . Співвідношення для імпульсу та енергії [5]

$$p = \sqrt{\frac{4\varepsilon_1^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{1 + \frac{2\varepsilon_1}{m_d} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}}; \quad \varepsilon_1 = \frac{p^2 + \csc\left[\frac{\theta}{2}\right]^2 \sqrt{p^4 \sin^4\left[\frac{\theta}{2}\right] + 4p^2 \sin^2\left[\frac{\theta}{2}\right] m_d^2}}{4m_d},$$

де розмірність ε_1 задається в $[\text{fm}^{-1}]$ або $[\text{GeV}/c]$.

Розглянемо основні набори поляризаційних характеристик для пружного лептон-дейтронного розсіяння. Диференціальний переріз реакції (4.70) описує розсіяння поляризованого лептонного пучка на векторно поляризованій дейтронній мішені [505]

$$\frac{d\sigma(s, s_l)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{un}}{d\Omega} \left(1 + C_{xx} \xi_x \xi_{lx} + C_{yy} \xi_y \xi_{ly} + C_{zz} \xi_z \xi_{lz} + C_{xz} \xi_x \xi_{lz} + C_{zx} \xi_z \xi_{lx} \right), \quad (4.71)$$

де $\vec{\xi}_l$ і $\vec{\xi}$ – одиничні вектори поляризації в іншій системі лептонного пучка і дейтронної мішені відповідно. Вираз (4.71) описує тільки спін-залежну частину поперечного перерізу, яка визначається коефіцієнтами спінової кореляції. Коефіцієнти $C_{xz}^{(0)}$, $C_{zz}^{(0)}$ характеризують розсіяння поздовжньо поляризованого лептонного пучка, а коефіцієнти $C_{xx}^{(0)}$, $C_{yy}^{(0)}$, $C_{zx}^{(0)}$ відповідають поперечним компонентам вектора спіну $\vec{\xi}_l$. Коефіцієнти спінової кореляції C_{ij} в наближенні нульової маси лептона мають такий вигляд в термінах електромагнітних формфакторів дейтрона [505]:

$$\bar{D}C_{xz}^{(0)} = \frac{1}{2} \frac{\tau}{\varepsilon_1} \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) G_M - 4(m_d + \varepsilon_1) \left(G_C + \frac{\tau}{3} G_Q \right) \right] G_M; \quad (4.72)$$

$$\bar{D}C_{zz}^{(0)} = -2\tau G_M \frac{m_d}{\varepsilon_1} \left[G_C + \frac{\tau}{3} G_Q + \frac{\varepsilon_2}{2m_d^2} (m_d + \varepsilon_1) \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{m_d} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) G_M \right]; \quad (4.73)$$

$$C_{xx}^{(0)} = C_{yy}^{(0)} = C_{zx}^{(0)} = 0; \quad (4.74)$$

де фактор $\bar{D} = A(p) + B(p) \operatorname{tg}^2(\theta/2)$ визначається структурними функціями A і B ;

$$\tau = \frac{p^2}{4m_d^2}. \text{ Зв'язок між } \varepsilon_1 \text{ і } \varepsilon_2 \text{ записується як } \varepsilon_2 = \varepsilon_1 / \left(1 + \frac{2\varepsilon_1}{m_d} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right).$$

Розсіяння неполяризованого лептонного пучка (4.70) на тензорно поляризованій дейтронній мішені описується диференціальним перерізом виду [505]

$$\frac{d\sigma(s, s_l)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{un}}{d\Omega} \left[1 + A_{xx} (Q_{xx} - Q_{yy}) + A_{xz} Q_{xz} + A_{zz} Q_{zz} \right],$$

де використано умову, що $Q_{xx} + Q_{yy} + Q_{zz} = 0$. Тут A_{ij} – асиметрії, спричинені тензорою поляризацією дейтронної мішені. Асиметрії в наближенні нульової маси лептона записуються в термінах електромагнітних формфакторів дейтрона [505]:

$$\bar{D}A_{xx}^{(0)} = \frac{\tau}{2} \left\{ \left(1 + \tau \frac{m_d^2}{\varepsilon_1^2} \right) G_M^2 + \frac{4}{1+\tau} G_Q \left[\tau \left(1 + \frac{m_d}{\varepsilon_1} \right) \left(1 - \tau \frac{m_d}{\varepsilon_1} \right) G_M + \left(1 - \tau \frac{m_d^2}{\varepsilon_1^2} - 2\tau \frac{m_d}{\varepsilon_1} \right) \left(G_C + \frac{\tau}{3} G_Q \right) \right] \right\}; \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}A_{xz}^{(0)} = & -\frac{\varepsilon_2}{m_d} \frac{\tau}{1+\tau} \sin \theta \left\{ 4 \left(1 + \frac{m_d}{\varepsilon_1} \right) G_Q \left(G_C + \frac{\tau}{3} G_Q \right) + (1+\tau) \left(1 + \frac{m_d}{\varepsilon_1} \right) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) G_M^2 + \right. \\ & \left. + 2 \left(1 - \tau \frac{m_d}{\varepsilon_1} \right) \left[-1 - \tau + 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{m_d} + \frac{\varepsilon_1^2}{m_d^2} - \tau \frac{\varepsilon_1}{m_d} \right) \right] \left(1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) G_M G_Q \right\}; \end{aligned} \quad (4.76)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}A_{zz}^{(0)} = & -\frac{\tau}{2} \left\{ \left[6 \frac{\tau}{1+\tau} \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_1} \left(1 + \frac{m_d}{\varepsilon_1} \right) G_Q - G_M \right] G_M + \right. \\ & \left. + t g^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[1 - 2\tau - 6\tau \frac{m_d}{\varepsilon_1} \left(1 + \frac{m_d}{2\varepsilon_1} \right) \right] \left[G_M^2 + \frac{4}{1+\tau} \cot^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) G_Q \left(G_C + \frac{\tau}{3} G_Q \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.77)$$

Отже, в наближенні нульової маси лептона досліджують такі набори поляризаційних характеристик в пружному лептон-дейтронному розсіянні:

- 1) коефіцієнти спінової кореляції (4.72)-(4.74);
- 2) тензорні асиметрії (4.75)-(4.77).

Проаналізуємо наші чисельні результати [5] для двовірних графіків з функцією енергії мюонного пучка ε_1 та кута розсіяння мюона θ , які визначають кінематику для бінарного процесу. Нами розраховано значення величин коефіцієнтів спінової кореляції $C_{xz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $C_{zz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$ і тензорних асиметрій $A_{xx}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $A_{xz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $A_{zz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$ (формули (4.72), (4.73) і (4.75)-(4.77) відповідно) для лептон-дейтронного розсіяння в наближенні нульової маси лептона. Результати приведено в 3D форматі на Рис. 4.42 і 4.43. Для розрахунків було використано набір коефіцієнтів для ХФД (3.54) для потенціалу Reid93 [3].

На Рис. 4.42 проілюстровано поляризаційні спостережувані $C_{xz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $C_{zz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, які індуковані поляризованим лептонним пучком на векторно поляризованій дейтронній мішені. Ці коефіцієнти спінової кореляції зникають при нульовому куті розсіяння і при малих енергіях. Вони стають негативними і утворюють своєрідний «лоток» при збільшенні значень кута та енергії.

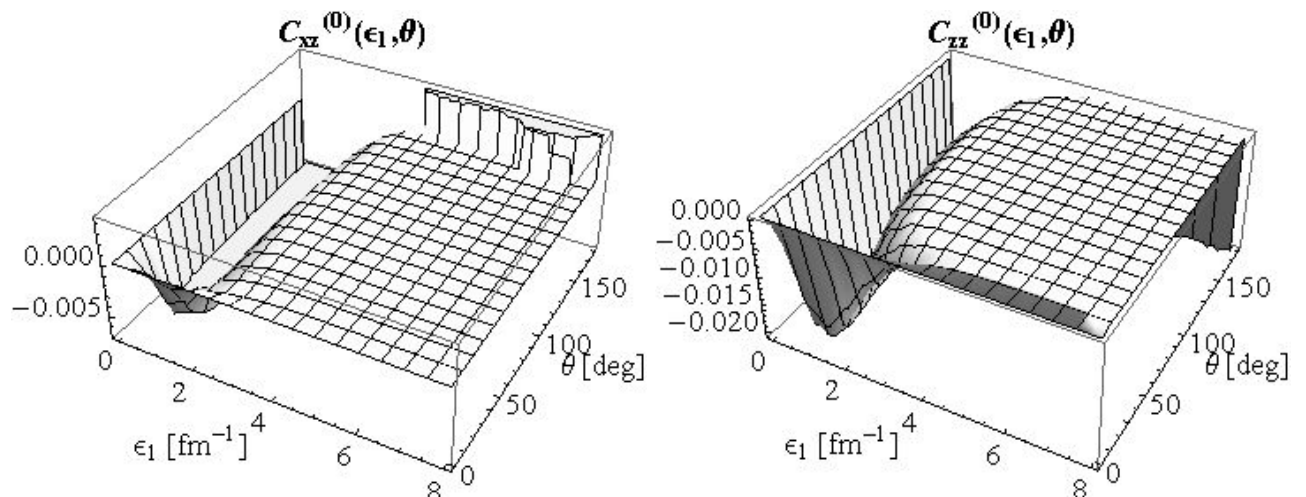


Рис. 4.42. Коефіцієнти спінової кореляції $C_{xz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $C_{zz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$

На Рис. 4.43 показано тензорні асиметрії $A_{xx}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $A_{xz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $A_{zz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$ індуковані неполяризованим лептонним пучком на тензорно поляризованій дейтронній мішені. Для всіх тензорних асиметрій характерна площина при збільшенні енергії вище 4 fm^{-1} . Для $A_{xx}^{(0)}$ і $A_{zz}^{(0)}$ спостерігається горб (пік) при енергії $\sim 2 \text{ fm}^{-1}$ в інтервалі кутів $0-180^\circ$. Для тензорної асиметрії $A_{xz}^{(0)}$ навпаки наявна яма.

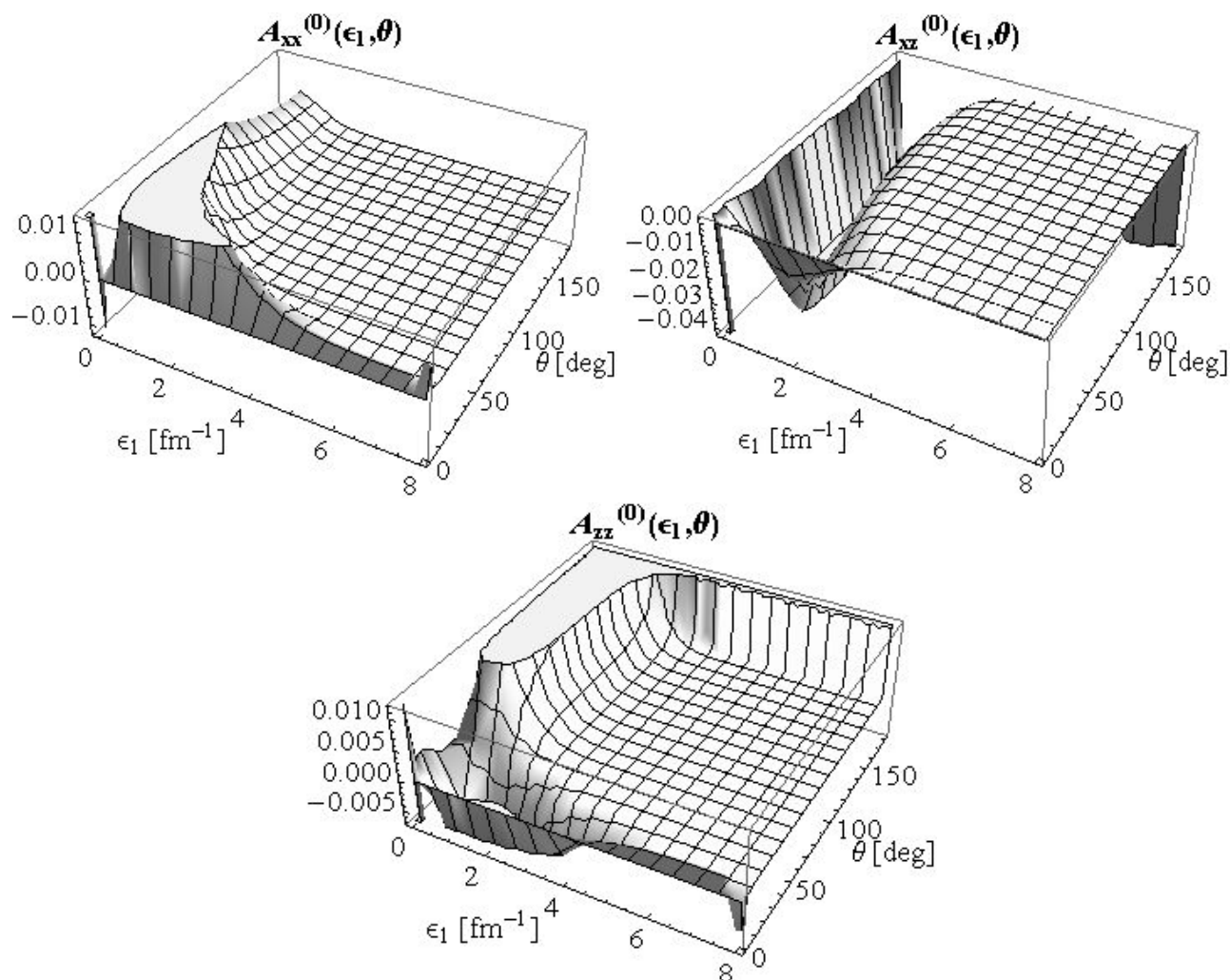


Рис. 4.43. Тензорні асиметрії $A_{xx}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $A_{xz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$, $A_{zz}^{(0)}(\varepsilon_1, \theta)$

На жаль, у відкритих наукових джерелах відсутні експериментальні дані для цих фізичних величин. Серед наявних теоретичних розрахунків слід відмітити тільки значення для коефіцієнту спінової кореляції $C_{zz}^{(0)}$ та для тензорних асиметрій $A_{xx}^{(0)}$, $A_{xz}^{(0)}$, $A_{zz}^{(0)}$ в роботі [505], які були розраховані в інтервалі кутів $0-100^\circ$ та енергій ε_1 до 0.5 GeV (або 2.53 fm^{-1}). В [505] використовувалася параметризація в аналітичній формі для формфакторів дейтрону [384], яка базується на «двокомпонентній моделі»

дейтрона з домінуванням векторного мезона [407], де pn – ядро оточене (ізоסקаларною) мезонною хмарою. Наші розрахунки в роботі [5] добре співпадають із значеннями [505] для цих величин поляризаційних спостережуваних в межах вказаного кінематичного діапазону. Однак у порівнянні з даними [505], в роботі [5] проведені й проілюстровані розрахунки у ширшому кінематичному діапазоні – для кутів розсіяння до 180° і енергій до 8 fm^{-1} .

Перспективними є чисельні розрахунки поляризаційних спостережуваних в пружному лептон-дейтронному розсіянні (неполяризованого перерізу, коефіцієнтів спінової кореляції і тензорних асиметрій) з врахуванням маси лептона [505]. Тоді можливе їх порівняння з результатами в наближенні нульової маси лептона, які отримані в роботі [5].

Є цікавими застосування різних параметризацій формфакторів дейтрона, форма яких фактично визначає поведінку коефіцієнтів спінової кореляції і тензорних асиметрій. Як зазначено в роботі [505], обрана модель формфакторів дейтрона повинна добре відтворювати існуючі експериментальні дані, а вплив маси кінцевого лептона є значним при малих падаючих енергій та великих кутах розсіяння. Врахування та нехтування маси лептона дозволить краще описати протон-антипротонну анігіляцію з масивними лептонами і поляризаційний феномен [506].

4.9. Висновки до розділу 4

В даному розділі проаналізовано теоретичні принципи одержання формфакторів і структурних функцій дейтрона та їх експериментальні дані провідних колаборацій та оглядів. Теж аналізуються експериментальні дані дейтронних поляризацій в науковій літературі. Зауважено, що відсутні значення величин t_{21} , t_{22} , t_{10} і t_{11} в широкому інтервалі імпульсів. Тому є актуальними теоретичні й експериментальні дослідження з метою одержання цих величин.

По аналітичним формам ХФД в координатному представленні для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 розраховано зарядовий G_C , квадрупольний G_Q і магнітний G_M формфактори дейтрона. Для розрахунків використовується оригінальне дипольне наближення для нуклонних формфакторів. Теоретичні

розрахунки значень формфакторів дейтрона порівнюються з їх експериментальними даними провідних колаборацій (Bates, BLAST, Bonn, JLab, Mainz, Naval Research Lab, NIKHEF, Orsay, Saclay, SLAC, Stanford, VEPP3 і VEPP4) та оглядів (Abbott, Boden, Garçon і Karpius). Розраховано величину формфакторів $G_Q(0)$ і $G_M(0)$ при граничній умові для імпульсу при $p^2=0$. Зміна знаку формфакторів знаходиться в областях імпульсів при 4.7-4.9 fm⁻¹ для G_C ; при 12.8-14.7 fm⁻¹ для G_Q ; при 6.3-8.1 та 11.4-12.2 fm⁻¹ для G_M (для ХФД (3.49)). Розраховану позицію нуля формфакторів дейтрона порівняно із значеннями для інших потенціальних моделей. При великих значеннях імпульсу асимптотики формфакторів дейтрона визначаються коефіцієнтами аналітичних форм ХФД, ізоскалярними нуклонними формфакторами й імпульсом.

Аналогічно до роботи М.Н. Платонової і В.І. Кукуліна [334] записано формули для сферичних $S_0^{(i)}$ та квадрупольних $S_2^{(i)}$ формфакторів, які виражаються через коефіцієнти розкладу вказаної ХФД в координатному представленні.

Теоретичні розрахунки структурних функцій $A(p)$ і $B(p)$ по аналітичним формам ХФД в координатному представленні для п'яти потенціалів порівнюються з експериментальними даними світових колаборацій: для функції електричної структури A – Stanford, Orsay, CEA, DESY, SLAC, Mainz, Bonn, Saclay, Bates, JLab, JLab2007; для функції магнітної структури B – Stanford, Orsay, Mainz, Bonn, Saclay, SLAC, Bates, JLab, JLab2007; також враховані дані із огляду Garçon. Для функції електричної структури $A(p)$ продемонстровано основні теоретичні форми асимптотичної поведінки та апроксимації по експериментальним даним і порівняно їх з експериментом провідних колаборацій. Крім підходу в КХД, для розглянутих випадків асимптотика для $A(p)$ представлена у формі степеневі функції p^{-n} . Позиція нуля функції магнітної структури B порівняна з розрахунками для інших потенціальних моделей. Кількість нулів для структурної функції B становить від одного до трьох. Отримано нові апроксимаційні форми експериментальних даних відношення B/A для імпульсів $p < 7.5$ fm⁻¹. Апроксимація відношення структурних функцій B/A здійснена за допомогою паде-апроксиманти, а також наближень при врахуванні відношень для зарядового G_C (квадрупольного G_Q) і магнітного G_M формфакторів дейтрона. Приведено результати шести модельних розрахунків та

відповідні значення коефіцієнтів для цих апроксимаційних формул. Отримані результати для структурних функцій та їх відношення B/A дозволять в подальшому більш детально досліджувати електромагнітні характеристики дейтрона, а також можуть бути використані для оцінки теоретичних значень спінових спостережуваних, які залежні від функцій електричної та магнітної структури.

На основі одержаних коефіцієнтів для форм ХФД для вказаних вище потенціалів представлено результати теоретичних розрахунків для векторних t_{10} , t_{11} і тензорних t_{20} , t_{21} , t_{22} дейтронних поляризацій, які порівнюються із експериментальними даними провідних світових колаборацій (Bates, BLAST, JLab, NIKHEF, VEPP-3, Saclay) та оглядів (Boden, Garcon, Abbott). При порівнянні отриманих теоретичних значень t_{20} з експериментальними даними спостерігається хороше узгодження для області значень імпульсів $p=1-4 \text{ fm}^{-1}$. Приведено чисельні значення позиції нуля тензорних поляризацій t_{20} і t_{21} та порівняно їх із результатами для інших потенціальних моделей і апроксимацій.

Компоненти для диференціального перерізу розглянуто з урахуванням поляризаційних ефектів при пружному електрон-дейтронному розсіянні. Ці характеристики аналізуються при куті розсіяння електрона $\theta=70^\circ$ і різних імпульсах. Імпульсно-кутова залежність значень компонент τ_{2M} диференціального перерізу оцінена у 3D форматі при застосуванні ХФД в координатному представленні для потенціалу Reid93.

Застосовуючи одержані коефіцієнти для згаданих ХФД, отримано величини поляризаційних характеристик дейтрона (компоненти тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} , поляризаційної передачі κ_0 , тензорної аналізуючої здатності A_{yy} , тензор поляризованої мішені R_{T-1} , тензор асиметрії A_{zz} та ін.), які є співрозмірними з раніше опублікованими.

В діапазоні імпульсів до 7 fm^{-1} аналізується кутова асиметрія повного набору тензорної t_{2j} і векторної t_{1i} дейтронних поляризацій. Порівнюються величини асиметрії t_{ij} для ХФД потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18, ОВЕРС, МТ і Paris. Імпульсно-кутова залежність значень векторних $t_{1i}(p, \theta_e)$ та тензорних $t_{2i}(p, \theta_e)$ поляризацій у 3D форматі при імпульсах до 7 fm^{-1} і кутах розсіяння $1-180^\circ$ була розрахована для потенціалу Reid93.

Застосовуючи нові аналітичні форми ХФД для потенціалів Reid93 і Argonne v18, представлено результати кутової асиметрії для векторних t_{10} , t_{11} і тензорних t_{20} , t_{21} , t_{22} дейтронних поляризацій та імпульсної асиметрії для векторних t_{1i} дейтронних поляризацій. Досліджено вплив чотирьох апроксимацій ХФД (для потенціалу Reid93) на результати чисельних розрахунків тензорної поляризації t_{20} . У рамках методу інваріантної амплітуди проведено розрахунок тензорної аналізуючої здатності T_{20} і поляризаційної передачі κ_0 , які є спіновими спостережуваними в пружному dp - розсіянні назад. Порівнюються значення κ_0 та кореляції κ_0 - T_{20} з експериментальними даними. В широкому діапазоні імпульсів та кутів розсіяння θ представлена імпульсна асиметрія тензорних аналізуючих здатностей T_{20} і T_{22} , які характеризують фотонародження негативного π - мезона в реакції $\gamma(d,\pi^-)pp$. Спостерігається симетрія величин T_{20} і T_{22} відносно кута 90° . Відношення R для векторної P_x і тензорної P_{xz} поляризацій характеризується кутовою асиметрією.

В рамках дослідження радіаційних поправок до поляризаційних спостережуваних в пружному ed - розсіянні в лептонних змінних розраховано Борнівські значення векторних A_B^L , A_B^T та тензорних A_B^{LL} , A_B^{TT} , A_B^{LT} асиметрій. Для чисельних розрахунків векторних та тензорних асиметрій використано для восьми потенціалів: Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18, ОВЕРС, МТ і Paris. Імпульсно-кутова залежність значень векторних $A_B^i(p,\theta)$ та тензорних $A_B^{ij}(p,\theta)$ асиметрій оцінена у 3D форматі для потенціалу Reid93.

Отже, поряд з « A_y загадкою» залишаються актуальними теоретичні та експериментальні дослідження інших поляризаційних характеристик для процесів за участю дейтрона, для яких наявна як кутова, так й імпульсна асиметрія.

Використання запропонованих простих та зручних нових аналітичних форм ХФД в координатному представленні дозволяють спростити чисельний розрахунок та аналіз спінових спостережуваних $C_{\alpha\beta\gamma}$ для dp - розсіяння, а також функцій електричної та магнітної структури, зарядового, квадрупольного і магнітного формфакторів дейтрона. Результати розрахунків тензорної і векторної дейтронних поляризацій $t_{ij}(p)$ дають певну інформацію про електромагнітну структуру дейтрона і диференціальний переріз подвійного розсіяння. За ними при відомих тензорній і

векторній аналізуючих здатностях можна більш детально вивчити явище поляризації відбитих (розсіяних назад) електронів і дейтронів.

По отриманим коефіцієнтам аналітичної форми ХФД в координатному представленні для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18 розраховано поляризаційні спостережувані в реакції типу $A(d,d')X$. Додатково порівнюються одержані результати з теоретичними оцінками для інших трьох потенціальних моделей (Paris, CD-Bonn, MT). Обчислені значення величин тензорної A_{yy} і векторної A_y аналізуючих здатностей порівнюються з експериментальними даними в t -масштабуванні для непружного розсіяння дейтронів на водню, вуглеці та берилію і даними процесів $e^-+d \rightarrow e^-+d$ та $p(d,d')X$. Для теоретичного опису застосовано формалізм в моделях імпульсного наближення плоских хвиль та обміну ω -мезоном. В моделі ІНПХ також оцінені теоретичні значення тензор-тензорної K_{yy} та вектор-векторної K_y передач поляризації, а в підході обміну ω -мезоном – векторні (тензорні) коефіцієнти передачі поляризації $k_a^{a'}$ ($k_{aa}^{a'a'}$). В рамках моделі обміну ω -мезоном також приведені результати A_{yy} для Ропер- резонансу та алгебраїчної колективної моделі. Задовільність теоретичних оцінок аналізуючих здатностей їх експериментальним даним в різних областях t - масштабування детально проаналізовано в залежності від застосованої моделі опису $A(d,d')X$ - реакції та вибору потенціальної моделі. В подальшому одержані значення A_{yy} , K_{yy} , K_y можуть бути застосовані для знаходження парціальних і спін-фліп перерізів, а також опису подвійного диференціального перерізу для відомих спектрів енергії збудження в реакції $^{12}\text{C}(d,d')$.

В наближенні нульової маси лептона розглянуто лептон-дейтронне розсіяння. Імпульсно-кутова залежність значень коефіцієнтів спінової кореляції $C_{xz}^{(0)}$, $C_{zz}^{(0)}$ та тензорних асиметрій $A_{xx}^{(0)}$, $A_{xz}^{(0)}$, $A_{zz}^{(0)}$ у 3D форматі оцінена по ХФД для потенціалу Reid93. Ці поляризаційні спостережувані аналізуються при різних енергіях і кутах розсіяння. Застосування отриманих величин дозволяє краще пояснити і проілюструвати закономірності пружного лептон-дейтронного розсіяння.

Результати досліджень розділу 4 опубліковані в роботах [3-6, 10-15, 17-19, 21, 24-28, 30, 32, 35, 36, 46, 55].

ВИСНОВКИ

Основні результати досліджень, що виносяться на захист дисертації і викладені у ній, можна сформулювати наступним чином:

1. У рамках потенціальної моделі проведено детальний аналіз структури радіальної ХФД. Показано, що фізичний розв'язок крайової задачі можна побудувати із двох незалежних розв'язків зв'язаної системи рівнянь Шредінгера, асимптотика яких визначається повним моментом системи та характером поведінки тензорного потенціалу на початку координат. Наявність такої обумовленості асимптотики від виду тензорного потенціалу суттєво відрізняє задачу із зв'язаними каналами від задачі з одиночним рівнянням Шредінгера. Вибір хибної асимптотики радіальних канальних функцій може генерувати надлишкові вузли ХФД.

2. Враховуючи асимптотику поблизу початку координат, чисельно отримано ХФД. Потенціалами нуклон-нуклонної взаємодії слугували потенціал Юкави, несингулярний потенціал Рейда (Reid93), потенціал Argonne v18. Розраховані ХФД в конфігураційному представленні не містять надлишкових вузлів. По отриманих хвильових функціях розраховано імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні.

3. Для одноканального випадку за допомогою методу фазових функцій чисельно отримано фазові зсуви нуклон-нуклонного розсіяння: nn (1S_0 -, 3P_0 -, 3P_1 -, 1D_2 -, 3F_3 - станів), pp (1S_0 -, 3P_0 -, 3P_1 -, 1D_2 - станів) і np (1S_0 -, 1P_1 -, 3P_0 -, 3P_1 -, 1D_2 -, 3D_2 - станів). Розрахунки проведено для потенціалів Неймегенської групи (Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93) і потенціалу Argonne v18. По розрахованим фазовим зсувам обчислено повний переріз та скалярну амплітуду, значення яких мало відрізняються від величин, отриманих по відомим фазам в інших роботах. Порівнюються результати розрахунків фазових зсувів по МФФ з фазовими зсувами для інших потенціальних моделей і з експериментальними даними для фазового аналізу SP07.

4. Для ряду потенціалів (Argonne v18, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, OSBER, Idaho-A, CD-Bonn, WJC-2, N³LO та модельних потенціалів бази даних Granada-2013) здійснена апроксимація фаз np - розсіяння аналітичним виразом. Апроксимаційною функцією слугувала квадратична функція параболічного

типу. Отримані коефіцієнти даної залежності можуть бути застосовані для розрахунку фази розсіяння в будь-якій точці енергетичного інтервалу 1–350 MeV для вказаної групи потенціалів, а також оцінки величин залежних від фази.

5. Для пошуку фаз розсіяння і параметра змішування для зв'язаних каналів 3S_1 – 3D_1 використано параметризацію Стаппа. Для чисельних розрахунків використано найпростіший і наочний потенціал в координатному представленні – Reid68 (версія з м'якою серцевиною). Для параметра змішування ε_1 розрахунки дають гладку поведінку від енергії (аналогічно до інших робіт).

6. Запропоновано дві нові аналітичні форми ХФД в координатному представленні у виді добутку степеневі функції r^n на суму експоненціальних членів $A_i \cdot \exp(-a_i \cdot r^3)$. Чисельно розраховані коефіцієнти цих форм для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Argonne v18 забезпечують ХФД, які не містять надлишкових вузлів біля початку координат. Обчислені статичні параметри дейтрона добре узгоджуються з експериментальними даними і теоретичними результатами.

7. Аналогічно до роботи М.Н. Платонової і В.І. Кукуліна знайдено вирази для сферичних $S_0^{(i)}$ і квадрупольних $S_2^{(i)}$ формфакторів, які визначаються через коефіцієнти розкладу аналітичних форм ХФД в координатному представленні. Це в свою чергу дозволяє визначати асимптотики при великих значеннях імпульсу та спростити розрахунок дейтронних формфакторів G_C , G_Q , G_M та функції електричної структури $A(p)$ при застосуванні оригінального дипольного наближення для нуклонних формфакторів.

8. Розраховані дейтронні формфактори G_C , G_Q , G_M та структурні функції $A(p)$ і $B(p)$ порівнюються з експериментальними даними світових колаборацій та оглядів. Позицію нуля формфакторів дейтрона і функції магнітної структури $B(p)$ порівняно з близькими значеннями для інших потенціальних моделей. Запропонована нова апроксимаційна форма експериментальних даних відношення структурних функцій B/A для переданих імпульсів $p < 7.5 \text{ fm}^{-1}$ враховує відношення для зарядового G_C (квадрупольного G_Q) і магнітного G_M формфакторів дейтрона.

9. На основі одержаних аналітичних форм ХФД в координатному

представленні розраховано сукупність поляризаційних характеристик:

для ed - розсіяння: векторні t_{10} , t_{11} і тензорні t_{20} , t_{21} , t_{22} дейтронні поляризації та їх кутова й імпульсна асиметрії;

для dp - розсіяння: тензорна аналізуюча здатність T_{20} і поляризаційна передача κ_0 (розрахунок проведено у рамках методу інваріантної амплітуди);

в реакції $A(d,d')X$: тензорна A_{yy} і векторна A_y аналізуючі здатності, тензор-тензорна K_{yy} та вектор-векторна K_y передачі поляризації, векторні (тензорні) коефіцієнти передачі поляризації $k_a^{a'}$ ($k_{aa}^{a'a'}$) (розрахунок проведено в моделях імпульсного наближення плоских хвиль та обміну ω -мезоном);

в лептон-дейтронному розсіянні: коефіцієнти спінової кореляції $C_{xz}^{(0)}$, $C_{zz}^{(0)}$ та тензорні асиметрії $A_{xx}^{(0)}$, $A_{xz}^{(0)}$, $A_{zz}^{(0)}$ (застосовано наближення нульової маси лептона).

10. Порівняння отриманих теоретичних значень зазначених поляризаційних характеристик з наявними в літературі експериментальними даними провідних колаборацій та оглядів показує:

1) Для тензорної t_{20} дейтронної поляризації для потенціалів Argonne v18, Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 наявне хороше узгодження в області значень імпульсів $p=1-4 \text{ fm}^{-1}$. Дейтронні поляризації t_{10} , t_{11} , t_{21} , t_{22} можуть бути взяті до уваги при теоретичних оцінках для інших потенціалів чи при їх експериментальному визначенні, оскільки для цих величин відсутні експериментальні дані в широкому інтервалі імпульсів.

2) В ІНПХ: величина A_{yy} в ІНПХ добре узгоджується з експериментальними даними до $|t|=0.2 \text{ (Гев/с)}^2$ і в середині інтервалу $0.8-1.9 \text{ (Гев/с)}^2$; чим менший параметр a , тим буде ближче змодельована крива A_y до експерименту; для A_y найбільш чутливим до a буде CD-Bonn потенціал, а менш чутливим – МТ модель.

3) В моделі обміну ω -мезоном: значення A_{yy} слабо відрізняються від вибору потенціалів при малих імпульсах до 0.2 (Гев/с)^2 , а для $p>2.2 \text{ (Гев/с)}^2$ наявні близькі значення A_{yy} для різних потенціалів при параметрі $\rho=0.5$ і їх разюча відмінність при $\rho=0.1$; в максимумі при $\sim 0.45 \text{ (Гев/с)}^2$ величина A_y дає кращий опис експериментальних даних $A(d,d')X$ - реакції при $\rho=0.1$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. V.I. Zhaba, Mod. Phys. Lett. A **31**, 1650049 (2016).
2. V.I. Zhaba, Int. J. Mod. Phys. E **25**, 1650088 (2016).
3. V.I. Zhaba, Mod. Phys. Lett. A **31**, 1650139 (2016).
4. V.I. Zhaba, Mod. Phys. Lett. A **33**, 1850160 (2018).
5. V.I. Zhaba, Int. J. Mod. Phys. E **28**, 1950080 (2019).
6. V.I. Zhaba, Mod. Phys. Lett. A **35**, 2050134 (2020).
7. В.І. Жаба, Журнал фізичних досліджень **19**, 4201 (2015).
8. V.I. Zhaba, Problems of Atomic Science and Technology **5(105)**, 29 (2016).
9. В.І. Жаба, Ядерна фізика та енергетика **17**, 22 (2016).
10. В.І. Жаба, Український фізичний журнал **61**, 949 (2016).
11. В.І. Жаба, Журнал фізичних досліджень **20**, 3101 (2016).
12. V.I. Zhaba, Problems of Atomic Science and Technology **3(103)**, 154 (2016).
13. V.I. Zhaba, Electr. Journ. Theor. Phys. **13(36)**, 147 (2016).
14. В.І. Жаба, Журнал фізичних досліджень **21**, 4101 (2017).
15. В.І. Жаба, Журнал фізичних досліджень **23**, 1102 (2019).
16. І. Гайсак, В. Жаба, Вісник Львівського університету. Серія фізична **44**, 8 (2009).
17. І.І. Гайсак, В.І. Жаба, Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика **36**, 100 (2014).
18. В.І. Жаба, Вісник Черкаського університету. Серія Фізико-математичні науки **349(№ 16)**, 50 (2015).
19. В.І. Жаба, Вісник Львівського університету. Серія фізична **51**, 77 (2016).
20. В.І. Жаба, Наукові записки НаУКМА. Фізико-математичні науки **178**, 44 (2016).
21. В.І. Жаба, Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика **39**, 82 (2016).
22. В.І. Жаба, Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика **40**, 106 (2016).
23. В.І. Жаба, Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика

42, 191 (2017).

24. В.І. Жаба, Вісник Львівського університету. Серія фізична **54**, 22 (2017).

25. В.І. Жаба, Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика **43**, 34 (2018).

26. В.І. Жаба, Вісник Львівського університету. Серія фізична **56**, 43 (2019).

27. V.I. Zhaba, World Scientific News **87**, 222 (2017).

28. V.I. Zhaba, International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS) **4**(10), 12 (2017).

29. V.I. Zhaba, World Scientific News **98**, 206 (2018).

30. V.I. Zhaba, International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS) **5**(4), 5 (2018).

31. V.I. Zhaba, International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS) **5**(8), 1 (2018).

32. V.I. Zhaba, World Scientific News **114**, 230 (2018).

33. V.I. Zhaba, World Scientific News **123**, 161 (2019).

34. V.I. Zhaba, World Scientific News **129**, 255 (2019).

35. V.I. Zhaba, World Scientific News **130**, 250 (2019).

36. V.I. Zhaba, World Scientific News **131**, 279 (2019).

37. V.I. Zhaba, International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS) **6**(7), 18 (2019).

38. І.І. Гайсак, В.І. Жаба, Й. Урбан, С. Халупка, *Програма і тези доповідей Конференції молодих учених і аспірантів "ІЕФ-2007"* (Ужгород, 2007), с. 94.

39. І. Гайсак, В. Жаба, *Збірник тез Міжнародної конференції студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики «ЕВРИКА-2008»* (Львів, 2008), с. А6.

40. И.И. Гайсак, В.И. Жаба, Й. Урбан, С. Халупка, *Тезисы докладов VI конференции по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям* (Харьков, 2008), с. 56.

41. І.І. Гайсак, В.І. Жаба, *Програми і тези доповідей Міжнародної конференції молодих учених і аспірантів "ІЕФ-2011"* (Ужгород, 2011), с. 169.

42. И.И. Гайсак, В.И. Жаба, *Тезисы докладов X конференции по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям* (Харьков, 2012), с. 40.
43. І.І. Гайсак, В.І. Жаба, Р.Й. Балог, *Тези доповідей XIX щорічної наукової конференції Інституту ядерних досліджень НАН України* (Київ, 2012), с. 23.
44. І.І. Гайсак, В.І. Жаба, *Тези доповідей XX щорічної наукової конференції Інституту ядерних досліджень НАН України* (Київ, 2013), с. 28-29.
45. І.І. Гайсак, В.І. Жаба, *Тезисы докладов XII конференции по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям* (Харьков, 2014), с. 43.
46. І.І. Гайсак, В.І. Жаба, *Матеріали та програма Науково-технічної конференції “Фізика, електроніка, електротехніка :: 2015” (ФЕЕ-2015)* (Суми, 2015), с. 57.
47. В.І. Жаба, *Тези доповідей XXIII щорічної наукової конференції Інституту ядерних досліджень НАН України* (Київ, 2016), с. 28-29.
48. В.І. Жаба, *Тези доповідей XXIV щорічної наукової конференції Інституту ядерних досліджень НАН України* (Київ, 2017), с. 28-29.
49. В.І. Жаба, *Матеріали Міжнародної конференції молодих учених і аспірантів “ІЕФ-2017”* (Ужгород, 2017), с. 133-134.
50. В.І. Жаба, *Зб. тез V Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих науковців Інформаційні технології – 2018* (Київ, 2018), с. 222-224.
51. Viktor Zhaba, *Book of abstracts VI International Conference “Analysis and Mathematical Physics” dedicated to the centennial anniversary of the National Academy of Sciences of Ukraine and the 50th anniversary of the Department of Function Theory* (Kharkiv, 2018), p. 34-35.
52. В.І. Жаба, *Матеріали та програма Науково-технічної конференції “Фізика, електроніка, електротехніка :: 2019” (ФЕЕ-2019)* (Суми, 2019), с. 31-32.
53. V.I. Zhaba, preprint arXiv:nucl-th/1603.05382 (2016).
54. V.I. Zhaba, preprint arXiv:nucl-th/1604.01058 (2016).
55. V.I. Zhaba, preprint arXiv:nucl-th/1907.09853 (2019).
56. И.В. Ракобольская. *Ядерная физика* (Издательство Московского университета, Москва, 1981).

57. С. де Бенедетти, *Ядерные взаимодействия*, пер. с англ. В.М. Голубчикова и др.; под ред. А.О. Вайсенберга (Атомиздат, Москва, 1968).
58. Та-Ю Ву, Т. Омура, *Квантовая теория рассеяния*, пер. с англ. В.А. Алексеева (Наука, Москва, 1969).
59. І.О. Вакарчук, *Квантова механіка* (ЛНУ ім. І. Франка, Львів, 2012).
60. Л.А. Булавін, В.К. Тартаковський, *Ядерна фізика* (Знання, Київ, 2005).
61. І.І. Гайсак, Р.І. Селянчин, *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика* **17**, 119 (2005).
62. І.І. Гайсак *та ін.*, *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика* **10**, 134 (2001).
63. С.Л. Шапиро, С.А. Тьюколски, *Черные дыры белые карлики и нейтронные звезды*, Часть 1, пер. с англ. под ред. Я.А. Смородинского (Мир, Москва, 1985).
64. О.А. Барсуков, *Основы физики атомного ядра. Ядерные технологии* (Физматлит, Москва, 2011).
65. M. Naghdi, *Phys. Part. Nucl. Lett.* **11**, 410 (2014).
66. M. Naghdi, *Phys. Part. Nucl.* **45**, 924 (2014).
67. M. Naghdi, preprint arXiv:nucl-th/0702078v1 (2007).
68. Ф. Легар, Е.А. Строковский, *Феноменология и анализ данных по рассеянию нуклонов* (МГУ, Москва, 2010).
69. S. Gartenhaus, *Phys. Rev.* **100**, 900 (1955).
70. M. Taketani, S. Machida, S. Ohanuma, *Prog. Theor. Phys.* **7**, 45 (1952).
71. K.A. Brueckner, K.M. Watson, *Phys. Rev.* **92**, 1023 (1953).
72. M. Konuma, H. Miyazawa, S. Otsuki, *Progr. Theor. Phys.* **19**, 17 (1958).
73. P.S. Signell, R.E. Marshak, *Phys. Rev.* **106**, 832 (1957).
74. P.S. Signell, R.E. Marshak, *Phys. Rev.* **109**, 1229 (1958).
75. J.L. Gammel, R.M. Thaler, *Phys. Rev.* **107**, 291 (1957).
76. J.L. Gammel, R.M. Thaler, *Phys. Rev.* **107**, 1337 (1957).
77. R.A. Bryan, *Nuovo Cimento* **16**, 895 (1960).
78. T. Hamada, *Prog. Theor. Phys.* **25**, 247 (1961).

79. T. Hamada, I.D. Johnston, Nucl. Phys. **34**, 382 (1962).
80. K.E. Lassila *et al.*, Phys. Rev. **126**, 881 (1962).
81. R.V. Reid, Ann. Phys. **50**, 411 (1968).
82. I. Úlehla *et al.*, Czech. J. Phys. B **19**, 1570 (1969).
83. N. Hoshizaki *et al.*, Prog. Theor. Phys. **27**, 1199 (1962).
84. V.V. Babikov, Prog. Theor. Phys. **29**, 712 (1963).
85. S. Sawada *et al.*, Prog. Theor. Phys. **32**, 380 (1964).
86. R.A. Bryan, Nucl. Phys. A **146**, 359 (1970).
87. T. Ueda, M.L. Nack, A.E.S. Green, Phys. Rev. C **8**, 2061 (1973).
88. H. Feshbach, E. Lomon, Phys. Rev. **102**, 891 (1956).
89. H.V. von Geramb, K.A. Amos, Phys. Rev. C **41**, 1384 (1990).
90. L. Puzikov, R. Ryndin, Ia. Smorodinskii, Sov. Phys. JETP **5**, 489 (1957).
91. S. Okubo, R.E. Marshak, Ann. Phys. (N.Y.) **4**, 166 (1958).
92. J.L. Gammel, R.S. Christian, R.M. Thaler, Phys. Rev. **105**, 311 (1957).
93. Н.Г. Гончарова. 12 лекций по физике атомного ядра. URL: <http://nuclphys.sinp.msu.ru/nucmodl/index.html>
94. T. Hamada, Prog. Theor. Phys. **24**, 126 (1960).
95. T. Hamada, Y. Nakamura, R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **33**, 769 (1965).
96. Дж.Е. Браун, А.Д. Джексон, *Нуклон-нуклонные взаимодействия*, пер. с англ. Г.А. Лобова и Б.О. Кербикова (Атомиздат, Москва, 1979).
97. G. Breit *et al.*, Phys. Rev. **120**, 2227 (1960).
98. M.H. Huli *et al.*, Phys. Rev. **122**, 1606 (1961).
99. N.R. Yoder, P. Signell. Bull. Am. Phys. Soc. **12**, 50 (1967).
100. B.D. Day, Phys. Rev. C **24**, 1203 (1981).
101. G. Breit *et al.*, Phys. Rev. **128**, 826 (1962).
102. M.H. Huli *et al.*, Phys. Rev. **128**, 830 (1962).
103. R. de Turreil, B. Rouben, D.W.L. Sprung, Phys. A **242**, 445 (1975).
104. J. Cote *et al.*, Nucl. Phys. A **273**, 269 (1976).
105. R. de Turreil, D.W.L. Sprung, Nucl. Phys. A **201**, 193 (1973).
106. J.R. Bergervoet *et al.*, Phys. Rev. C **38**, 15 (1988).

107. J.R. Bergervoet *et al.*, Phys. Rev. C **41**, 1435 (1990).
108. R.G.E. Timmermans, Th.A. Rijken, J.J. de Swart, Phys. Rev. Lett. **67**, 1074 (1991).
109. R. Timmermans, Th.A. Rijken, J.J. de Swart, Phys. Rev. C **50**, 48 (1994).
110. V.G.J. Stoks *et al.*, Phys. Rev. C **48**, 792 (1993).
111. V.G.J. Stoks, R. Timmermans, J.J. de Swart, Phys. Rev. C **47**, 512 (1993).
112. M.M. Nagels, T.A. Rijken, J.J. de Swart, Phys. Rev. D **12**, 744 (1975).
113. M.M. Nagels, T.A. Rijken, J.J. de Swart, Phys. Rev. D **15**, 2547 (1977).
114. M.M. Nagels, T.A. Rijken, J.J. de Swart, Phys. Rev. D **20**, 1633 (1979).
115. M.M. Nagels, T.A. Rijken, J.J. de Swart, Phys. Rev. D **17**, 768 (1978).
116. V.G.J. Stoks *et al.*, Phys. Rev. C **49**, 2950 (1994).
117. R.A. Arndt *et al.*, Phys. Rev. D **45**, 3995 (1992).
118. J.J. de Swart *et al.*, Few-Body Syst. Suppl. **8**, 438 (1995).
119. W.N. Cottingham *et al.*, Phys. Rev. D **8**, 800 (1973).
120. M. Lacombe *et al.*, Phys. Rev. D **12**, 1495 (1975).
121. M. Lacombe *et al.*, Phys. Rev. C **21**, 861 (1980).
122. M. Lacombe *et al.*, Phys. Lett. B **101**, 139 (1981).
123. J. Haidenbauer, W. Plessas, Phys. Rev. C **30**, 1822 (1984).
124. J. Haidenbauer, W. Plessas, Phys. Rev. C **32**, 1424 (1985).
125. I.E. Lagaris, V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. A **359**, 331 (1981).
126. A.M. Green, P. Haapakoski, Nucl. Phys. A **221**, 429 (1974).
127. R.B. Wiringa, R.A. Smith, T.L. Ainsworth, Phys. Rev. C **29**, 1207 (1984).
128. R.B. Wiringa, V.G.J. Stoks, R. Schiavilla, Phys. Rev. C **51**, 38 (1995).
129. V.G.J. Stoks, J.J. de Swart, Phys. Rev. C **42**, 1235 (1990).
130. R.B. Wiringa, A. Arriaga, V.R. Pandharipande, Phys. Rev. C **68**, 054006 (2003).
131. P. Doleschall *et al.*, Phys. Rev. C **67**, 064005 (2003).
132. S. Veerasamy, W.N. Polyzou, Phys. Rev. C **84**, 034003 (2011).
133. R. Machleidt, K. Holinde, Ch. Elster, Phys. Rep. **149**, 1 (1987).
134. C. Elster *et al.*, Phys. Rev. C **37**, 1647 (1988).
135. J. Haidenbauer, Y. Koike, W. Plessas, Phys. Rev. C **33**, 439 (1986).
136. R. Machleidt, Adv. Nucl. Phys. **19**, 189 (1989).

137. R. Machleidt, F. Sammarruca, Y. Song, Phys. Rev. C **53**, R1483 (1996).
138. R. Machleidt, Phys. Rev. C **63**, 024001 (2001).
139. V.I. Kukulín, V.N. Pomerantsev, Prog. Theor. Phys. **88**, 159 (1992).
140. V.I. Kukulín *et al.*, Phys. Rev. C **57**, 535 (1998).
141. V.I. Kukulín, V.N. Pomerantsev, A. Faessler, Phys. Rev. C **59**, 3021 (1999).
142. V.I. Kukulín *et al.*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **27**, 1851 (2001).
143. V.I. Kukulín *et al.*, Int. J. Mod. Phys. E **11**, 1 (2002).
144. V.N. Pomerantsev *et al.*, Phys. Atom. Nucl. **68**, 1453 (2005).
145. V.I. Kukulín *et al.*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **30**, 287 (2004).
146. C. Ordóñez, L. Ray, U. van Kolck. Phys. Rev. C **53**, 2086 (1996).
147. D.R. Entem, R. Machleidt, Phys. Lett. B **524**, 93 (2002).
148. D.R. Entem, R. Machleidt, preprint arXiv:nucl-th/0107057 (2001).
149. M.P. Valderrama, E.R. Arriola, Phys. Rev. C **74**, 054001 (2006).
150. D.R. Entem, R. Machleidt, Phys. Rev. C **68**, 041001 (2003).
151. E. Epelbaum, W. Glockle, U.-G. Meißner, Nucl. Phys. A **747**, 362 (2005).
152. R.N. Perez, J.E. Amaro, E.R. Arriola, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **43**, 114001 (2016).
153. R. Machleidt, D.R. Entem, Phys. Rep. **503**, 1 (2011).
154. D.R. Entem, R. Machleidt, Y. Nosyk, Phys. Rev. C **96**, 024004 (2017).
155. F. Huang, W.L. Wang, Phys. Rev. D **98**, 074018 (2018).
156. T. Obinata, M. Wada, Prog. Theor. Phys. **53**, 732 (1975).
157. T. Obinata, M. Wada, Prog. Theor. Phys. **57**, 1984 (1977).
158. T. Obinata, Prog. Theor. Phys. **73**, 1270 (1985).
159. L. Jäde, H.V. von Geramb, Phys. Rev. C **55**, 57 (1997).
160. L. Jäde, Phys. Rev. C **58**, 96 (1998).
161. L. Jäde, H.V. von Geramb, Phys. Rev. C **57**, 496 (1988).
162. A. Funk, H.V. von Geramb, K.A. Amos, Phys. Rev. C **64**, 054003 (2001).
163. P. Doleschall, Nucl. Phys. A **602**, 60 (1996).
164. A.M. Shirokov *et al.*, Phys. Rev. C **70**, 044005 (2004).
165. A.I. Mazur *et al.*, Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **71**, 754 (2007).

166. C. Downum *et al.*, AIP Conf. Proc. **1257**, 538 (2010).
167. V.A. Knyr, V.G. Neudatchin, N.A. Khokhlov, Phys. Atom. Nucl. **69**, 2034 (2006).
168. C.A. da Rocha, R. Higa, M.R. Robilotta, Braz. J. Phys. **37**, 75 (2007).
169. G.P. Kamuntavicius, M. Kaminskas, Cent. Eur. J. Phys. **8**, 970 (2010).
170. К.Н. Мухин, *Экспериментальная ядерная физика, Книга 2. Физика элементарных частиц* (Энергоатомиздат, Москва, 1993).
171. V.I. Kukulín, V.N. Pomerantsev, A. Faessler, preprint arXiv:nucl-th/9903056 (1999).
172. Р. Курант, Д. Гильберт, *Методы математической физики*, В 2-х томах, Т. I. Пер. с нем.: З. Либин, Б. Лившиц, Ю. Рабинович (ОГИЗ ГТТИ, Москва, 1951).
173. D.R. Entem, R. Machleidt, H. Witala, Phys. Rev. C **65**, 064005 (2002).
174. J.E. McAninch *et al.*, Phys. Lett. B **307**, 13 (1993).
175. W. Tornow *et al.*, Phys. Rev. Lett. **49**, 312 (1982).
176. H. Rühl *et al.*, Nucl. Phys. A **524**, 377 (1991).
177. H. Shimizu *et al.*, Nucl. Phys. A **382**, 242 (1982).
178. D. Huber, J.L. Friar, Phys. Rev. C **58**, 674 (1998)
179. W. Glockle *et al.*, Phys. Rep. **274**, 107 (1996).
180. W. Tornow *et al.*, Phys. Rev. C **45**, 459 (1992).
181. N. Kalantar-Nayestanaki *et al.*, Rep. Prog. Phys. **75**, 016301 (2012).
182. F. Gross, A. Stadler, Phys. Lett. B **668**, 163 (2008).
183. W. Tornow, H. Witala, A. Kievsky, Phys. Rev. C **57**, 555 (1998).
184. J. Golak *et al.*, Eur. Phys. J. A **50**, 177 (2014).
185. H. Witala *et al.*, J. Phys. G: Nucl. Part Phys. **41**, 094011 (2014).
186. K. Sekiguchi *et al.*, Phys. Rev. C **83**, 061001 (2011).
187. E. Epelbaum, H. Krebs, U.-G. Meißner, Eur. Phys. J. A **51**, 53 (2015).
188. K. Fukukawa, Y. Fujiwara, Few-Body Syst. **54**, 483 (2013).
189. E. Epelbaum *et al.*, Nucl. Phys. A **689**, 111 (2001).
190. Yu. Volkotrub *et al.*, EPJ Web Conf. **199**, 05006 (2019).
191. E.M. Darwish, M.Y. Hussein, B. Abu Sal, Appl. Math. & Inf. Sci. **3**, 309 (2009).

192. E.M. Darwish, H.M. Abou-Elsebaa, K.S.A. Hassaneen, *Braz. J. Phys.* **48**, 168 (2018).
193. В.А. Бабенко, Н.М. Петров, *Ядерная физика* **71**, 1761 (2008).
194. В.А. Бабенко, Н.М. Петров, *Ядерна фізика та енергетика* **13** (№ 3), 255 (2012).
195. Ю.М. Широков, Н.П. Юдин, *Ядерная физика* (Наука, Москва, 1980).
196. В.В. Бабилов, *Метод фазовых функций в квантовой механике* (Наука, Москва, 1988).
197. Ф. Калоджеро, *Метод фазовых функций в теории потенциального рассеяния*, пер. с англ. Р.М. Мир-Касимова (Мир, Москва, 1972).
198. М. Абрамовиц, Д. Липман, *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами* (Наука, Москва, 1979).
199. В.В. Бабилов, *УФН* **92**, 3 (1967).
200. P.M. Morse, W.P. Allis, *Phys. Rev.* **44**, 269 (1933).
201. Г.Ф. Друкарев, *ЖЭТФ* **19**, 247 (1949).
202. O. Bergmann. *Acta Phys. Austriaca* **4**, 62 (1950).
203. G.J. Kynch, *Proc. Phys. Soc. A* **65**, 83 (1952).
204. G.J. Kynch, *Proc. Phys. Soc. A* **65**, 94 (1952).
205. P.O. Olsson. *Ark. Fys.* **4**, 217 (1952).
206. F. Calogero, *Nuovo Cimento* **27**, 261 (1963).
207. C. Zemach, *Nuovo Cimento* **33**, 939 (1964).
208. F. Calogero, D.G. Ravenhall, *Nuovo Cimento* **32**, 1755 (1964).
209. F. Calogero, *Nuovo Cimento* **33**, 3632 (1964).
210. R.F. Dashen, *Nuovo Cimento* **28**, 229 (1963).
211. P. Swan, *Phys. Rev.* **153**, 1379 (1967).
212. S. Franchetti, *Nuovo Cimento* **6**, 601 (1957).
213. D.R. Swanson, *Phys. Rev.* **89**, 740 (1953).
214. B.R. Levy, J.B. Keller, *J. Math. Phys.* **4**, 54 (1963).
215. R.F. Dashen, *J. Math. Phys.* **4**, 388 (1963).
216. R. Krivec, V.B. Mandelzweig, *Comput. Phys. Comm.* **152**, 165 (2003).

217. V.P. Dzyuba *et al.*, Bull. Lebedev Phys. Inst. **42**, 10 (2015).
218. D.S. Miserev, J. Exp. Theor. Phys. **122**, 1070 (2016).
219. K. Chadan, R. Kobayashi, T. Kobayashi, J. Math. Phys. **42**, 4031 (2001).
220. H. Ouerdane *et al.*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **36**, 4055 (2003).
221. V.D. Viterbo, N.H.T. Lemes, J.P. Braga, Revista Brasileira de Ensino de Fisica **36**, 1310 (2014).
222. S.N. Ershov, J.S. Vaagen, M.V. Zhukov, Phys. Rev. C **84**, 064308 (2011).
223. O. Kidun, N. Fominykh, J. Berakdar, J. Phys. A: Math. Gen. **35**, 9413 (2002).
224. Argonne v18. URL: <http://www.phy.anl.gov/theory/research/av18/>
225. А.Е. Мудров, *Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль* (РАСКО, Томск, 1991).
226. Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер, *Машинные методы математических вычислений*, пер. с англ. под ред. Х.Д. Икримова (Мир, Москва, 1980).
227. Д. Мак-Кракен, У. Дорн, *Численные методы и программирование на ФОРТРАНе*, пер. с англ. под ред. Б.М. Наймарка (Мир, Москва, 1977).
228. Г. Катцан, *Язык Фортран 77*, пер. с англ. под ред. Ю.М. Баяковский (Мир, Москва, 1982).
229. О.В. Бартедьев, *Современный Фортран* (Диалог-МИФИ, Москва, 2013).
230. E.W. Schmid, G. Spitz, W. Losch, *Theoretical Physics on the Personal Computer* (Springer-Verlag, Berlin, New York, 1990).
231. Р. Вильсон, *Нуклон-нуклонные взаимодействия*, пер. с англ. под ред. В.П. Джелепо (Мир, Москва, 1965).
232. J.M. Blatt, V.F. Weisskopf, *Theoretical nuclear physics* (Wiley, New York, 1958).
233. J.L. McHale, R.M. Thaler, Phys. Rev. **98**, 273 (1955).
234. J.M. Blatt, L.C. Biedenharn, Phys. Rev. **86**, 399 (1952).
235. J.R. Cox, A. Perlmutter, Nuovo Cimento **37**, 76 (1965).
236. A. Degasperis, Nuovo Cimento **34**, 1667 (1964).
237. J.R. Cox, Nuovo Cimento **37**, 474 (1965).

238. H.P. Stapp, T.I. Ypsilantis, N. Metropolis, Phys. Rev. **105**, 302 (1957).
239. А.В. Матвеевко, Л.И. Пономарев, М.П. Файфман, ОИЯИ, Препринт Р4-8232, 1974.
240. D.R. Entem *et al.*, Phys. Rev. C **91**, 014002 (2015).
241. I. Dubovyk, O. Shebeko, Few-Body Systems **48**, 109 (2010).
242. R.N. Pérez, J.E. Amaro, E.R. Arriola, Phys. Rev. C **88**, 024002 (2013).
243. U. Laha, J. Bhoi, Pramana **81**, 959 (2013).
244. M. Albaladejo, J.A. Oller, Phys. Rev. C **84**, 054009 (2011).
245. M.P. Valderrama, E.R. Arriola, Phys. Rev. C **74**, 064004 (2006).
246. Н.Н. Калиткин, *Численные методы* (Наука, Москва, 1978).
247. В.И. Ракитин, В.Е. Первушин, *Практическое руководство по методам вычислений с приложением программ для персональных компьютеров* (Высшая школа, Москва, 1998).
248. А.Н. Тихонов и др., *Численные методы решения некорректных задач* (Наука, Москва, 1990).
249. Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков, *Численные методы* (Физматлит, Москва, 2002).
250. NN-OnLine. NN interaction. URL: <http://nn-online.org/NN/>
251. R.A. Arndt *et al.*, Phys. Rev. C **76**, 025209 (2007).
252. F. Calogero, Phys. Rev. **135**, B693 (1964).
253. M.A. Dolgoplov, L.A. Minin, V.A. Rabotkin, Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **81**, 1225 (2017).
254. F. Gross, A. Stadler, Phys. Rev. C **78**, 014005 (2008).
255. S.K. Bogner *et al.*, Phys. Lett. B **649**, 488 (2007).
256. H.V. von Geramb *et al.*, Phys. Rev. C **58**, 1948 (1998).
257. R. Machleidt, Nucl. Phys. A **689**, 11 (2001).
258. H.V. von Geramb, H. Kohlhoff, Lect. Not. Phys. **427**, 285 (2005).
259. S.G. Bondarenko *et al.*, Nucl. Phys. A **832**, 233 (2010).
260. H.V. von Geramb, B. Davaadorj, St. Wirsching, preprint arXiv:nucl-th/0308004 (2003).

261. H.F. Arellano *et al.*, Phys. Rev. C **54**, 2570 (1996).
262. R.A. Arndt, I.I. Strakovsky, R.L. Workman, Phys. Rev. C **62**, 034005 (2000).
263. J. Bystricky, C. Lechanoine-Leluc, F. Lehar, Eur. Phys. J. C **4**, 607 (1998).
264. J. Ball *et al.*, Nuovo Cimento A **111**, 13 (1998).
265. R.A. Arndt and M.H. MacGregor, Phys. Rev. **141**, 873 (1966).
266. V. Stoks, J.J. de Swart, Phys. Rev. C **52**, 1698 (1995).
267. Б.С. Ишханов, И.М. Капитонов, Н.П. Юдин, *Частицы и атомные ядра* (Издательство ЛКИ, Москва, 2007).
268. В.А. Хангулян, И.С. Шапиро, *Избранные вопросы теории ядра*, Часть 1. Проблема двух тел в ядерной физике (МИФИ, Москва, 2009).
269. W. Rarita, J. Schwinger, Phys. Rev. **59**, 436 (1941).
270. N. Takigawa, K. Washiyama, *Fundamentals of Nuclear Physics* (Springer Verlag, Japan, 2017).
271. V. I. Zhaba, preprint arXiv:nucl-th/1706.08306 (2017).
272. A. Donnachie, Nucl. Phys. **32**, 637 (1962).
273. G. Bialkowsk, Nuovo Cimento **32**, 1809 (1964).
274. C. Burnap, J.S. Levinger, B. Siebert, Phys. Lett. B **33**, 337 (1970).
275. V.M. Krasnopol'sky *et al.*, Phys. Lett. B **165**, 7 (1985).
276. M.N. Platonova, V.I. Kukulín, Phys. Atom. Nucl. **73**, 86 (2010).
277. J.A. Oteo, Can. J. Phys. **66**, 478 (1988).
278. L. Hulthen, M. Sugawara, *In Handbook der Physik* (Springer-Verlag, Berlin, 1957).
279. R.J. Adler, T.K. Das, A.F. Filho, Phys. Rev. C **16**, 1231 (1977).
280. S.B. Dubovichenko, Phys. Atom. Nucl. **63**, 734 (2000).
281. С.Б. Дубовиченко, *Свойства легких атомных ядер в потенциальной кластерной модели* (Данекер, Алматы, 2004).
282. Yu.A. Berezhnoy, V.Yu. Korda, A.G. Gakh, Int. Jour. Mod. Phys. E **14**, 1073 (2005).
283. N.A. Khokhlov, preprint arXiv:nucl-th/1612.08172 (2016).
284. E.R. Arriola, M.P. Valderrama, Eur. Phys. J. A **31**, 549 (2007).

285. L. Platter, D.R. Phillips, Phys. Lett. B **641**, 164 (2006).
286. З. Флюгге, *Задачи по квантовой механике*, В 2 томах. Пер. с англ. Б.А. Лысова, под ред. А.А. Соколова (Мир, Москва, 1974).
287. Y. Yamaguchi, Y. Yamaguchi, Phys. Rev. **95**, 1635 (1954).
288. P.J. Roberts, Nucl. Phys. B **1**, 114 (1967).
289. J.W. Wilson, NASA Langley Research Center Report NASA TN D-6884, 1972.
290. G. Alberi, L.P. Rosa, Z.D. Thomé, Phys. Rev. Lett. **34**, 503 (1975).
291. М.А. Браун, М.В. Токарев, ЭЧАЯ **22**, 1237 (1991).
292. W.W. Buck, F. Gross, Phys. Rev. D **20**, 2361 (1979).
293. M. Garcon, J. W. Van Orden, Adv. Nucl. Phys. **26**, 293 (2001).
294. K. Fukukawa *et al.*, Phys. Rev. C **92**, 065802 (2015).
295. B. Loiseau, L. Mathelitsch, W. Plessas, Nuovo Cimento A **97**, 77 (1987).
296. F. Gross, A. Stadler, Phys. Rev C **82**, 034004 (2010).
297. E.O. Dubovyk, Nucl. Phys. Atom. Energy **11**, 373 (2010).
298. M.M. Mustafa, Phys. Rev. C **48**, 929 (1993).
299. M.P. Valderrama, E.R. Arriola, Phys. Rev. C **79**, 044001 (2009).
300. A.C. Cordon, E.R. Arriola, Phys. Rev. C **81**, 044002 (2010).
301. Yu.A. Bereznoy, V.Yu. Korda, A.G. Gakh, Phys. Atom. Nucl. **69**, 947 (2006).
302. J.J. de Swart, C.P.F. Terheggen, V.G.J. Stoks, preprint arXiv:nucl-th/9509032 (1995).
303. V.I. Kukulín *et al.*, Phys. Rev. C **74**, 064005 (2006).
304. F. Cap, W. Gröbner, Nuovo Cimento **1**, 1211 (1955).
305. V.I. Zhaba, preprint arXiv:nucl-th/1603.05174 (2016).
306. T.E.O. Ericson, Nucl. Phys A **416**, 281 (1984).
307. M.W. Kermode *et al.*, Z. Phys. A **303**, 167 (1981).
308. F.M. Lev, E. Pace, G. Salmè, Phys. Rev. Lett. **83**, 5250 (1999).
309. D.R. Phillips, T.D. Cohen, Nucl. Phys. A **668**, 45 (2000).
310. R. Higa, M.P. Valderrama, E.R. Arriola, Phys. Rev. C **77**, 034003 (2008).
311. Yu.A. Bereznoy, V.Yu. Korda, Int. J. Mod. Phys. E **3**, 149 (1994).
312. J.L. Forest *et al.*, Phys. Rev. C **54**, 646 (1996).

313. M. Bernheim *et al.*, Nucl. Phys. A **365**, 349 (1981).
314. A.Yu. Illarionov, G.I. Lykasov, Acta Physica Slovaca **52**, 235 (2002).
315. В.Г. Аблеев др., Письма в ЖЭТФ **37**, 196 (1983).
316. J. E. Ducret *et al.*, Phys. Rev. C **49**, 1783 (1994).
317. D. Jordan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 1579 (1996).
318. K. I. Blomqvist *et al.*, Phys. Lett. B **424**, 33 (1998).
319. P. Bosted, R.G. Arnold, S. Rock, Z.M. Szalata, Phys. Rev. Lett. **49**, 1380 (1982).
320. В.Л. Агранович, В.С. Кузьменко, П.В. Сорокин, Ядерная физика **25**, 1123 (1977).
321. D. Abbott *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5053 (2000).
322. J.E. Elias *et al.*, Phys. Rev. **177**, 2075 (1969).
323. S. Galster *et al.*, Nucl. Phys. B **32**, 221 (1971).
324. T.W. Donnelly, A.S. Raskin, Ann. Phys. (N.Y.) **169**, 247 (1986).
325. R. Gilman, F. Gross, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **28**, R37 (2002).
326. M.N. Rosenbluth, Phys. Rev. **79**, 615 (1950).
327. M. Gourdin, Nuovo Cimento **28**, 533 (1963).
328. F. Gross, Phys. Rev. **136**, B140 (1964).
329. M. Gari, H. Hyuga, Nucl. Phys. A **264**, 409 (1976).
330. N.J. McGurk, H. Fiedeldey, Nucl. Phys. A **281**, 310 (1977).
331. E.L. Lomon, Ann. Phys. **125**, 309 (1980).
332. C. Adamušćin *et al.*, Phys. Rev. C **78**, 025202 (2008).
333. V.P. Ladygin, N.B. Ladygina, Phys. Atom. Nucl. **65**, 182 (2002).
334. M.N. Platonova, V.I. Kukulín, Phys. Rev. C **81**, 014004 (2010).
335. C.D. Buchanan, M.R. Yearian, Phys. Rev. Lett. **15**, 303 (1965).
336. D. Benaksas, D. Drickey, D. Frerejacque, Phys. Rev. **148**, 1327 (1966).
337. B. Grossetete, D. Drickey, P. Lehmann, Phys. Rev. **141**, 1425 (1966).
338. R.G. Arnold *et al.*, Phys. Rev. Lett. **35**, 776 (1975).
339. F. Martin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **38**, 1320 (1977).
340. G.G. Simon, Ch. Schmitt, V.H. Walther, Nucl. Phys. A **364**, 285 (1981).
341. R. Cramer *et al.*, Z. Phys. C: Particles and Fields **29**, 513 (1985).
342. S. Platchkov *et al.*, Nucl. Phys. A **510**, 740 (1990).

343. M. Garcon *et al.*, Phys. Rev. C **49**, 2516 (1994).
344. D. Abbott *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1379 (1999).
345. L.C. Alexa *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1374 (1999).
346. R. Alarcon *et al.*, Jefferson Lab PAC33 Proposal PR-08-019, 2007.
347. D. Ganichot, B. Grossetete, D.B. Isabelle, Nucl. Phys. A **178**, 545 (1972).
348. S. Auffret *et al.*, Phys. Rev. Lett. **54**, 649 (1985).
349. R.G. Arnold *et al.*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1723 (1987).
350. P.E. Bosted *et al.*, Phys. Rev. C **42**, 38 (1990).
351. G.G. Petratos *et al.*, Nucl. Phys. A **663&664**, 357c (2000).
352. I. The *et al.*, Phys. Rev. Lett. **67**, 173 (1991).
353. M. Bouwhuis *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3755 (1999).
354. D.M. Nikolenko *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 072501 (2003).
355. D.M. Nikolenko *et al.*, Phys. Atom. Nucl. **73**, 1322 (2010).
356. С.А. Зеваков *и др.*, Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера, Препринт ИЯФ 2006-024, 2006.
357. D. Toporkov, Int. J. Mod. Phys.: Conf. Ser. **40**, 1660004 (2016).
358. M. Kohl, Nucl. Phys. A. **805**, 361c (2008).
359. C. Zhang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 252501 (2011).
360. B. Boden *et al.*, Z. Phys. C: Particles and Fields **49**, 175 (1991).
361. D. Abbott *et al.*, Eur. Phys. J. A **7**, 421 (2000).
362. J. Goldemberg, C. Schaerf, Phys. Rev. Lett. **12**, 298 (1964).
363. R.E. Rand *et al.*, Phys. Rev. Lett. **18**, 469 (1967).
364. R.E. Rand *et al.*, Phys. Rev. D **8**, 3229 (1973).
365. E.C. Jones, Jr. *et al.*, Phys. Rev. C **21**, 1162 (1980).
366. P. Karpus, Ph.D. thesis, University of New Hampshire, 2005.
367. А.Ф. Крутов, Теоретическая физика **3**, 5 (2002).
368. A. Bekzhanov, S. Bondarenko, V. Burov, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **245**, 65 (2013).
369. A.V. Bekzhanov, S.G. Bondarenko, V.V. Burov, JETP Lett. **99**, 613 (2014).
370. M.I. Haftel, L. Mathelitsch, H.F.K. Zingl, Phys. Rev. C **22**, 1285 (1980).

371. V.V. Burov *et al.*, *Europhys. Lett.* **24**, 443 (1993).
372. C. Adamušćin *et al.*, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **245**, 69 (2013).
373. G. Salmè, F. M. Lev, E. Pace, *Few-Body Syst. Suppl.* **12**, 235 (2000).
374. F.M. Lev, E. Pace, G. Salmè, *Phys. Rev. C* **62**, 064004 (2000).
375. S.J. Brodsky, B.T. Chertok, *Phys. Rev. D* **14**, 3003 (1976).
376. S.J. Brodsky, C.-R. Ji, G.P. Lepage, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 83 (1983).
377. А.Ф. Крутов, В.Е. Троицкий, Н.А. Цирова, *Теоретическая физика* **5**, 17 (2004).
378. А.Ф. Крутов, В.Е. Троицкий, Н.А. Цирова, *Теоретическая физика* **6**, 71 (2005).
379. А.Ф. Крутов, В.Е. Троицкий, Н.А. Цирова, *Вестник СамГУ, Естественнонаучная серия.* **3** (№ 43), 100 (2006).
380. J.W. van Orden, *Electron Scattering* (Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 2005), p. 279-289.
381. H. Arenhovel, F. Ritz, T. Wilbois, *Phys. Rev. C* **61**, 034002 (2000).
382. T. Gutsche, V.E. Lyubovitskij, I. Schmidt, *Phys. Rev. D* **94**, 116006 (2016).
383. C.-Y. Liang, Y.-B. Dong, W.-H. Liang, *Chinese Phys. C* **38**, 074104 (2014).
384. E. Tomasi-Gustafsson, G.I. Gakh, C. Adamuscin, *Phys. Rev. C* **73**, 045204 (2006).
385. C.-Y. Liang, Y.-B. Dong, *Chinese Phys. C* **39**, 104104 (2015).
386. M. Piarulli *et al.*, *Phys. Rev. C* **87**, 014006 (2013).
387. S.J. Brodsky, J.R. Hiller, *Phys. Rev. D* **46**, 2141 (1992).
388. A. Kobushkin, A. Syamtomov, *Phys. Rev. D* **49**, 1637 (1994).
389. I. Sick, *Nucl. Phys. A* **218**, 509 (1974).
390. W. Plessas V. Christian, R.F. Wagenbrunn, *Few-Body Syst. Suppl.* **9**, 429 (1995).
391. N.A. Khokhlov, A.A. Vakulyuk, *Phys. Atom. Nucl.* **78**, 92 (2015).
392. R.G. Arnold, C.E. Carlson, F. Gross, *Phys. Rev. C* **21**, 1426 (1980).
393. L. Mathelitsch, H.F.K. Zingl, *Nuovo Cimento A* **44**, 81 (1978).
394. H. Dijk, B.L.G. Bakker, *Nucl. Phys. A* **494**, 438 (1989).
395. H. Ito, A. Faessler, *Nucl. Phys. A* **470**, 626 (1987).
396. A. Faessler, A. Buchmann, Y. Yamauchi, *Int. Jour. Mod. Phys. E* **2**, 39 (1993).
397. Y. Dong *et al.*, *Phys. Rev. C* **78**, 035205 (2008).
398. H. Ito, L.S. Kisslinger, *Phys. Rev. C* **40**, 887 (1989).

399. W.P. Sitariski, P. G. Blunden, E.L. Lomon, Phys. Rev. C **36**, 2479 (1987).
400. T.W. Allen, W.H. Klink, W.N. Polyzou, Phys. Rev. C **63**, 034002 (2001).
401. A. Buchmann, Y. Yamauchi, A. Faessler, Nucl. Phys. A **496**, 621 (1989).
402. Y. Huang, W.N. Polyzou, Phys. Rev. C **80**, 025503 (2009).
403. E. Hummel, J.A. Tjon, Phys. Rev. C **49**, 21 (1994).
404. D.R. Phillips, Few-Body Syst. Suppl. **12**, 229 (2000).
405. S.J. Brodsky, G.R. Farrar, Phys. Rev. D **11**, 1309 (1975).
406. M.P. Rekaló, E. Tomasi-Gustafsson, Eur. Phys. J. A **16**, 563 (2003).
407. F. Iachello, A. D. Jackson, A. Lande, Phys. Lett. B **43**, 191 (1973).
408. M. Gari, W. Krumpelmann, Z. Phys. A **322**, 689 (1985).
409. J.J. Kelly, Phys. Rev. C **70**, 068202 (2004).
410. R. Bradford *et al.*, Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.) **159**, 127 (2006).
411. J.W. Van Orden, N. Devine, F. Gross, Few-Body Syst. Suppl. **9**, 415 (1995).
412. S.G. Bondarenko, V.V. Burov, S.M. Dorkin, Phys. Atom. Nucl. **63**, 774 (2000).
413. J. Hockert, A.D. Jackson, Phys. Lett. B **58**, 387 (1975).
414. J. Haidenbauer, K. Holinde, M.B. Johnson, Phys. Rev. C **45**, 2055 (1992).
415. A.F. Krutov, V.E. Troitsky, Eur. Phys. J. A **16**, 285 (2003).
416. R.J. Holt, R. Gilman, Rep. Prog. Phys. **75**, 086301 (2012).
417. S.S. Mehdi, V.K. Gupta, Pramana **22**, 497 (1984).
418. D.J. Drickey, L.N. Hand, Phys. Rev. Lett. **9**, 521 (1962).
419. A.K.A. Azzam *et al.*, Turk. J. Phys. **29**, 127 (2005).
420. E.M. Darwish, M.Y. Hussein, J. Kor. Phys. Soc. **52**, 226 (2008).
421. D.K. Hasell *et al.*, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **61**, 409 (2011).
422. R.G. Arnold, C.E. Carlson, F. Gross, Phys. Rev. C **23**, 363 (1981).
423. M.E. Schulze *et al.*, Phys. Rev. Lett. **52**, 597 (1984).
424. S. Kox, Nucl. Phys. A **684**, 521c (2001).
425. M. Ferro-Luzzi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 2630 (1996).
426. B. Frois, Nucl. Phys. A **527**, 357c (1991).
427. R. Gilman *et al.*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1733 (1990).
428. D.M. Nikolenko *et al.*, Nucl. Phys. A **684**, 525c (2001).

429. K. Hafidi, Nucl. Phys. A **663&664**, 353c (2000).
430. Y. Tao, C. Yan-Bei, C. Tan-Sheng, Commun. Theor. Phys. **35**, 455 (2001).
431. R. Alarcon, Rev. Mex. Fis. S **52**, 26 (2006).
432. R. Dymarz, F.C. Khanna, Phys. Rev. Lett. **56**, 1448 (1986).
433. J.E. Lynn *et al.*, Phys. Rev. C **96**, 054007 (2017).
434. E.M. Darwish, A. Abd El-Daiem, M.M. Abd El-Wahab, Phys. Part. Nucl. Lett. **14**, 822 (2017).
435. L.J. Allen, H. Fiedeldey, Phys. Rev. C **24**, 1734 (1981).
436. E.M. Darwish, E. M. Mahrous, F.A. Alhazmi, AIP Conf. Proc. **1976**, 020008 (2018).
437. Wu-Ki Tung, Phys. Rev. **139**, 547 (1965).
438. В.А. Карманов, Ядерная физика **34**, 1020 (1981).
439. S.S. Vasan, Phys. Rev. D **8**, 4092 (1973).
440. L. Panchev, I.M. Sitnik, E.A. Strokovsky, JINR Rapid Commun. **4[43]-90**, 10 (1990).
441. L.S. Azhgirey, N.P. Yudin, Phys. Atom. Nucl. **63**, 2184 (2000).
442. N.E. Cheung, Ph.D. thesis, College of William & Mary - Arts & Sciences, 1994.
443. V. Punjabi *et al.*, Phys. Lett. B **350**, 178 (1995).
444. V.P. Ladygin *et al.*, Phys. Lett. B **598**, 47 (2004).
445. V.P. Ladygin *et al.*, preprint arXiv:nucl-ex/0412020 (2004).
446. K.H. Althoff *et al.*, High Energy Spin Physics: Conf. Rep. **1**, 550 (1991).
447. L. Frankfurt, M. Strikman, Phys. Rep. **160**, 235 (1988).
448. E. Long *et al.*, Jefferson Lab PAC 43 Proposal PR12-15-005, 2015.
449. M.I. Levchuk *et al.*, Phys. Rev. C **74**, 014004 (2006).
450. E. Epelbaum *et al.*, Eur. Phys. J. A **15**, 543 (2002).
451. G. Igo *et al.*, Phys. Rev. C **38**, 2777 (1988).
452. V.P. Ladygin N.B. Ladygina, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **23**, 847 (1997).
453. A.F. Krutov, V.E. Troitsky, Phys. Rev. C **76**, 017001 (2007).
454. M. Tanifuji, S. Ishikawa, Y. Iseri, Phys. Rev. C **57**, 2493 (1998).
455. A.Yu. Loginov *et al.*, preprint arXiv:nucl-th/0407045 (2004).

456. V.V. Burov, S.M. Dorkin, V.N. Dostovalov, *Z. Phys. A* **315**, 205 (1984).
457. F. Gross, *Nucl. Phys. A* **358**, 215 (1981).
458. G.I. Gakh, M.I. Konchatnij, N.P. Merenkov, *Phys. Rev. C* **98**, 045212 (2018).
459. G.I. Gakh, M.I. Konchatnij, N.P. Merenkov, *J. Exp. Theor. Phys.* **115**, 212 (2012).
460. G.I. Gakh, N.P. Merenkov, *J. Exp. Theor. Phys.* **98**, 853 (2004).
461. B. v. Przewoski *et al.*, *Phys. Rev. C* **74**, 064003 (2006).
462. D. Mchedlishvili *et al.*, *Nucl. Phys. A* **977**, 14 (2018).
463. J.S. Al-Khalili, J.A. Tostevin, R.C. Johnson, *Phys. Rev. C* **41**, 806 (1990).
464. E.J. Stephenson *et al.*, Annual Scientific and Technical Report - IU Cyclotron, 1981.
465. M. Yahiro *et al.*, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **89**, 32 (1986).
466. Y. Satou *et al.*, *Phys. Lett. B* **549**, 307 (2002).
467. F. Lehar, *Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra* **36**, 955 (2005).
468. L.V. Malinina *et al.*, *Phys. Rev. C* **64**, 064001 (2001).
469. F.T. Baker *et al.*, *Nucl. Phys. A* **250**, 79 (1975).
470. K. Hatanaka *et al.*, *Nucl. Phys. A* **403**, 109 (1983).
471. P. Chau Huu-Tai, *Journ. Phys.: Conf. Ser.* **312**, 082018 (2011).
472. L.S. Azhgirey *et al.*, *Phys. Atom. Nucl.* **62**, 1673 (1999).
473. V.P. Ladygin *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **8**, 409 (2000).
474. L.S. Azhgirey *et al.*, *Phys. Atom. Nucl.* **68**, 991 (2005).
475. V.P. Ladygin *et al.*, *Phys. Atom. Nucl.* **69**, 852 (2006).
476. M.P. Rekalov, E. Tomasi-Gustafsson, *Phys. Rev. C* **54**, 3125 (1996).
477. E. Tomasi-Gustafsson *et al.*, *Phys. Rev. C* **59**, 1526 (1999).
478. L.S. Azhgirey *et al.*, *Phys. Atom. Nucl.* **64**, 1961 (2001).
479. E. Tomasi-Gustafsson, M.P. Rekalov, preprint arXiv:nucl-th/0007006 (2000).
480. T. Suzuki, *Nucl. Phys. A* **577**, 167c (1994).
481. G.G. Ohlsen, *Rep. Prog. Phys.* **35**, 717 (1972).
482. S.V. Afanasiev *et al.*, *JINR Rapid Commun.* **2[88]-98**, 5 (1998).
483. L.S. Azhgirey *et al.*, *JINR Rapid Commun.* **2[88]-98**, 17 (1998).
484. A.P. Kobushkin, *Phys. Lett. B* **421**, 53 (1998).
485. R. Bijker, A. Leviatan, preprint arXiv:nucl-th/9906093 (1999).

486. E. Tomasi-Gustafsson, M.P. Rekalo, preprint arXiv:nucl-th/0009052 (2000).
487. R. Bijker, F. Iachello, A. Leviatan, Ann. Phys. (N.Y.) **236**, 69 (1994).
488. R. Bijker, F. Iachello, A. Leviatan, Phys. Rev. C **54**, 1935 (1996).
489. R. Bijker, F. Iachello, A. Leviatan, Phys. Rev. D **55**, 2862 (1997).
490. L.S. Azhgirey *et al.*, Phys. Lett. B **361**, 21 (1995).
491. Y. Fujiwara *et al.*, Phys. Rev. C **65**, 014002 (2001).
492. M.D. Holcomb *et al.*, Phys. Rev. C **57**, 1778 (1998).
493. T. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **86**, 1129 (1991).
494. Y. Satou *et al.*, Phys. Lett. B **521**, 153 (2001).
495. C. Furget *et al.*, Phys. Rev. C **51**, 1562 (1995).
496. L.S. Azhgirey *et al.*, Phys. Atom. Nucl. **71**, 264 (2008).
497. A.K. Kurilkin *et al.*, Phys. Atom. Nucl. **78**, 918 (2015).
498. V.P. Mikhailyuk, D.V. Fedorchenko, O.D. Grygorenko, Nucl. Phys. Atom. Energy **12**, 145 (2011).
499. V.P. Mikhailyuk, D.V. Fedorchenko, O.D. Grygorenko, Nucl. Phys. Atom. Energy **12**, 221 (2011).
500. Yu.A. Berezhnoy *et al.*, Phys. Rev. C **90**, 014611 (2014).
501. K.Y. Lin, Nucl. Phys. B **18**, 162 (1970).
502. S.J. Pollock, Phys. Rev. D **42**, 3010 (1990).
503. S.G. Bondarenko *et al.*, Prog. Part. Nucl. Phys. **48**, 449 (2002).
504. A.V. Eskin, A.P. Martynenko, E.N. Elekina, EPJ Web Conf. **132**, 03055 (2017).
505. G.I. Gakh, A.G. Gakh, E. Tomasi-Gustafsson, Phys. Rev. C **90**, 064901 (2014).
506. A. Dbeyssi *et al.*, Nucl. Phys. A **894**, 20 (2012).

Додаток А. Список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

Публікації, які ввійшли до міжнародних наукометричних баз:

1. Zhaba V. I. The phase-functions method and full cross-section of nucleon-nucleon scattering. *Mod. Phys. Lett. A.* 2016. Vol. 31, No. 8. P. 1650049. DOI:10.1142/S0217732316500498.
2. Zhaba V. I. The phase-functions method and scalar amplitude of nucleon-nucleon scattering. *Int. J. Mod. Phys. E.* 2016. Vol. 25, No. 11. P. 1650088. DOI:10.1142/S0218301316500889.
3. Zhaba V. I. New analytical forms of wave function in coordinate space and tensor polarization of deuteron. *Mod. Phys. Lett. A.* 2016. Vol. 31, No. 25. P. 1650139. DOI:10.1142/S021773231650139X.
4. Zhaba V. I. Analytical forms of the deuteron wave function for Nijmegen group potentials and polarization characteristics of $A(d,d')X$ reactions. *Mod. Phys. Lett. A.* 2018. Vol. 33, No. 27. P. 1850160. DOI:10.1142/S0217732318501602.
5. Zhaba V. I. Deuteron wave function for Reid93 potential and polarization observables in elastic lepton-deuteron scattering. *Int. J. Mod. Phys. E.* 2019. Vol. 28, No. 9. P. 1950080. DOI:10.1142/S0218301319500800.
6. Zhaba V. I. Asymptotic of the electric structure function and the deuteron wave function. *Mod. Phys. Lett. A.* 2020. Vol. 35, No. 16. P. 2050134. DOI:10.1142/S0217732320501345.
7. Жаба В. І. Розрахунок фаз нуклон-нуклонного розсіювання для потенціалів NijmI, NijmII і Nijm93 за методом фазових функцій. *Журнал фізичних досліджень.* 2015. Т.19, №4. С. 4201.
8. Zhaba V. I. Calculation of phases of np-scattering up to $T_{\text{lab}}=3$ GeV for Reid68 and Reid93 potentials on the phase-function method. *Problems of Atomic Science and Technology.* 2016. №5(105). P. 29-32.
9. Жаба В. І. Нові аналітичні форми хвильової функції дейтрона для

потенціалів Неймегенської групи. *Ядерна фізика та енергетика*. 2016. Т. 17, № 1. С. 22-26. DOI:10.15407/j8.01.022.

10. Жаба В. І. Апроксимація хвильової функції та поляризаційні характеристики дейтрона для потенціалів Неймегенської групи. *Український фізичний журнал*. 2016. Т. 61, № 11. С. 949-955. DOI:10.15407/ujre61.11.0943.

11. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції в координатному представленні і тензорна поляризація дейтрона для потенціалів Неймегенської групи. *Журнал фізичних досліджень*. 2016. Т. 20, № 3. С. 3101.

12. Zhaba V. I. Approximation of the deuteron wave functions and polarizing characteristics for Reid93 potential. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2016. №3(103). P. 154-157.

13. Zhaba V. I. New Analytical Forms Through Laguerre Functions for Wave Function in Coordinate Space and Tensor Polarization of Deuteron. *Electr. Journ. Theor. Phys.* 2016. Vol. 13, No. 36. P. 147-156. DOI:10.4399/978885489952013.

14. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції й асиметрія поляризаційних характеристик дейтрона. *Журнал фізичних досліджень*. 2017. Т. 21, № 4. С. 4101.

15. Жаба В. І. Хвильова функція дейтрона й поляризаційні характеристики в $A(d,d')X$ - реакції. *Журнал фізичних досліджень*. 2019. Т. 23, № 1. С. 1102. DOI:10.30970/jps.23.1102.

Публікації у наукових фахових виданнях України:

16. Гайсак І., Жаба В. Про вузли хвильової функції дейтрона. *Вісник Львівського університету. Серія фізична*. 2009, Вип. 44. С. 8-15.

17. Гайсак І. І., Жаба В. І. Дейтрон: хвильова функція і параметри. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2014. № 36. С. 100-106. DOI:10.24144/2415-8038.2014.36.100-106.

18. Жаба В. І. Нові аналітичні форми хвильової функції і поляризаційні характеристики дейтрона для потенціалу Reid93. *Вісник Черкаського університету. Серія Фізико-математичні науки*. 2015. Том. 349, № 16. С. 50-55.

19. Жаба В. І. Апроксимація хвильової функції та поляризаційні характеристики дейтрона для потенціалу Argonne v18. *Вісник Львівського*

університету. Серія фізична. 2016. Вип. 51. С. 77-86.

20. Жаба В. І. Розрахунок фаз нуклон-нуклонного розсіяння для потенціалу Reid93 за методом фазових функцій. *Наукові записки НаУКМА. Фізико-математичні науки*. 2016. Т. 178. Р. 44-48.

21. Жаба В. І. Нові аналітичні форми хвильової функції дейтрона для потенціалу Reid93. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2016. № 39. С. 82-87. DOI:10.24144/2415-8038.2016.39.82-87.

22. Жаба В. І. Асимптотики фазової та хвильової функцій. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2016. № 40. С. 106-112. DOI:10.24144/2415-8038.2016.40.106-112.

23. Жаба В. І. Дейтрон: аналітичні форми хвильової функції та розподіл густини. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2017. № 42. С. 191-195. DOI:10.24144/2415-8038.2017.42.191-195.

24. Жаба В. І. Структурні функції дейтрона. *Вісник Львівського університету. Серія фізична*. 2017. Вип. 54. С. 22-32.

25. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції дейтрона і поляризаційні спостережувані в $A(d,d')X$ - реакціях. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. 2018. № 43. С. 34-40. DOI:10.24144/2415-8038.2018.43.34-40.

26. Жаба В. І. Розрахунки формфакторів дейтрона. *Вісник Львівського університету. Серія фізична*. 2019. Вип. 56. С. 43-55. DOI:10.30970/vph.56.2019.43.

Публікації у іноземних журналах, що не належать до наукометричних баз:

27. Zhaba V. I. Parameterization of the deuteron wave functions and form factors. *World Scientific News*. 2017. Vol. 87. P. 222-232.

28. Zhaba V. I. Parameterization of the Deuteron form Factors and the Tensor Polarizations. *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*. 2017. Vol. 4, Iss. 10. P. 12-22.

29. Zhaba V. I. Analytical forms of deuteron wave function and density distribution. *World Scientific News*. 2018. Vol. 98. P. 206-213.

30. Zhaba V. I. Analytical Forms of the Deuteron Wave Function for Argonne V18 Potential and the Asymmetry for Polarization Characteristics of the Deuteron.

International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS). 2018. Vol. 5, Iss. 4. P. 5-9.

31. Zhaba V. I. Approximation of scattering phases for Reid93 potential. *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*. 2018. Vol. 5, Iss. 8. P. 1-6.

32. Zhaba V. I. The vector and tensor asymmetries and deuteron wave function for different nucleon-nucleon potentials. *World Scientific News*. 2018. Vol. 114. P. 230-240.

33. Zhaba V. I. The variable phase approach: phase, amplitude and wave functions of the states for np- system for Argonne v18 potential. *World Scientific News*. 2019. Vol. 123. P. 161-180.

34. Zhaba V. I. Stapp parameterization and scattering phases for coupled states. *World Scientific News*. 2019. Vol. 129. P. 255-262.

35. Zhaba V. I. Analytical forms of the deuteron wave function in coordinate space and deuteron form factors. *World Scientific News*. 2019. Vol. 130. P. 250-264.

36. Zhaba V. I. Components for differential cross-section with taking into account the polarization effects in elastic electron-deuteron scattering. *World Scientific News*. 2019. Vol. 131. P. 279-286.

37. Zhaba V. I. Wave function and radial moments for the deuteron. *International Journal of Advanced Research in Physical Science (IJARPS)*. 2019. Vol. 6, Iss. 7. P. 18-22.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

38. Гайсак І. І., Жаба В. І., Урбан Й., Халупка С. Двоканальне протон-нейтронне розсіювання. *Конференція молодих учених і аспірантів "ІЕФ-2007": програма і тези доповідей* (м. Ужгород, 14-19 травня 2007 р.). Ужгород, 2007. С. 94.

39. Гайсак І., Жаба В. Про вузли хвильової функції дейтрона. *Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики «ЕВРИКА-2008»: збірник тез* (м. Львів, 19–21 травня 2008 р.). Львів, 2008. С. А6.

40. Гайсак И. И., Жаба В. И., Урбан Й., Халупка С. Асимптотика и ложные узлы волновой функции дейтрона. *VI конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям: тезисы докладов* (г. Харьков, 25-29 февраля

2008 г.). Харьков, 2008. С. 56.

41. Гайсак І. І., Жаба В. І. Хвильова функція дейтрона в імпульсному представленні. *Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів “ІЕФ-2011”*: програми і тези доповідей (м. Ужгород, 24-27 травня 2011 р.). Ужгород, 2011. С. 169.

42. Гайсак И. И., Жаба В. И. Связанные каналы и свойства волновой функции дейтрона. *X конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докладов (г. Харьков, 27 февраля – 2 марта 2012 г.). Харьков, 2012. С. 40.

43. Гайсак І. І., Жаба В. І., Балог Р. Й. Зв’язані канали і структура хвильової функції дейтрону. *XIX щорічна наукової конференції Інституту ядерних досліджень НАН України*: тези доповідей (м. Київ, 24-27 січня 2012 р.). Київ, 2012. С. 23.

44. Гайсак І. І., Жаба В. І. Хвильова функція і параметри дейтрона. *XX щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України*: тези доповідей (м. Київ, 28 січня – 1 лютого 2013 р.). Київ, 2013. С. 28-29.

45. Гайсак І. І., Жаба В. І. Хвильова функція дейтрона та імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні. *XII конференція по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докладов (г. Харьков, 17-21 марта 2014 г.). Харьков, 2014. С. 43.

46. Гайсак І. І., Жаба В. І. Хвильова функція і поляризаційні параметри дейтрона. *Науково-технічна конференція “Фізика, електроніка, електротехніка :: 2015” (ФЕЕ-2015)*: матеріали та програма (м. Суми, 20-25 квітня 2015 р.). Суми, 2015. С. 57.

47. Жаба В. І. Апроксимація хвильової функції в координатному представленні і радіальні моменти дейтрона. *XXIII щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України*: тези доповідей (м. Київ, 01-05 лютого 2016 р.). Київ, 2016. С. 28-29.

48. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції дейтрона і дифракція дейтрон-ядерної взаємодії. *XXIV щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України*: тези доповідей (м. Київ, 10-13 квітня 2017 р.). Київ, 2017. С. 28-29.

49. Жаба В. І. Аналітичні форми хвильової функції дейтрона. *Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів “ІЕФ-2017”*: матеріали конференції (м. Ужгород, 23-26 травня 2017 р.). Ужгород, 2017. С. 133-134.

50. Жаба В. І. Оцінка точності апроксимації хвильової функції дейтрона. *Інформаційні технології – 2018*: зб. тез V Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих науковців (м. Київ, 17 травня 2018 р.). Київ, 2018. С. 222-224.

51. Zhaba Viktor. Analytical forms of deuteron wave function for potentials Nijmegen group and density distribution. *VI International Conference “Analysis and Mathematical Physics” dedicated to the centennial anniversary of the National Academy of Sciences of Ukraine and the 50th anniversary of the Department of Function Theory*: Book of abstracts (Kharkiv, June 18-22, 2018). Kharkiv, 2018. P. 34-35.

52. Жаба В. І. Залежність асимптотики нормування S- стану хвильової функції від радіуса дейтрона. *Науково-технічна конференція “Фізика, електроніка, електротехніка :: 2019” (ФЕЕ-2019)*: матеріали та програма (м. Суми, 23-26 квітня 2019 р.) Суми, 2019. С. 31-32.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

53. Zhaba V. I. Calculation of phases of np - scattering for potentials Reid93 and Argonne v18 on the phase-function method. preprint arXiv: 1603.05382 [physics, nucl-th] (2016).

54. Zhaba V. I. Calculation of phases of np - scattering up to $T_{lab}=3$ GeV for potentials Argonne group on the phase-function method. preprint arXiv: 1604.01058 [physics, nucl-th] (2016).

55. Zhaba V. I. Asymmetry for tensor t_{2j} and vector t_{1i} polarizations with taking into account the deuteron wave function in coordinate space. preprint arXiv: 1907.09853 [physics, nucl-th] (2019).

Додаток Б. Потенціали Reid68, Reid93 і Argonne v18

Потенціали Reid68 [81] і Reid93 [116] для np - станів приведено на Рис. Б.1-Б.7.

Потенціал Argonne v18 (Av18) [128] для np - станів приведено на Рис. Б.8-Б.11.

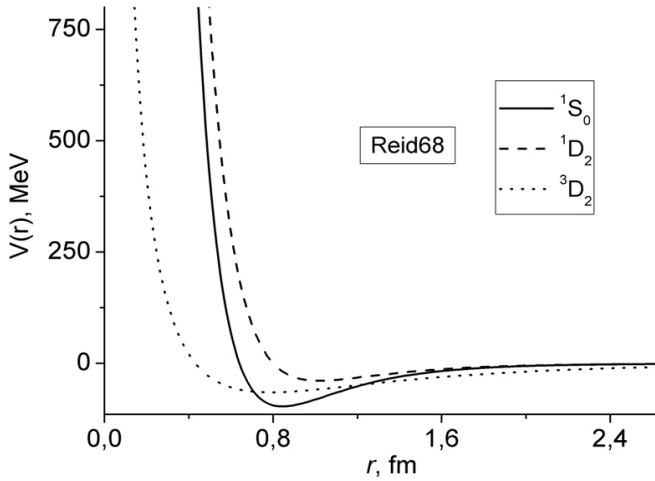


Рис. Б.1. Потенціал Reid68

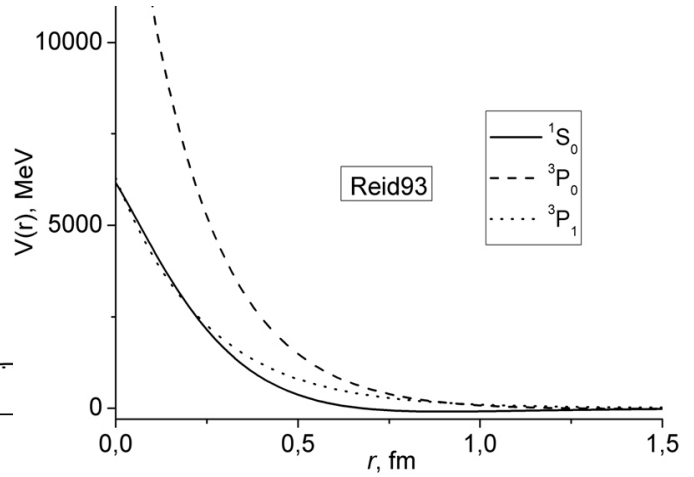


Рис. Б.4. Потенціал Reid93

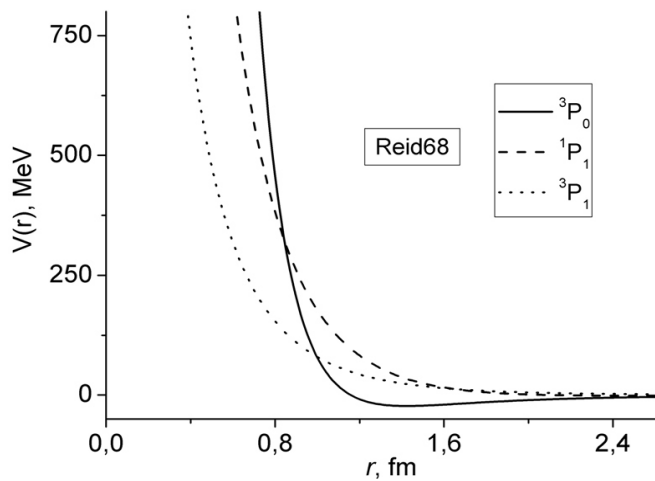


Рис. Б.2. Потенціал Reid68

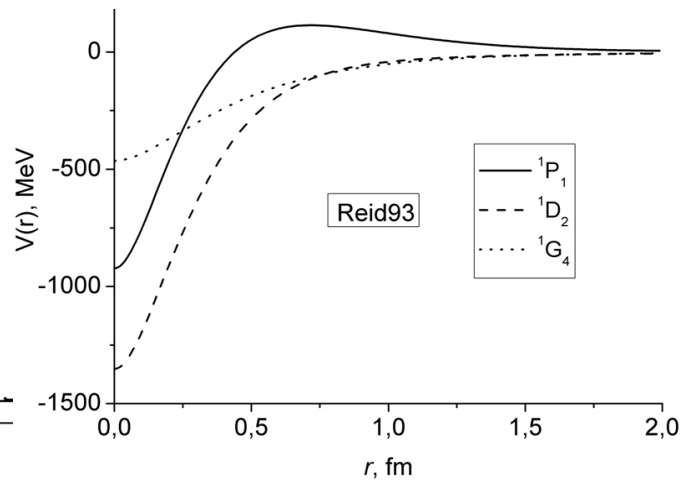


Рис. Б.5. Потенціал Reid93

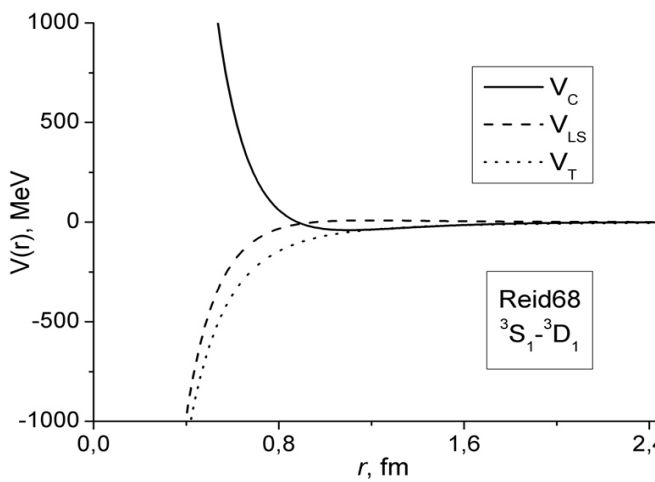


Рис. Б.3. Потенціал Reid68

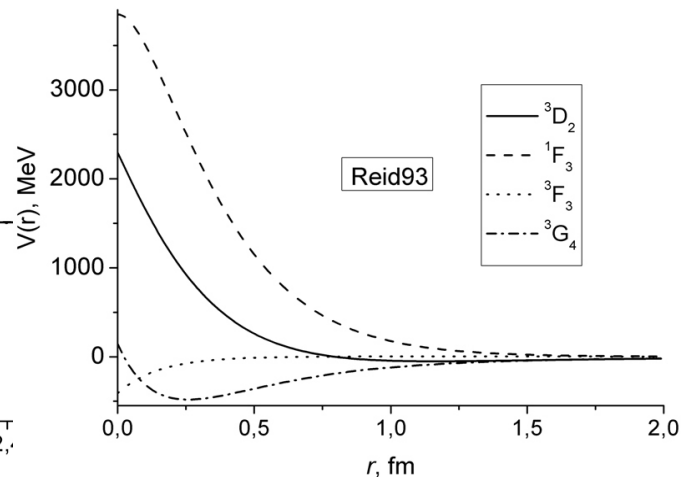


Рис. Б.6. Потенціал Reid93

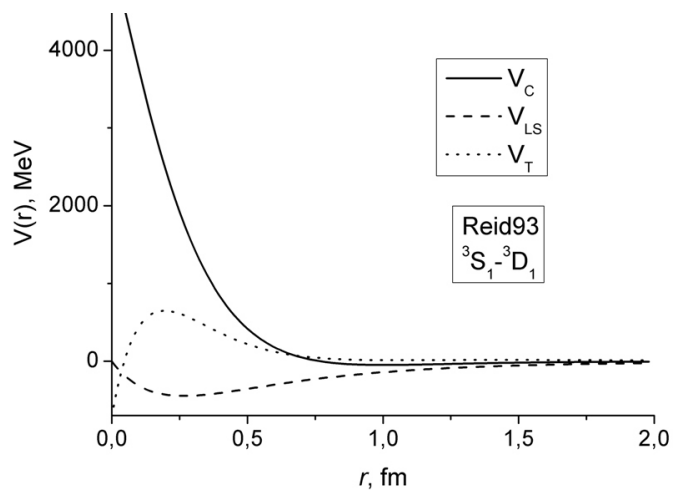


Рис. Б.7. Потенціал Reid93

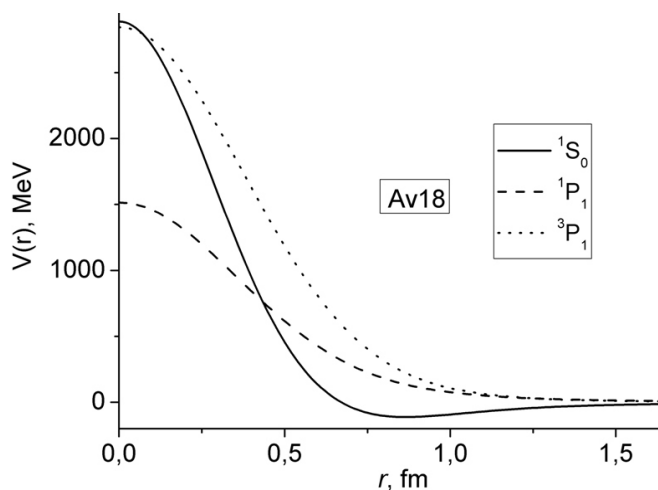


Рис. Б.8. Потенціал Av18

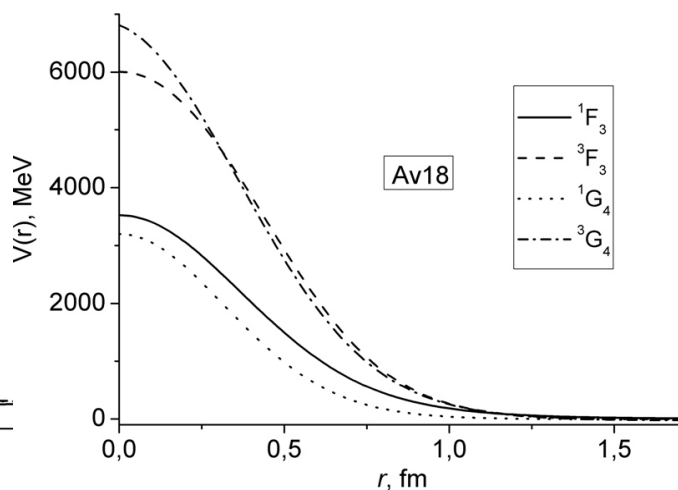


Рис. Б.10. Потенціал Av18

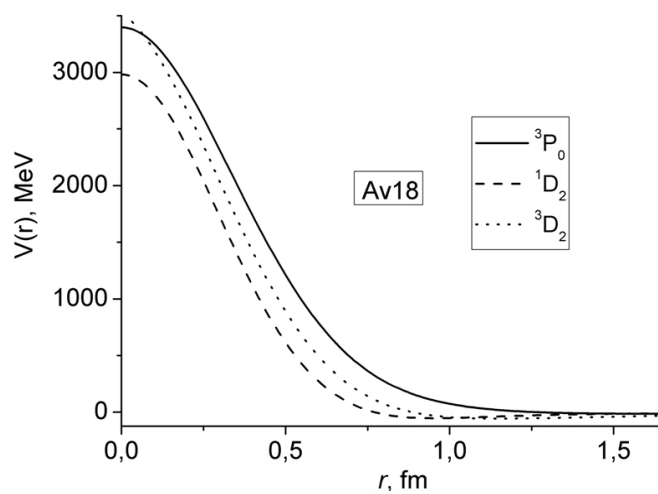


Рис. Б.9. Потенціал Av18

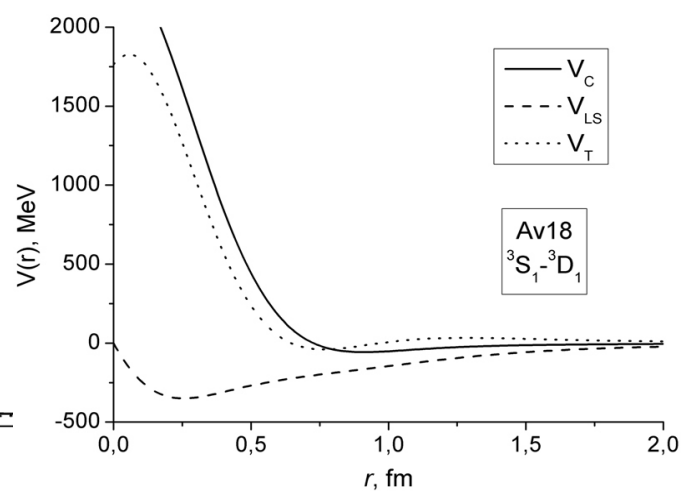


Рис. Б.11. Потенціал Av18

Додаток В. Підпрограми для розрахунку по методу фазових функцій

Текст підпрограми **SUBROUTINE PHASE1** на мові Фортран для розрахунку фазових зсувів і амплітуд одноканального NN - розсіяння:

```

SUBROUTINE PHASE1(T,Y,F)
*   PHASE1 обчислює праві частини
*   диференціальних рівнянь (2.9) і (2.11)
*   (2.9) - рівняння для фазової функції
*   (2.11) - рівняння для амплітудної функції
*   Вхідні величини:
*   T - координата r
*   Y(1) - фаза розсіяння
*   Y(2) – амплітуда розсіяння
*   Вихідні величини;
*   F(1), F(2) - праві частини диф р-нь
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
CHARACTER TYPE*2, NAME*3
REAL*8 VPOT(2,2)
REAL*8 K
DIMENSION F(8),Y(8)
COMMON /COMPAR/ QM, BB0, E
*   потенціал REID93
*   NP – нейтрон-протонна взаємодія
TYPE='NP'
*   спіновий стан (2S+1)LJ
NAME='3g4'
CALL RREID93(T,NAME,TYPE,VPOT)

      K = DSQRT(BB0*E)
      X = K*T
*   L - момент нуклон-нуклонної системи
*   BESJ(X,L) - функції Бесселя JL(r)
*   BESN(X,L) - функції Бесселя NL(r)
      FF1 = -BB0*VPOT(1,1)/K*(DCOS(Y(1))*BESJ(X,L)-DSIN(Y(1))
@      *BESN(X,L)**2.D0
      FF2 = -(BB0*VPOT(1,1)*Y(2))/K*(DCOS(Y(1))*BESJ(X,L)-DSIN(Y(1))
@      *BESN(X,L))*(DSIN(Y(1))*BESJ(X,L)
@      + DCOS(Y(1))*BESN(X,L))
      F(1) = FF1
      F(2) = FF2
      FF3 = 0
      FF4 = 0
      F(3) = FF3

```

```
F(4) = FF4
END
```

Аналогічно можна застосувати цю підпрограму для потенціалу Argonne v18, замінивши початковий блок на запис:

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
INTEGER L,S,J,tot,t1z,t2z
*   tot=t - повний ізоспін (0 або 1)
REAL*8 vpw(2,2)
REAL*8 K
DIMENSION F(8),Y(8)
COMMON /COMPAR/ QM, BB0, E
*   потенціал Argonne v18, наприклад для 3D2, NP
tot=0
t1z=1
t2z=-1
S=1
J=2
*   lpot - вибір Argonne v18:
lpot=1
L=2
CALL av18pw(lpot,L,S,J,tot,t1z,t2z,t,vpw)
```

Крім цього, в правих частинах F(1), F(2) необхідно зробити заміну «VPOT» на «vpw».

Текст підпрограми **SUBROUTINE PHASE2** на мові Фортран для розрахунку фазових зсувів і параметра змішування двоканального *NN*- розсіювання:

```
SUBROUTINE PHASE2(T,Y,F)
*   PHASE2 обчислює праві частини
*   системи диференціальних рівнянь (Г.10)
*   (Г.10) - параметризація Стаппа
*   Вхідні величини:
*   T - координата r
*   Y(1), Y(2) - фази розсіювання
*   Y(3) - параметр змішування
*   Вихідні величини;
*   F(1), F(2), F(3) - праві частини с-ми диф р-нь
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
REAL*8 K
DIMENSION F(8),Y(8)
COMMON /COMPAR/ QM, BB0, E
```



```

K = DSQRT(BB0*E)
X = K*T
*   J=1; 3S1-3D1 - дейтрон
*   RSC - potential 81 Soft core (2.32)
Z=0.7*T
HH=10.463
VC=-HH*DEXP(-Z)/Z+105.468*DEXP(-2*Z)/Z
@   -3187.8*DEXP(-4*Z)/Z+9924.3*DEXP(-6*Z)/Z
VT0=-HH*( (1+3/Z+3/Z**2)*DEXP(-Z)
@   -(12/Z+3/Z**2)*DEXP(-4*Z) )/Z
@   +351.77*DEXP(-4*Z)/Z-1673.5*DEXP(-6*Z)/Z
VLS=708.91*DEXP(-4*Z)/Z-2713.1*DEXP(-6*Z)/Z

*   V10=VC; V12=VC+12*VLL-3*VLS-2*VT
*   VLL=0; VT=DSQRT(8)*VT
V10 = BB0*VC
V12 = BB0*(VC-3*VLS-2*VT0)
VT = BB0*DSQRT(8)*VT0

*   PLJ, QLJ - формули (Г.11)
P10=DCOS(Y(1))*DSIN(X)+DSIN(Y(1))*DCOS(X)
P12=DCOS(Y(2))*(3*(DSIN(X)/X-DCOS(X))/X-DSIN(X))
@   -DSIN(Y(2))*(3*(-DCOS(X)/X-DSIN(X))/X+DCOS(X))
Q10=DSIN(Y(1))*DSIN(X)-DCOS(Y(1))*DCOS(X)
Q12=DSIN(Y(2))*(3*(DSIN(X)/X-DCOS(X))/X-DSIN(X))
@   +DCOS(Y(2))*(3*(-DCOS(X)/X-DSIN(X))/X+DCOS(X))

FF1 = -(V10*(DCOS(Y(3))**4*P10**2-DSIN(Y(3))**4*Q10**2)
@   -V12*DSIN(Y(3))**2*DCOS(Y(3))**2*(P12**2-Q12**2)
@   -VT*DSIN(2*Y(3))*(DCOS(Y(3))**2*P10*Q12
@   -DSIN(Y(3))**2*P12*Q10)/K/DCOS(2*Y(3))
FF2 = -(V12*(DCOS(Y(3))**4*P12**2-DSIN(Y(3))**4*Q12**2)
@   -V10*DSIN(Y(3))**2*DCOS(Y(3))**2*(P10**2-Q10**2)
@   -VT*DSIN(2*Y(3))*(DCOS(Y(3))**2*P12*Q10
@   -DSIN(Y(3))**2*P10*Q12)/K/DCOS(2*Y(3))
F(1) = FF1
F(2) = FF2
FF3 = -(VT*(DCOS(Y(3))**2*P10*P12+DSIN(Y(3))**2*Q10*Q12)
@   -V10*DSIN(Y(3))*DCOS(Y(3))*P10*Q10
@   -V12*DSIN(Y(3))*DCOS(Y(3))*P12*Q12)/K
FF4 = 0
F(3) = FF3
F(4) = FF4
END

```

**Додаток Г. Методи одержання фазових зсувів і параметра змішування для
двоканального розсіювання**

Розглянемо пружне розсіювання двох частинок зі спіном $\frac{1}{2}$ на тензорному потенціалі, що містить, крім центрально-симетричної частини $V_C(r)$, також і нецентральної компоненти [96, 196, 231]: тензорний $V_T(r) \cdot \vec{S}_{12}$; спін-орбітальний $V_{LS}(r) \cdot (\vec{L} \cdot \vec{S})$ і квадратичний спін-орбітальний $\frac{V_{LL}(r)}{2} [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{L}) + (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{L})(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{L})]$ потенціали. Останні дві компоненти призводять до неоднакових ефективних потенціалів, які діють на парціальні хвилі з різними орбітальними моментами відносного руху L , але не змішують ці хвилі. Тензорна компонента змінює ефективний потенціал і в триплетному спіновому стані ($S=1$) змішує амплітуди парціальних хвиль, що відповідають різним орбітальним моментам $L = J \pm 1$ при одному повному моменту системи J .

Рівняння для відповідних радіальних хвильових функцій $u_J(r)$ і $w_J(r)$ виявляється зв'язаним тензорним потенціалом [58, 196, 232] (див. систему зв'язаних рівнянь (2.17)). Згідно позначень в роботі [196] потенціали в правих і лівих частинах системи (2.17) записуються наступним чином:

$$\begin{cases} U_1(r) = V_{J,J-1}(r) = V_C(r) - \frac{2(J-1)}{2J+1} \cdot V_T(r) + (J-1) \cdot V_{LS}(r) + (J-1)(J-2) \cdot V_{LL}(r); \\ U_2(r) = V_{J,J+1}(r) = V_C(r) - \frac{2(J+2)}{2J+1} \cdot V_T(r) - (J+2) \cdot V_{LS}(r) + (J+3)(J+2) \cdot V_{LL}(r); \\ U_3(r) = T_J(r) = \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \cdot V_T(r). \end{cases} \quad (\Gamma.1)$$

Обчислення характеристик розсіювання (фазових зсувів і параметра змішування амплітуд) ускладнюється зв'язком рівнянь в системі (2.17). Ці величини визначаються асимптотиками розв'язків $u_J(r)$, $w_J(r)$ (детальніше див., наприклад в [58, 196]). Хвильові функції $u_J(r)$, $w_J(r)$, що відповідають двом довільним лінійно незалежним розв'язкам, виражають через чотири нові функції $c(r)$, $s(r)$, $d(r)$, $t(r)$, на які накладені додаткові умови (тут аргументом функцій Ріккати-Бесселя є величина kr) [196]:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_J^{(1)} = c_1 j_{J-1} - s_1 n_{J-1}; \quad \frac{dc_1}{dr} j_{J-1} - \frac{ds_1}{dr} n_{J-1} = 0; \quad w_J^{(1)} = d_1 j_{J-1} - t_1 n_{J+1}; \quad \frac{dd_1}{dr} j_{J+1} - \frac{dt_1}{dr} n_{J+1} = 0; \\ w_J^{(2)} = c_2 j_{J-1} - s_2 n_{J+1}; \quad \frac{dc_2}{dr} j_{J+1} - \frac{ds_2}{dr} n_{J+1} = 0; \quad u_J^{(2)} = d_2 j_{J-1} - t_2 n_{J-1}; \quad \frac{dd_2}{dr} j_{J-1} - \frac{dt_2}{dr} n_{J-1} = 0. \end{array} \right. \quad (\Gamma.2)$$

Після підстановки (Г.2) в (2.17) для нових функцій отримують дві системи лінійних рівнянь першого порядку, кожна з яких містить чотири рівняння (c_1, s_1, d_1, t_1 і c_2, s_2, d_2, t_2). Крім цього, виконується тотожність: $c_1 t_2 - c_2 t_1 + d_1 s_2 - d_2 s_1 \equiv 0$.

Як зазначено в [196], вибір асимптотичних виразів

$$u_J^{(J-1)} \approx j_{J-1} - x_{J,J-1} n_{J-1}; \quad w_J^{(J-1)} \approx -y_J n_{J+1}; \quad w_J^{(J+1)} \approx j_{J+1} - x_{J,J+1} n_{J+1}; \quad u_J^{(J+1)} \approx -y_J n_{J-1} \quad (\Gamma.3)$$

характеризує представлення Мак-Хейла–Телера [233]. Якщо порівняти формули (Г.2) і (Г.3), то можна визначити такі параметричні функції $x_{J,J-1}(r)$, $x_{J,J+1}(r)$, $y_J(r)$, асимптотичні значення яких є шуканими значеннями параметрів [196]:

$$x_{J,J-1} = \frac{c_2 s_1 - d_1 t_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2}; \quad x_{J,J+1} = \frac{c_1 s_2 - d_2 t_1}{c_1 c_2 - d_1 d_2}; \quad y_J = \frac{c_2 t_1 - d_1 s_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2} = \frac{c_1 t_2 - d_2 s_1}{c_1 c_2 - d_1 d_2}. \quad (\Gamma.4)$$

Після підстановки рівнянь для c, s, d, t отримують систему трьох нелінійних рівнянь з початковими умовами для параметризації Мак-Хейла–Телера [196, 233]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_{J,J-1}}{dr} = -\frac{1}{k} \left[U_1 (j_{J-1} - x_{J,J-1} n_{J-1})^2 - \right. \\ \left. - 2U_3 (j_{J-1} - x_{J,J-1} n_{J-1}) n_{J+1} y_J + U_2 n_{J+1}^2 y_J^2 \right]; \\ \frac{dx_{J,J+1}}{dr} = -\frac{1}{k} \left[U_2 (j_{J+1} - x_{J,J+1} n_{J+1})^2 - \right. \\ \left. - 2U_3 (j_{J+1} - x_{J,J+1} n_{J+1}) n_{J-1} y_J + U_1 n_{J-1}^2 y_J^2 \right]; \\ \frac{dy_J}{dr} = -\frac{1}{k} \left[U_3 \left\{ (j_{J-1} - x_{J,J-1} n_{J-1})(j_{J+1} - x_{J,J+1} n_{J+1}) + n_{J-1} n_{J+1} y_J^2 \right\} - \right. \\ \left. - U_1 n_{J-1} y_J (j_{J-1} - x_{J,J-1} n_{J-1}) - U_2 n_{J+1} y_J (j_{J+1} - x_{J,J+1} n_{J+1}) \right]; \\ x_{J,J-1}(0) = x_{J,J+1}(0) = y_J(0) = 0. \end{array} \right. \quad (\Gamma.5)$$

При відсутності тензорної взаємодії ($U_3(r)=0$) параметр змішування $y_J(r)=0$. Внаслідок цього система (Г.5) вироджується в два незалежні фазові рівняння виду (2.12) для парціальних хвиль з орбітальними моментами $L=J-1$ і $L=J+1$. До речі, фазові зсуви записуються таким чином: $x_{J,J-1} = tg \delta_{J-1}$; $x_{J,J+1} = tg \delta_{J+1}$. На перший погляд прості рівняння (Г.5) для параметрів Мак-Хейла–Телера непридатні, якщо присутні зв'язані стани, бо тоді в деяких

точках функції $x_{J,J-1}$, $x_{J,J+1}$, y_J обертаються в нескінченість.

Якщо скористатися відомим зв'язком параметрів Мак-Хейла–Телера $x_{J,J-1}(r)$, $x_{J,J+1}(r)$, $y_J(r)$ з параметрами Блатта–Біденхарна $\delta_{J\alpha}(r)$, $\delta_{J\gamma}(r)$, $\varepsilon_J(r)$ [234], то отримуємо систему рівнянь для параметризації Блатта–Біденхарна (див. [196], а також роботи: Кінча [203, 204], Кокса і Перлмуттера [235])

$$\frac{d}{dr}\delta_{J\alpha} = -\frac{1}{k}\left[U_1 \cos^2 \varepsilon_J (\cos \delta_{J\alpha} j_{J-1} - \sin \delta_{J\alpha} n_{J-1})^2 + U_3 \sin 2\varepsilon_J (\cos \delta_{J\alpha} j_{J-1} - \sin \delta_{J\alpha} n_{J-1}) \times \right. \\ \left. \times (\cos \delta_{J\alpha} j_{J+1} - \sin \delta_{J\alpha} n_{J+1}) + U_2 \sin^2 \varepsilon_J (\cos \delta_{J\alpha} j_{J+1} - \sin \delta_{J\alpha} n_{J+1})^2\right], \quad (\Gamma.6.1)$$

$$\frac{d}{dr}\delta_{J\gamma} = -\frac{1}{k}\left[U_2 \cos^2 \varepsilon_J (\cos \delta_{J\gamma} j_{J+1} - \sin \delta_{J\gamma} n_{J+1})^2 - U_3 \sin 2\varepsilon_J (\cos \delta_{J\gamma} j_{J+1} - \sin \delta_{J\gamma} n_{J+1}) \times \right. \\ \left. \times (\cos \delta_{J\gamma} j_{J-1} - \sin \delta_{J\gamma} n_{J-1}) + U_1 \sin^2 \varepsilon_J (\cos \delta_{J\gamma} j_{J-1} - \sin \delta_{J\gamma} n_{J-1})^2\right], \quad (\Gamma.6.2)$$

$$\frac{d}{dr}\varepsilon_J = -\frac{1}{k \sin(\delta_{J\alpha} - \delta_{J\gamma})}\left[U_3 \cos^2 \varepsilon_J (\cos \delta_{J\alpha} j_{J-1} - \sin \delta_{J\alpha} n_{J-1})(\cos \delta_{J\gamma} j_{J+1} - \sin \delta_{J\gamma} n_{J+1}) - \right. \\ - U_3 \sin^2 \varepsilon_J (\cos \delta_{J\gamma} j_{J-1} - \sin \delta_{J\gamma} n_{J-1})(\cos \delta_{J\alpha} j_{J+1} - \sin \delta_{J\alpha} n_{J+1}) - \\ - U_1 \sin \varepsilon_J \cos \varepsilon_J (\cos \delta_{J\alpha} j_{J-1} - \sin \delta_{J\alpha} n_{J-1})(\cos \delta_{J\gamma} j_{J-1} - \sin \delta_{J\gamma} n_{J-1}) + \\ \left. + U_2 \sin \varepsilon_J \cos \varepsilon_J (\cos \delta_{J\gamma} j_{J+1} - \sin \delta_{J\gamma} n_{J+1})(\cos \delta_{J\alpha} j_{J+1} - \sin \delta_{J\alpha} n_{J+1})\right], \quad (\Gamma.6.3)$$

$$\delta_{J\alpha}(0) = \delta_{J\gamma}(0) = \varepsilon_J(0) = 0. \quad (\Gamma.6.4)$$

В термінах Дегасперіса [236] дана система була записана як [197]

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dr}t^{(1)} &= -\frac{2m}{k}\left[\cos^2 \varepsilon V_{11} + \sin^2 \varepsilon V_{22} + \sin(2\varepsilon)V_{12}\right]\left[\cos t^{(1)} j_l - \sin t^{(1)} n_l\right]^2, \\ \frac{d}{dr}t^{(2)} &= -\frac{2m}{k}\left[\sin^2 \varepsilon V_{11} + \cos^2 \varepsilon V_{22} - \sin(2\varepsilon)V_{12}\right]\left[\cos t^{(2)} j_l - \sin t^{(2)} n_l\right]^2, \\ \frac{d}{dr}\varepsilon &= \frac{2m}{k \sin[t^{(1)} - t^{(2)}]}\left[\frac{1}{2}\sin(2\varepsilon)(V_{11} - V_{22}) - \cos(2\varepsilon)V_{12}\right] \times \\ &\times \left[\cos t^{(1)} j_l - \sin t^{(1)} n_l\right]\left[\cos t^{(2)} j_l - \sin t^{(2)} n_l\right], \\ t^{(1)}(0) &= 0, \quad t^{(2)}(0) = 0. \end{aligned} \right. \quad (\Gamma.7)$$

Причому $\varepsilon(r)$ залежить від поведінки потенціалу поблизу нуля [236]:

$$\frac{\operatorname{tg}(2\varepsilon)}{2} \rightarrow \frac{V_{12}}{(2l+3-m_{12})} \frac{1}{\left[\frac{V_{11}}{(2l+3-m_{11})} - \frac{V_{22}}{(2l+3-m_{22})}\right]}, \text{ якщо } V_{ij}(r) \xrightarrow{r \rightarrow 0} C_{ij} r^{-m_{ij}}, \quad m_{ij} < 2.$$

До речі, при іншому виборі параметризації ця трудність відсутня [235, 237].

Недоліком систем (Г.6) і (Г.7) є наявність множників $\sin^{-1}(\delta_{J\alpha} - \delta_{J\gamma})$ і

$\sin^{-1} [t^{(1)} - t^{(2)}]$, які в деяких точках можуть обернутися в нескінченність. Тому вказана принципова і характерна особливість для параметризації Блатта–Біденхарна обмежує область застосування цих систем рівнянь випадком, коли різниця фаз $\delta_{J\alpha} - \delta_{J\gamma}$ або $t^{(1)} - t^{(2)}$ не змінює знак в усьому інтервалі $0 < r < \infty$.

Вибір ядерних параметрів (nuclear bar) $\bar{\delta}_{J,J-1}$, $\bar{\delta}_{J,J+1}$, $\bar{\varepsilon}_J$ (позначення Стаппа та ін. [238]) або параметрів θ_J^{J-1} , θ_J^{J+1} , ρ_J (позначення Брейта та ін. [97]) дозволяє запобігти описаних вище недоліків і труднощів. Ці набори параметрів еквівалентні, оскільки зв'язок між ними такий:

$$\theta_J^{J-1} = \bar{\delta}_{J,J-1}; \quad \theta_J^{J+1} = \bar{\delta}_{J,J+1}; \quad \rho_J = \sin 2\bar{\varepsilon}_J. \quad (\Gamma.8)$$

Рівняння для фазових функцій і параметра змішування згідно параметризації Стаппа можна отримати із зв'язку параметрів Стаппа і параметрів Блатта–Біденхарна [196, 238]

$$\begin{cases} \bar{\delta}_{J,J-1} + \bar{\delta}_{J,J+1} = \delta_{J\alpha} + \delta_{J\gamma}, \\ \sin 2\bar{\varepsilon}_J = \sin 2\varepsilon_J \sin(\delta_{J\alpha} - \delta_{J\gamma}), \\ \cos 2\bar{\varepsilon}_J \cos(\bar{\delta}_{J,J-1} - \bar{\delta}_{J,J+1}) = \cos(\delta_{J\alpha} - \delta_{J\gamma}). \end{cases} \quad (\Gamma.9)$$

В результаті доволі довгих і трудомістких математичних перетворень одержують рівняння параметризації Стаппа [196, 199] у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \bar{\delta}_{J,J-1} = & -\frac{1}{k \cos 2\bar{\varepsilon}_J} \left[U_1 (\cos^4 \bar{\varepsilon}_J P_{J,J-1}^2 - \sin^4 \bar{\varepsilon}_J Q_{J,J-1}^2) - \right. \\ & \left. - U_2 \sin^2 \bar{\varepsilon}_J \cos^2 \bar{\varepsilon}_J (P_{J,J+1}^2 - Q_{J,J+1}^2) - U_3 \sin 2\varepsilon_J (\cos^2 \bar{\varepsilon}_J P_{J,J-1} Q_{J,J+1} - \sin^2 \bar{\varepsilon}_J P_{J,J+1} Q_{J,J-1}) \right]; \end{aligned} \quad (\Gamma.10.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \bar{\delta}_{J,J+1} = & -\frac{1}{k \cos 2\bar{\varepsilon}_J} \left[U_2 (\cos^4 \bar{\varepsilon}_J P_{J,J+1}^2 - \sin^4 \bar{\varepsilon}_J Q_{J,J+1}^2) - \right. \\ & \left. - U_1 \sin^2 \bar{\varepsilon}_J \cos^2 \bar{\varepsilon}_J (P_{J,J-1}^2 - Q_{J,J-1}^2) - U_3 \sin 2\varepsilon_J (\cos^2 \bar{\varepsilon}_J P_{J,J+1} Q_{J,J-1} - \sin^2 \bar{\varepsilon}_J P_{J,J-1} Q_{J,J+1}) \right]; \end{aligned} \quad (\Gamma.10.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \bar{\varepsilon}_J = & -\frac{1}{k} \left[U_3 (\cos^2 \bar{\varepsilon}_J P_{J,J-1} P_{J,J+1} + \sin^2 \bar{\varepsilon}_J Q_{J,J-1} Q_{J,J+1}) - \right. \\ & \left. - U_1 \sin \bar{\varepsilon}_J \cos \bar{\varepsilon}_J P_{J,J-1} Q_{J,J-1} - U_2 \sin \bar{\varepsilon}_J \cos \bar{\varepsilon}_J P_{J,J+1} Q_{J,J+1} \right]; \end{aligned} \quad (\Gamma.10.3)$$

$$\bar{\delta}_{J,J-1}(0) = \bar{\delta}_{J,J+1}(0) = \bar{\varepsilon}_J(0) = 0. \quad (\Gamma.10.4)$$

Тут для спрощеного запису введені позначення ($L = J \mp 1$) [196]:

$$P_{J,L}(r) \equiv \cos \bar{\delta}_{J,L}(r) j_L(kr) - \sin \bar{\delta}_{J,L}(r) n_L(kr); \quad Q_{J,L}(r) \equiv \sin \bar{\delta}_{J,L}(r) j_L(kr) + \cos \bar{\delta}_{J,L}(r) n_L(kr). \quad (\Gamma.11)$$

Простота і зручність для обчислень системи (Г.10) зумовлені тим, що її рівняння містять невелике число однотипних елементів. Саме ці рівняння придатні для застосування у випадку задачі зв'язаних станів.

В знаменнику перших двох рівнянь системи (Г.10) присутній множник $\cos 2\bar{\varepsilon}_j$, але він не призводить до розрахункових труднощостей. Це пояснюється тим [196], що значення $\cos 2\bar{\varepsilon}_j = 0$ відповідає граничному випадку максимального змішування парціальних хвиль, коли відбувається перехід амплітуди $L = J \mp 1$ хвилі для вхідного каналу в амплітуду $L = J \pm 1$ для вихідного каналу. Враховуючи, що $\bar{\varepsilon}_j$ є мірою орбітального моменту, а незбереження L малоімовірне в NN -розсіянні, тому $\cos 2\bar{\varepsilon}_j \neq 0$.

Подібними властивостями, що й параметризація Стаппа, володіє і параметризація Матвеевського–Пономарьова–Файфмана [239], для якої елементи F_{ij}

$$F_{11} = \bar{u}_1 \cos \delta_1 + \bar{v}_1 \sin \delta_1, \quad F_{12} = -\bar{u}_1 \sin \delta_1 + \bar{v}_1 \cos \delta_1, \\ F_{21} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}_2 e^{\delta_2} + \bar{v}_2 e^{-\delta_2}), \quad F_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}_2 e^{\delta_2} - \bar{v}_2 e^{-\delta_2})$$

є елементами матриці параметризації, а шукані фази і параметр змішування:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dr} \delta_1 &= \frac{-2}{1 + \cos^2(2\varepsilon)} \left[U_{10}(F_{11}^2 \cos^4 \varepsilon + F_{12}^2 \sin^4 \varepsilon) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} U_{12}(F_{21}^2 + F_{22}^2) \sin^2(2\varepsilon) + T_1(F_{11}F_{21} \cos^2 \varepsilon + F_{12}F_{22} \sin^2 \varepsilon) \sin(2\varepsilon) \right], \\ \frac{d}{dr} \delta_2 &= \frac{-2}{1 + \cos^2(2\varepsilon)} \left[U_{12}(F_{22}^2 \cos^4 \varepsilon - F_{21}^2 \sin^4 \varepsilon) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} U_{10}(F_{12}^2 - F_{11}^2) \sin^2(2\varepsilon) + T_1(F_{12}F_{22} \cos^2 \varepsilon - F_{11}F_{21} \sin^2 \varepsilon) \sin(2\varepsilon) \right], \\ \frac{d}{dr} \varepsilon &= - \left[\frac{1}{2} (U_{10}F_{11}F_{12} + U_{12}F_{21}F_{22}) \sin(2\varepsilon) + T_1(F_{11}F_{22} \cos^2 \varepsilon + F_{12}F_{21} \sin^2 \varepsilon) \right], \end{aligned} \right. \quad (\text{Г.12})$$

де (\bar{u}_1, \bar{v}_1) і (\bar{u}_2, \bar{v}_2) – набори розв'язків для відкритого і закритого каналів (при $\kappa = k/i$):

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{k}} j_l(kr); \quad \bar{v}_1 = -\frac{1}{\sqrt{k}} n_l(kr); \\ \bar{u}_2 = \frac{(-i)^{l+1}}{\sqrt{2\kappa}} [j_l(i\kappa r) - in_l(i\kappa r)] \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} e^{\kappa r}; \quad \bar{v}_2 = \frac{i^{l+1}}{\sqrt{2\kappa}} [j_l(i\kappa r) + in_l(i\kappa r)] \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} e^{-\kappa r}.$$

**Додаток Д. Чисельні значення фазових зсувів, параметрів апроксимації
фаз *np*- розсіяння, парціальної амплітуди розсіяння**

Таблиця Д.1

Параметри апроксимації фаз *np*- розсіяння

Стан	σ	χ^2	R	a	b	c
¹ S ₀ (Av18 [53])	2.64373	6.98930	0.99643	61.96412	-38.68333	5.38101
¹ S ₀ (Av18 [128])	2.65119	7.02882	0.99640	61.94775	-38.67658	5.38657
¹ S ₀ (Reid93 [20])	2.52679	6.38469	0.99677	61.74440	-38.22495	5.19380
¹ S ₀ (Reid93 [116])	2.53466	6.42449	0.99674	61.73167	-38.2194	5.19865
¹ S ₀ (Nijm I)	2.58368	6.67541	0.99662	62.39685	-38.65710	5.33673
¹ S ₀ (Nijm II)	2.54670	6.48567	0.99673	62.32498	-38.78897	5.36088
¹ S ₀ (Nijm93)	2.59862	6.75285	0.99663	62.71889	-38.48057	5.22542
¹ S ₀ (OSBEP)	2.29976	5.28889	0.99691	61.87082	-38.80287	5.73052
¹ S ₀ (Idaho-A)	2.49791	6.23957	0.99636	62.15766	-39.27040	5.90000
¹ S ₀ (CD-Bonn)	2.60428	6.78225	0.99652	62.14169	-38.49787	5.33871
¹ S ₀ (WJC-2)	2.71081	7.34851	0.99585	61.48856	-39.80335	5.70948
¹ S ₀ (N ³ LO)	2.99640	8.97843	0.99507	61.79199	-38.10876	5.19238
¹ S ₀ (GMPF)	2.56406	6.57438	0.99658	62.15783	-38.13271	5.26782
¹ S ₀ (SP07)	1.87232	3.50557	0.99777	60.70642	-36.14404	4.67688
³ P ₀ (Av18 [53])	3.43140	11.77448	0.93072	4.14370	4.92866	-3.21797
³ P ₀ (Av18 [128])	3.38773	11.47673	0.93179	4.08172	4.87285	-3.19505
³ P ₀ (Reid93 [20])	3.35480	11.25466	0.93191	3.97839	5.63373	-3.38344
³ P ₀ (Reid93 [116])	3.34895	11.21545	0.93174	3.96439	5.64195	-3.37986
³ P ₀ (Nijm I)	3.33791	11.14164	0.93403	4.01094	4.76238	-3.17203
³ P ₀ (Nijm II)	3.27836	10.74763	0.93847	3.93823	5.15545	-3.31736
³ P ₀ (Nijm93)	3.18807	10.16377	0.94406	3.90333	5.10466	-3.35063
³ P ₀ (OSBEP)	3.32082	11.02782	0.92158	3.78589	9.01375	-5.05833
³ P ₀ (Idaho-A)	2.99371	8.96228	0.92310	3.54174	7.70260	-4.45714
³ P ₀ (CD-Bonn)	3.29033	10.82630	0.93822	3.95654	5.01510	-3.28209
³ P ₀ (WJC-2)	3.81986	14.59132	0.92863	4.80149	5.63847	-3.66252
³ P ₀ (N ³ LO)	3.10297	9.62842	0.91884	3.42675	7.65004	-4.45297
³ P ₀ (GMPF)	3.43282	11.78424	0.91845	4.09979	4.57198	-2.95717
³ P ₀ (SP07)	3.15751	9.96988	0.95655	7.89667	1.59217	-2.64023
¹ P ₁ (Av18 [53])	1.25446	1.57368	0.99404	-1.84425	-13.18033	1.64189
¹ P ₁ (Av18 [128])	1.25669	1.57928	0.99402	-1.83072	-13.17847	1.64190
¹ P ₁ (Reid93 [20])	1.02139	1.04324	0.99624	-1.53073	-14.95112	2.15576
¹ P ₁ (Reid93 [116])	1.01931	1.03899	0.99625	-1.53013	-14.91513	2.14592
¹ P ₁ (Nijm I)	0.99478	0.98959	0.99630	-1.54581	-14.31787	1.99545
¹ P ₁ (Nijm II)	1.14636	1.31414	0.99515	-1.67222	-14.30757	1.97726
¹ P ₁ (Nijm93)	1.15789	1.34070	0.99551	-1.68068	-14.65113	1.95037
¹ P ₁ (OSBEP)	1.22921	1.51096	0.99541	-1.60315	-16.9043	2.47015
¹ P ₁ (Idaho-A)	1.01226	1.02468	0.99614	-1.38732	-15.12551	2.19768

1P_1 (CD-Bonn)	1.11169	1.23585	0.99580	-1.66596	-13.77072	1.68244
1P_1 (WJC-2)	1.30312	1.69812	0.99331	-2.16738	-13.53175	1.66308
1P_1 (N^3LO)	1.53491	2.35594	0.99202	-1.96857	-12.30224	0.96136
1P_1 (GMPF)	1.16710	1.36211	0.99478	-1.73281	-13.86668	1.88227
1P_1 (SP07)	1.43682	2.06445	0.98941	-3.89545	-10.30529	0.87831
3P_1 (Av18 [53])	0.75482	0.56975	0.99830	-0.91664	-12.77924	1.16726
3P_1 (Av18 [128])	0.75311	0.56718	0.99830	-0.91236	-12.73242	1.15752
3P_1 (Reid93 [20])	0.71104	0.50557	0.99847	-0.85390	-13.36223	1.37541
3P_1 (Reid93 [116])	0.71160	0.50637	0.99846	-0.85135	-13.34335	1.37341
3P_1 (Nijm I)	0.84750	0.71825	0.99769	-0.97179	-12.99732	1.35127
3P_1 (Nijm II)	0.74533	0.55551	0.99820	-0.85411	-13.49154	1.51749
3P_1 (Nijm93)	0.71480	0.51094	0.99846	-0.78456	-14.00700	1.58124
3P_1 (OSBEP)	0.76047	0.57832	0.99772	-1.26798	-13.48923	1.65184
3P_1 (Idaho-A)	0.69401	0.48165	0.99824	-0.81789	-13.67177	1.58525
3P_1 (CD-Bonn)	0.71679	0.51379	0.99844	-0.86346	-13.10612	1.29913
3P_1 (WJC-2)	0.71311	0.50852	0.99856	-0.97400	-14.06071	1.33719
3P_1 (N^3LO)	0.76556	0.58608	0.99798	-0.80678	-13.48728	1.41266
3P_1 (GMPF)	0.64215	0.41236	0.99874	-0.79509	-13.40538	1.40651
3P_1 (SP07)	0.52635	0.27704	0.99894	-1.61142	-12.88466	1.32922
1D_2 (Av18 [53])	0.15959	0.02547	0.99938	-0.29433	4.74141	-0.49716
1D_2 (Av18 [128])	0.16484	0.02717	0.99933	-0.29980	4.73331	-0.49862
1D_2 (Reid93 [20])	0.13693	0.01875	0.99956	-0.27077	4.55897	-0.41614
1D_2 (Reid93[116])	0.13709	0.01879	0.99956	-0.26844	4.52958	-0.40765
1D_2 (Nijm I)	0.19767	0.03907	0.99910	-0.28280	4.59665	-0.42036
1D_2 (Nijm II)	0.15254	0.02327	0.99945	-0.26873	4.53117	-0.41471
1D_2 (Nijm93)	0.19448	0.03782	0.99920	-0.27769	4.50311	-0.34555
1D_2 (OSBEP)	0.08845	0.00782	0.99955	-0.09699	3.90154	-0.56851
1D_2 (Idaho-A)	0.15478	0.02396	0.99935	-0.22613	4.55385	-0.41339
1D_2 (CD-Bonn)	0.16197	0.02623	0.99940	-0.29852	4.75472	-0.46961
1D_2 (WJC-2)	0.21442	0.04597	0.99828	-0.37364	5.03040	-0.74797
1D_2 (N^3LO)	0.11119	0.01236	0.99962	-0.19821	4.19067	-0.35566
1D_2 (GMPF)	0.14761	0.02179	0.99948	-0.28099	4.60218	-0.44244
1D_2 (SP07)	0.14255	0.02032	0.99882	0.67800	3.62400	-0.20000
3D_2 (Av18 [53])	0.84268	0.71011	0.99767	-0.54091	20.23831	-3.82411
3D_2 (Av18 [128])	0.84703	0.71745	0.99764	-0.54128	20.20412	-3.81545
3D_2 (Reid93 [20])	0.91915	0.84484	0.99718	-0.47793	20.02265	-3.77559
3D_2 (Reid93[116])	0.91072	0.82941	0.99723	-0.48671	20.00056	-3.76889
3D_2 (Nijm I)	1.02064	1.04170	0.99662	-0.54988	20.63070	-3.94350
3D_2 (Nijm II)	0.87516	0.76590	0.99757	-0.55537	20.38231	-3.81664
3D_2 (Nijm93)	0.85545	0.73180	0.99775	-0.53234	20.77746	-3.90147
3D_2 (OSBEP)	0.47198	0.22277	0.99937	-0.59467	21.56705	-4.11798
3D_2 (Idaho-A)	0.64345	0.41402	0.99870	-0.71303	21.67170	-4.38430

Продовження Таблиці Д.1

3D_2 (CD-Bonn)	0.81176	0.65896	0.99787	-0.58763	20.52175	-3.89606
3D_2 (WJC-2)	0.83708	0.70071	0.99736	-0.56357	21.59864	-4.34234
3D_2 (N ³ LO)	0.54202	0.29379	0.99901	-1.08041	23.53538	-5.29842
3D_2 (GMPF)	0.91492	0.83709	0.99730	-0.51079	19.96546	-3.70028
3D_2 (SP07)	0.70507	0.49712	0.99562	1.21687	18.90649	-3.52832

Таблиця Д.2

Парціальна амплітуда розсіяння (в fm). 1S_0 - стан *np*- системи. Потенціал Reid93

T_{lab} , MeV	ϵ , %	$Re f_l$ [116]	$Re f_l$ МФФ	χ_1 , %	$Im f_l$ [116]	$Im f_l$ МФФ	χ_2 , %
1	0.02	1.8924	1.8920	0.02	3.5427	3.5434	0.02
5	0.00	0.8189	0.8189	0.00	1.6233	1.6233	0.00
10	0.02	0.6302	0.6301	0.02	1.0682	1.0684	0.02
25	0.02	0.4473	0.4472	0.01	0.5408	0.5410	0.03
50	0.10	0.3174	0.3175	0.02	0.2681	0.2685	0.17
100	0.00	0.1810	0.1810	0.00	0.0895	0.0895	0.00
150	0.12	0.0991	0.0990	0.11	0.0286	0.0286	0.24
200	0.26	0.0435	0.0433	0.25	0.0060	0.0059	0.51
250	2.33	0.0043	0.0042	2.32	0.0001	0.0001	4.60
300	1.16	-0.0236	-0.0239	1.15	0.0021	0.0022	2.33
350	0.57	-0.0435	-0.0437	0.55	0.0080	0.0081	1.14

Таблиця Д.3

Фази розсіяння δ_{10} , δ_{12} (в градусах) і параметр змішування ϵ_1 для зв'язаних станів 3S_1 - 3D_1 із застосуванням потенціалу Reid68 [34]

T_{lab} , MeV	EM*	RKM2	RKM3	RKM4	RKM5
Фаза розсіяння δ_{10}					
24	77.046	81.328	81.804	81.643	81.630
48	60.566	63.108	63.325	63.286	63.300
96	41.198	42.799	42.896	42.870	42.880
144	28.663	29.763	29.835	29.796	29.796
208	16.449	17.132	17.187	17.149	17.150
304	2.637	3.201	3.225	3.197	3.199
352	-2.971	-2.462	-2.456	-2.479	-2.477

Фаза розсіяння δ_{12}					
24	-3.008	-2.863	-2.856	-2.859	-2.859
48	-6.877	-6.619	-6.612	-6.613	-6.613
96	-12.825	-12.324	-12.314	-12.314	-12.314
144	-16.812	-16.103	-16.088	-16.089	-16.089
208	-20.135	-19.500	-19.477	-19.480	-19.480
304	-23.718	-23.146	-23.108	-23.111	-23.112
352	-25.362	-24.760	-24.716	-24.720	-24.721
Параметр змішування ε_1					
24	2.633	1.854	1.805	1.827	1.828
48	2.948	2.351	2.330	2.336	2.334
96	3.688	3.274	3.275	3.279	3.278
144	4.647	4.355	4.364	4.371	4.372
208	6.229	5.842	5.852	5.861	5.863
304	8.172	7.762	7.805	7.818	7.819
352	8.903	8.563	8.602	8.616	8.618

*Позначення EM, RKM2, RKM3, RKM4 і RKM5 – це метод Ейлера і методи Рунге-Кутта 2-, 3-, 4- і 5-го порядків точності відповідно.

Додаток Е. Коефіцієнти аналітичних форм хвильової функції дейтрона в координатному представленні

Чисельні значення коефіцієнтів аналітичних форм Дубовіченко (3.16) для хвильової функції дейтрона в координатному представленні для потенціалу Argonne v18 і потенціалів Неймегенської групи (Nijm I, Nijm II, Nijm93 і Reid93) приведено в Таблицях Е.1-Е.5 відповідно [10, 12, 19].

Значення коефіцієнтів аналітичної форми (3.54) для хвильової функції дейтрона в координатному представленні для потенціалів Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 приведено в Таблицях Е.6-Е.10 відповідно [3, 9].

Таблиця Е.1

Коефіцієнти аналітичної форми (3.16) для потенціалу Argonne v18 [19]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	0.3783013555646	4.5159833495753	0.0004509482937	0.0202568987599
2	0.0527547473362	0.0047927056383	-0.776185299780	2.8877752388645
3	0.0588462112765	0.0402241853372	-0.154192735684	1.8739405193787
4	0.0394988587740	0.1108640062189	0.0315895933411	0.8758471678717
5	-0.098338625849	0.9027821990206	0.614607552944	2.0531580005636
6	0.0602079746429	0.0129223751842	0.0190358031863	0.8868757916254
7	0.0583622013041	0.0395882632030	-0.154192735684	1.8739405193787
8	0.0395335071155	0.1114996980444	-0.154192735684	1.8739405193786
9	-0.098338625850	0.9027821990164	0.1226950521493	0.6009934905685
10	0.0562850174854	0.0281322414743	-0.021649229102	0.9298786971677
11	0.0579689851075	0.0389768962179	0.0218535866021	0.2200515117714
12	0.0395253229419	0.1113533264535	-0.002842154828	0.9083871302579
13	-0.098338625849	0.9027821990207	0.6146075529440	2.0531580005636
14	0.0579715002134	0.0132941966586	-0.154192735684	1.8739405193796
15	0.0586185592993	0.0129874336769	0.0402612413538	0.8681178930282
16	0.0395035424701	0.1109524942994	0.0218416604388	0.2230021637536
17	-0.697262968741	2.5872139841691	0.0066681257541	0.0733951960776

Коефіцієнти аналітичної форми (3.16) для потенціалу Nijm I [10]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	-0.5985755	1.2486288	0.1341184	1.9583386
2	0.0719881	0.0906381	0.0178965	0.7636754
3	0.0638354	0.0909362	0.0472457	0.8111266
4	0.4978059	5.8301436	-0.0139045	1.4014708
5	-0.4845549	7.2874431	-0.0139327	0.7102277
6	0.0644466	0.0908163	-0.0144313	1.4089862
7	0.1226875	0.0288025	0.0528106	0.8135834
8	0.3600914	8.5601832	-0.0137620	1.3980507
9	-0.4845549	7.2874431	0.0239859	0.1663082
10	0.0742084	0.0101564	0.0002893	0.0170395
11	0.1095527	0.0273786	0.0435291	0.7991969
12	0.3600914	8.5601832	-0.3830299	3.1380815
13	-0.4845549	7.2874431	0.0043372	0.0603978
14	0.0735584	0.0101562	0.0141490	0.7841558
15	0.0291958	0.0039399	0.0664880	0.3772602
16	0.3600914	8.5601832	0.1219109	1.9261182
17	-0.1282627	20.4355213	-0.0144508	1.3816406

Коефіцієнти аналітичної форми (3.16) для потенціалу Nijm II [10]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	-0.0278778	1.6021971	0.0004746	0.0792755
2	0.0589271	0.1092446	0.1662781	0.3393720
3	0.0426398	0.0045215	0.1148787	0.3375295
4	0.6597067	4.9769248	0.1129263	0.0202313
5	-0.4068244	1.1886875	-0.1309857	0.5165437
6	0.0716066	0.0389344	0.1866132	0.3393763
7	0.1108224	0.0106422	-0.1191002	0.3391629
8	0.3002277	1.3102922	-0.1408905	0.4176138
9	-0.4068244	1.1886875	-0.1433174	0.5206460
10	0.1093643	0.0180780	0.1866614	0.4180024
11	0.1245369	0.0389761	-0.1656813	0.4172884
12	0.3002277	1.3102922	-0.1245236	0.4172083
13	-0.4068244	1.1886875	-0.1694870	0.5206702
14	0.0516403	0.1092001	0.2488424	0.4164459
15	0.0473036	0.1082425	0.0004746	0.4178253
16	0.3002277	1.3102922	0.1662781	0.4163094
17	-0.9274669	3.3417195	0.1148787	0.4852219

Коефіцієнти аналітичної форми (3.16) для потенціалу Nijm93 [10]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	-0.8525983	1.8425206	0.0007130	0.0281536
2	0.0348329	0.0042124	0.0410172	0.4153763
3	0.0910268	0.0769507	0.0410173	0.4153765
4	0.8599717	2.6359631	0.0087985	1.6922442
5	-0.3003584	0.7363712	0.0493539	0.9800333
6	0.0048787	0.1298680	0.0099698	0.8098339
7	0.1605685	0.3899728	-0.0028394	0.8482049
8	0.4708801	1.1261553	0.0177657	1.7152607
9	-0.3003584	0.7363712	0.0493539	0.9800333
10	0.1142999	0.0341238	0.0053267	0.0738306
11	0.0871801	0.0906278	0.0099695	0.8098346
12	0.4708801	1.1261553	0.1264523	2.4340326
13	-0.3003584	0.7363712	0.0493539	0.9800333
14	0.1210117	0.0234265	0.0254155	0.1787281
15	0.1390945	0.0104395	0.0000441	0.0095141
16	0.4708801	1.1261553	0.0177657	1.7152607
17	-1.2640547	1.8246238	-0.3900541	4.0909729

Таблиця Е.5

Коефіцієнти аналітичної форми (3.16) для потенціалу Reid93 [12]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	-0.0293645998298	2.0291635490395	-0.2053724318749	6.0941159580164
2	0.0823581508029	0.0142620649234	-0.0847216453447	0.2592222819651
3	0.0807980381556	0.0236567335601	-0.0847216468360	0.2592222816757
4	0.2776372774260	4.5335812432041	-0.2615777513621	0.7377945559650
5	-0.4348821007714	2.3259949260170	1.2812879375816	0.7460129600248
6	0.0844998823432	0.0411919136076	-0.1067533670936	0.2565139300968
7	0.0787954538986	0.1089476353731	-0.0847216468291	0.2592222816770
8	0.2654767966317	2.2248822859584	-0.2615777513623	0.7377945559650
9	-0.4348821007713	2.3259949260119	0.3972095973113	0.2544132039622
10	0.0440768783933	0.0045691318899	-0.1067533722081	0.2565139308288
11	0.0831819945356	0.0104362641201	-0.0847215171541	0.2592223068180
12	0.2654767966318	2.2248822859584	-0.2615777513623	0.7377945559650
13	-0.4348821007712	2.3259949260146	0.39720960090286	0.2544129992542
14	0.0878101336022	0.0412039254988	-0.1067533722050	0.2565139308284
15	0.0735806665400	0.1088944012465	-0.0847216364107	0.2592222836969
16	0.2654767966318	2.2248822859584	-0.2615777513623	0.7377945559650
17	-0.3532779919126	1.0378165184475	0.00443162550424	0.0493377965549

Коефіцієнти аналітичної форми (3.54) для потенціалу Nijm I [9]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	0.059474792604983	0.820048123485302	0.216703934160404	-0.46062130918550
2	0.029815289846499	0.008925232016521	1.605852802910391	-0.05815455970908
3	0.054093376131691	0.025498742322776	0.291264938712191	0.168130012367292
4	0.003754884398435	0.000853238833103	0.094286720550631	0.065723334248829
5	0.076152850036076	0.276725768486299	5.432373080615632	-0.05688725511771
6	0.012623230198183	0.002868854515628	0.005309112421684	0.009307445117482
7	0.055227006777511	0.109973467568329	0.207373176910015	0.186164838918455
8	0.055367234187456	0.138446998423688	0.207372849758410	0.186596774580701
9	0.108440685265484	0.382785761360802	5.432373080319048	-0.05688725495011
10	0.000542494001356	0.000217880096959	0.000831816055069	0.001352073835287
11	0.061459447768940	0.059212785941109	0.024128420330076	0.032026505193536

Таблиця Е.7

Коефіцієнти аналітичної форми (3.54) для потенціалу Nijm II [9]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	0.100534520422043	0.251018819916337	0.126943090633750	-0.53113374184205
2	0.054286869011138	0.057442534595369	0.218940646725675	0.156510973923901
3	0.051278450057958	0.015600438117511	0.110684829492098	0.127632990059071
4	0.000814767311165	0.000260405824367	0.115497416682183	0.127617693287994
5	0.076562509307441	0.251007390539791	4.722499098968948	-0.08308339515975
6	0.041994669536818	0.251009303096756	0.004871680145179	0.008411658752901
7	0.005869159261571	0.001146927630628	0.117531418761814	0.127621420370460
8	0.033972775878515	0.057451551324434	0.116012967954140	0.127618151426690
9	0.048710359630614	0.251011494582336	4.722499098969801	-0.08308339516002
10	0.019984994410513	0.004345797074014	0.000776726189794	0.001208526589511
11	0.031082972309765	0.057443362285818	0.022141456306319	0.030108870003356

Таблиця Е.8

Коефіцієнти аналітичної форми (3.54) для потенціалу Nijm93 [9]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	0.108158922056900	0.322843406882508	0.179007868039459	-0.49551653602562
2	0.059853308401022	0.322238702916314	0.254707539462443	0.224767666483098
3	0.000988499937104	0.000284873387262	0.012705460633378	0.014729943005680
4	0.048517972009155	0.075231693391126	0.001144517190176	0.001283074302584
5	0.062564722993285	0.322189096838678	5.013179412294758	-0.08329753146954
6	0.007194322349655	0.001326489490838	0.154332010904778	0.199804896403292
7	0.062095388454927	0.020017090383419	0.000262490061461	0.000166238317782
8	0.049196871063984	0.073208280814316	0.004039748088559	0.005059646459065
9	0.024533675856846	0.005315783506284	5.013179410725441	-0.08329753146557
10	0.038064498676696	0.076574723953854	0.154332010904783	0.199804896403214
11	0.036149451152707	0.322417369499423	0.038551683049846	0.034958655682995

Таблиця Е.9

Коефіцієнти аналітичної форми (3.54) для потенціалу Reid93 [3]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	0.069165902087054	0.260694028992927	0.046691520051938	-0.45747046709213
2	0.016816805243013	0.003745637363879	0.251783375231406	0.090050028918338
3	0.036276406025602	0.024248992643587	0.009532804413578	0.011344840155198
4	0.054276523719886	0.260700699439171	0.000923945728241	0.000912747409340
5	0.090259458024542	0.260967752832736	5.271594771417672	-0.07565077617374
6	0.061396673091335	0.063889193541223	0.052806780918954	0.183289904460344
7	0.031841769081845	0.011654989924025	0.000228716768808	0.000121831213912
8	0.005059996000766	0.001034701614202	0.003090018155478	0.003637935243084
9	0.049562672796619	0.260727250929229	5.234984210722409	-0.07564966175244
10	0.000707435476194	0.000244188362049	0.052806780918950	0.183289904460260
11	0.052754370232542	0.063865550323201	0.037043195071994	0.161860429844891

Таблиця Е.10

Коефіцієнти аналітичної форми (3.54) для потенціалу Argonne v18 [3]

i	A_i	a_i	B_i	b_i
1	-2.131341252505580	0.031643712686560	0.080647832829630	1.093497500081610
2	0.002862340193692	0.000542907221112	4.276423111508590	-0.164408062648391
3	0.256334694145763	0.294291730249029	0.000624941838599	0.000754447617320
4	0.423402972585148	0.031312338359191	0.009727269524289	0.011969072757668
5	0.145430732510713	0.069905808009759	0.301941164444362	0.042806729356171
6	0.011414515917362	0.002346721872793	0.080072843315215	-0.426032563900697
7	0.462503468645901	0.031163927385390	0.030479793609307	0.030097619538244
8	0.429637798877398	0.031303117915512	0.002855363369814	0.003778414883522
9	0.403306170391361	0.031326954270918	0.301739482874308	0.042806599897975
10	0.029251099139079	0.007877840866271	0.080072843315210	-0.426032563900809
11	0.447281105021924	0.031253678455058	0.080082395462851	-0.186678441085246

Значення коефіцієнтів аналітичної форми (3.59) для хвильової функції дейтрона в координатному представленні для потенціалів NijmI, NijmII, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 приведено в Таблицях Е.11 і Е.12 [13].

Таблиця Е.11

Коефіцієнти аналітичної форми (3.59) [13]

	Nijm I	Nijm II	Nijm93	Reid93	Argonne v18
A_0	0.79122804	0.71188044	0.74475987	0.74296661	0.68678222
A_1	-0.48085374	-0.55345986	-0.52249319	-0.52955025	-0.56422705
A_2	0.19209966	0.22242176	0.21703951	0.20637090	0.24575741
A_3	-0.19142145	-0.23519092	-0.21781696	-0.22110198	-0.23909236
A_4	0.07945871	0.11246612	0.10017850	0.09614305	0.13330378
A_5	-0.06071998	-0.08545236	-0.07749178	-0.07617094	-0.09101688
A_6	0.04118743	0.06304857	0.05368065	0.05320700	0.07374333
A_7	-0.01463533	-0.02738827	-0.02303712	-0.02154056	-0.03299228
A_8	0.02113029	0.03468695	0.02918209	0.02874499	0.03672823
A_9	-0.00249397	-0.00837166	-0.00560753	-0.00534089	-0.01002996
A_{10}	0.00941583	0.01777712	0.01483231	0.01402941	0.01230063
A_{11}	6.5691E-10	8.6959E-09	9.6740E-10	1.2174E-09	-4.8664E-09
α	0.98365400	1.14771906	1.08690976	1.07714584	1.21278892

Таблиця Е.12

Коефіцієнти аналітичної форми (3.59) [13]

	Nijm I	Nijm II	Nijm93	Reid93	Argonne v18
B_0	0.213991872	0.204826708	0.209111271	0.210285457	0.207879909
B_1	-0.097150131	-0.114413263	-0.11168506	-0.107223815	-0.113823624
B_2	-0.007961896	0.000995226	0.002205801	0.000660303	0.000922686
B_3	-0.035123120	-0.034689076	-0.035258107	-0.034288059	-0.035504255
B_4	-0.001217534	0.004524132	0.003375334	0.002947312	0.004413124
B_5	-0.005232595	-0.004891425	-0.006107023	-0.005553301	-0.004905812
B_6	0.005727961	0.007444181	0.006643619	0.006343344	0.007881779
B_7	0.003114367	0.002347743	0.001967454	0.001820614	0.002835326
B_8	0.005412518	0.005530414	0.005526667	0.004851527	0.005675591
B_9	0.003060012	0.002249765	0.002417623	0.001896869	0.002972332
B_{10}	0.002933145	0.002766437	0.003007419	0.002361315	0.002108114
B_{11}	0.001229201	0.00080667	0.000985632	0.000612914	0.001555599
α	1.076934768	1.195165753	1.197049139	1.169722503	1.204892508

Додаток Ж. Радіальні та інверсні моменти дейтрона

Таблиця Ж.1

Радіальні моменти дейтрона [37]

$\langle r^n \rangle$	Nijm I	Nijm II	Nijm93	Reid93	Av18
$\langle r^3 \rangle_u, \text{fm}^3$	100.652	100.733	100.585	100.899	96.9108
$\langle r^3 \rangle_w, \text{fm}^3$	1.35305	1.3375	1.34506	1.33651	1.32063
$\langle r^3 \rangle_{uw}, \text{fm}^3$	10.2779	10.2534	10.3934	10.3772	10.1369
$\langle r^2 \rangle_u, \text{fm}^2$	15.1123	15.1344	15.1067	15.1511	14.9302
$\langle r^2 \rangle_w, \text{fm}^2$	0.34807	0.343574	0.344999	0.342744	0.342347
$\langle r^2 \rangle_{uw}, \text{fm}^2$	2.03849	2.02919	2.03521	2.03208	2.01689
$\langle r^1 \rangle_u, \text{fm}^1$	3.1319	3.13634	3.129001	3.13795	3.1241
$\langle r^1 \rangle_w, \text{fm}^1$	0.121744	0.120332	0.121438	0.120511	0.1213
$\langle r^1 \rangle_{uw}, \text{fm}^1$	0.561439	0.558499	0.559754	0.55849	0.558301
$\langle r^0 \rangle_u$	0.943355	0.941465	0.942006	0.941553	0.94123
$\langle r^0 \rangle_w$	0.0566274	0.0563002	0.0574956	0.0569005	0.0575945
$\langle r^0 \rangle_{uw}$	0.217086	0.215815	0.217893	0.216596	0.217551
$\langle r^{-1} \rangle_u, \text{fm}^{-1}$	0.424457	0.417427	0.422954	0.417709	0.419602
$\langle r^{-1} \rangle_w, \text{fm}^{-1}$	0.0339602	0.0341394	0.0355823	0.0351124	0.0355295
$\langle r^{-1} \rangle_{uw}, \text{fm}^{-1}$	0.115841	0.114809	0.118019	0.116439	0.117265
$\langle r^{-2} \rangle_u, \text{fm}^{-2}$	0.291567	0.276583	0.287889	0.277412	0.28136
$\langle r^{-2} \rangle_w, \text{fm}^{-2}$	0.0256278	0.0260814	0.0280521	0.0277714	0.0277576
$\langle r^{-2} \rangle_{uw}, \text{fm}^{-2}$	0.0837723	0.0820741	0.0872154	0.0855021	0.0857968
$\langle r^{-3} \rangle_u, \text{fm}^{-3}$	0.348542	0.310063	0.336333	0.312298	0.321691
$\langle r^{-3} \rangle_w, \text{fm}^{-3}$	0.0733644	0.0402282	0.0876024	0.144299	12.2159
$\langle r^{-3} \rangle_{uw}, \text{fm}^{-3}$	0.0880639	0.081218	0.0938492	0.0944609	0.0926479

Таблиця Ж.2

Радіальні моменти дейтрона [37]

$\langle r^{2k} \rangle$	Nijm I	Nijm II	Nijm93	Reid93	Av18
$\langle r^{10} \rangle, \text{fm}^{10}$	8.9423E+6	8.0161E+6	7.5136E+6	8.3996E+6	2.9580E+6
$\langle r^8 \rangle, \text{fm}^8$	107946.0	102767.0	99664.2	105154.0	56551.6
$\langle r^6 \rangle, \text{fm}^6$	1850.72	1824.42	1805.97	1840.06	1376.55
$\langle r^4 \rangle, \text{fm}^4$	54.9438	54.8824	54.7597	55.0268	50.2706
$\langle r^2 \rangle, \text{fm}^2$	3.8651	3.86951	3.86293	3.87347	3.81814

Таблиця Ж.3

Інверсні моменти радіуса [37]

$\langle r^{-n} \rangle$	Nijm I	Nijm II	Nijm93	Reid93	Av18
$\langle r^{-1} \rangle, \text{fm}^{-1}$	0.458417	0.451566	0.458536	0.452822	0.455131
$\langle r^{-2} \rangle, \text{fm}^{-2}$	0.317194	0.302665	0.315941	0.305184	0.309118
$\langle r^{-3} \rangle, \text{fm}^{-3}$	7.09294	2.46443	8.52901	16.2051	12.5376

Додаток II. Позиція нуля формфакторів дейтрона, функції магнітної структури $B(\rho)$ і тензорних поляризацій t_{20} і t_{21}

Таблиця II.1

Позиція нуля зарядового формфактору G_C

Потенціал	ρ_0, fm^{-1}
Nijm I, Nijm II, Nijm93 (3.49)	4.80; 4.60; 4.81
Reid93, Argonne v18 (3.49)	4.60; 4.71
Bonn-B, FULLF, OBEPF [390]	4.28; 4.26; 4.10
5RM [325], 4RIA [343]	4.8-5.1; 4.3-4.6
Moscow, NijmI, NijmII [391]	4.1; 4.6; 4.4
CD-Bonn, Paris [391]	4.4; 4.9
TP [358], Nijm I, Nijm II [367]	4.19; 4.9; 4.7
CIA, RIA [411]	4.24-4.53
CD-Bonn, Paris, PIH [367], NIA [332]	5.2; 4.6; 4.3; 4.6
9RIA [392]	4.5; 9.2-12.3
9DWF [393], 5NC [353]	4.5-6.0; 3.8-4.7
IA AV14, IA+MEC AV14 [352]	4.5; 4.0
Paris, Av14, Bonn-E [343]	4.5; 4.4; 5.3
TCM [384], QCB82, QCB86 [394]	4.2; 4.4; 4.5
MMQCM [395], Graz-II [368]	4.5-5.2; 5.67
RIA [291]	4.5-5.2; 11.4-13
QCM [396]; OBEPQ-A, B, C [381]	4.4; 4.1-4.5
Lagrangian approach [397]	4.0-5.4
Експеримент: [343]	4.39±0.16
Par. III огляду [361]	4.21±0.08
Par. III [359]	4.19±0.05
Par. I для даних [354]	4.11 (+1.34;-1.00)
Par. I для даних [343, 321, 354]	4.17±0.57

Тут TP [358] – теоретичні розрахунки для дисперсійної теорії, узагальненого розподілу партону і «хмарної» моделі з релятивістським кварком; CIA, RIA [411] – комплексна та релятивістська імпульсна апроксимація; PIH – релятивістське імпульсне наближення; NIA – нерелятивістська імпульсна апроксимація; 9RIA – імпульсна апроксимація [392] для дев'яти моделей ХФД; 9DWF [393] – 9 моделей ХФД (RSC, RHC, Paris, Bonn, Yamaguchi, Graz I, Mongan II, KLS, HH); 5NC – 5 нерелятивістських обчислень [353], які

включають ефекти потоки обміну мезоном; 5RM – 5 релятивістських моделей (Av18, Paris, CDBonn, ПВ, W16); 4RIA [343] – 4 моделі для релятивістської імпульсної апроксимації (RIA, RIA+ $\rho\gamma$, RIA+ $\rho\gamma+\omega\sigma$ і RIA у формалізмі конуса для Argonne v14 потенціалу).

Таблиця И.2

Позиція нуля квадрупольного формфактору G_Q

Потенціал	p_0, fm^{-1}
Nijm I, Nijm II, Nijm93 (3.49)	12.4; 12.2; 13.8
Reid93, Argonne v18 (3.49)	12.8; 12.6
9RIA [392]	8.7-10.9
RIA [291]	8.9-12.2
OGEP [398]	8.0-10.0
Isobar channels model [399]	6.6-7.9
Lagrangian approach [397]	7.6
LO N ³ LO [386]	6.8
Argonne v18, Reid93 [400]	11.0-12.3

Таблиця И.3

Позиція нуля магнітного формфактору G_M

Потенціал	p_0, fm^{-1}
Nijm I (3.49)	8.0; 14.7
Nijm II (3.49)	6.5; 14.3
Nijm93 (3.49)	7.4; 15.3
Reid93 (3.49)	6.9; 14.9
Argonne v18 (3.49)	6.8; 13.5
Moscow, Nijm I, Nijm II [391]	5.3; 6.9; 6.0
CD-Bonn, Paris [391]	6.7; 5.8
9DWF [393], TCM [384]	5.5-7.5; 7.2
QCB82, QCB86 [394], QCM [396], NIA [332]	7.1; 7.2; 6.5; 6.6
5RM [325], MMQCM [395]	5.6-6.1; 6.8-7.5
RIA [291]	6.5; 11.1
Lagrangian approach [397]	6.8-7.4
Quark cluster theory [401]	6.3
Експеримент [361, 350]	7.2±0.3

Позиція нуля функції магнітної структури B

Потенціал	p_0, fm^{-1}
Nijm I (3.54)	7.9
Nijm II (3.54)	7.5; 7.9; 11.4
Nijm93 (3.54)	8.4; 8.7; 11.7
Reid93 (3.54)	12.2
Av18 (3.54)	6.2; 8.6
NIA [332]; CIA та RIA [411], Moscow, Nijm I, Nijm II [391]	6.6; 5.7-7.0; 5.3; 6.5; 5.7
CD-Bonn, Paris [391], TP [358], Nijm I, Nijm II [367]	6.7; 5.8; 6-7.5; 7.6; 6.7
CD-Bonn, Paris, PIH [367]; Graz II [369]; Graz II [412]	7.4; 6.6; 6.0; 12.9; 4.5
9RIA [392]	5.5-6.5; 10.8
8TM [325]; RSC [413], FULLF, Bonn [414], TCM [384]	5.3-7.5; 4.35; 7.2; 6.7; 6.9
QCB82, QCB86 [394]; MMQCM [395], QCM [396]	7.1; 7.2; 6.5-7.3; 6.1-6.3
RIA [291]	5.6-6.8; 11-11.1
MT [415]	6.0-7.2
LO N ³ LO [386]	4.4
Hamiltonian and Propagator dynamics [416]	6.1-7.3
NN (M-T), NN+6q, NN+DB, Nijm IA [303]	6.2; 6.5; 7.0; 6.9
Lagrangian approach [397]	6.8-7.2

Позиція нуля тензорних поляризацій t_{20} і t_{21} розраховано при куті $\theta=70^\circ$ (Таблиці И.5 і И.6), де ТТС [358] – теоретичні розрахунки для дисперсійної теорії, узагальненого розподілу партону і кваркової моделі з релятивістськими складовими кварками; ТМ [359] – теоретичні криві нерелятивістських моделей з релятивістськими кореляціями, релятивістські моделі і ефективна теорія поля; НQНМ [430] – гібридна кварково-адронна модель; Par. I і III – результати параметризацій I і III згідно [431] і [359].

Позиція нуля тензорної поляризації t_{20} ($\theta=70^\circ$)

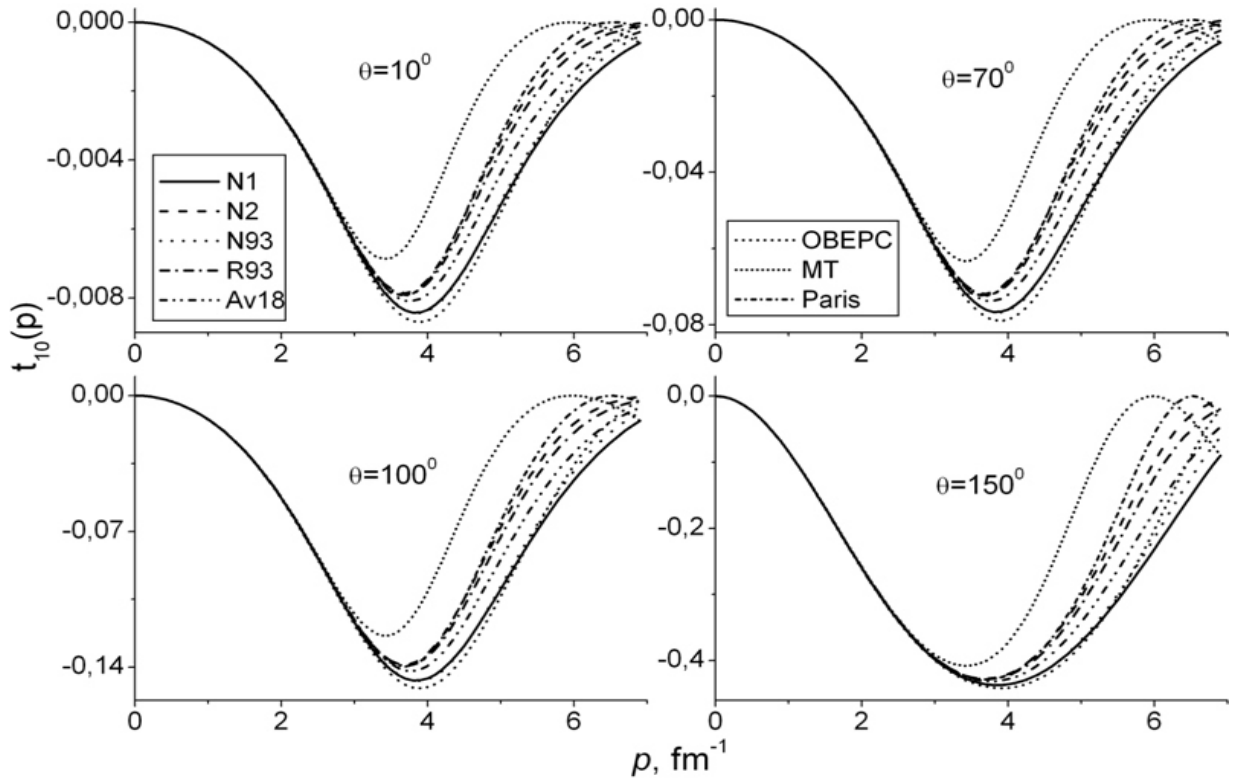
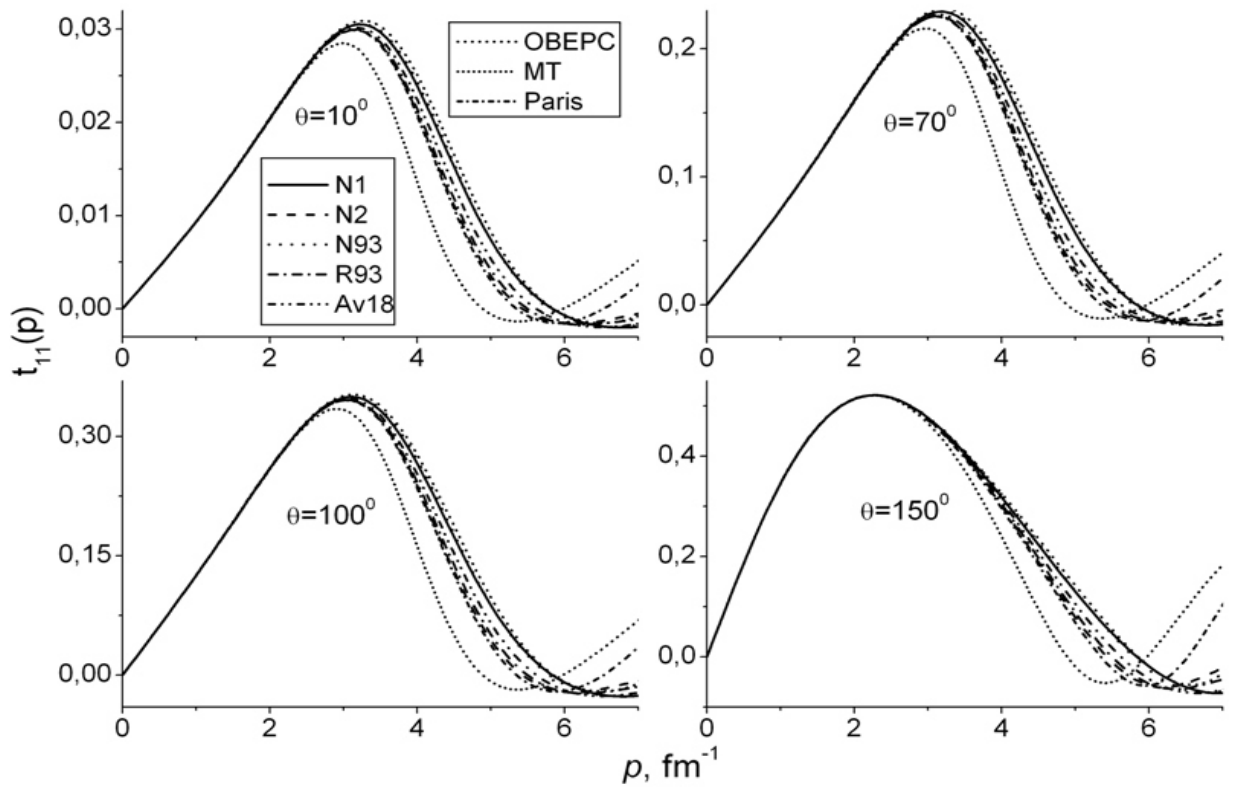
Потенціал	p_0, fm^{-1}
Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Av18 (3.16)	5.82; 5.44; 5.75; 5.40; 5.52
pQCD [432], Graz-II [368]	5.0-8.2; 6.21
Nijm93, Nijm I, Nijm II [390]; CIA, RIA [411]	4.98-5.26; 4.81-5.55
Bonn-B, FULLF, OBEPF [390]	4.91-5.16
Reid68, Bonn, Paris [370] ($\theta=0^\circ$)	5.2; 5.4; 5.5
TTC [358]; Quark cluster theory [401]	4.77, 4.92, 5.17; 4.6
TM [359], TCM [384]	4.8-5.3; 4.8
Av18, N ² LO ($R_0=1.0;1.2 \text{ fm}$) [433]	5.5; 5.5; 6.0
Moscow, CD-Bonn, Paris, Nijm I, Nijm II [391]	4.50; 6.00; 5.20; 5.60; 5.60
Paris, Av14, Bonn Q [427]; QCB82, QCB86 [394]	5.2; 5.9; 5.5; 5.3; 5.4
HQHM [430], QCM [396], MMQCM [395]	4.5-5.0; 4.6-5.1; 5.3-5.6
OBEPQ-A,B,C [381], 9RIA [392], 8TM [325]	4.9-5.5; 4.6-5.2; 4.8-6.6
5NC [353], 4RIA, Paris, Av14 [343]	4.8-5.2; 4.9-5.4; 5.39; 5.42
Nijm-I, Nijm-II, MT, Paris, CD-Bonn [415]	5.9; 5.5; 4.9; 5.4; 6.2
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=70^\circ$)	5.37; 5.53; 5.61; 5.77; 6.14
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=10^\circ$)	5.37; 5.52; 5.62; 5.78; 6.13
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=40^\circ$)	5.34; 5.50; 5.60; 5.76; 6.12
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=90^\circ$)	5.36; 5.52; 5.61; 5.76; 6.13
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=120^\circ$)	5.35; 5.53; 5.63; 5.79; 6.15
Par. I [431], Par. III [359]	4.8; 5.0

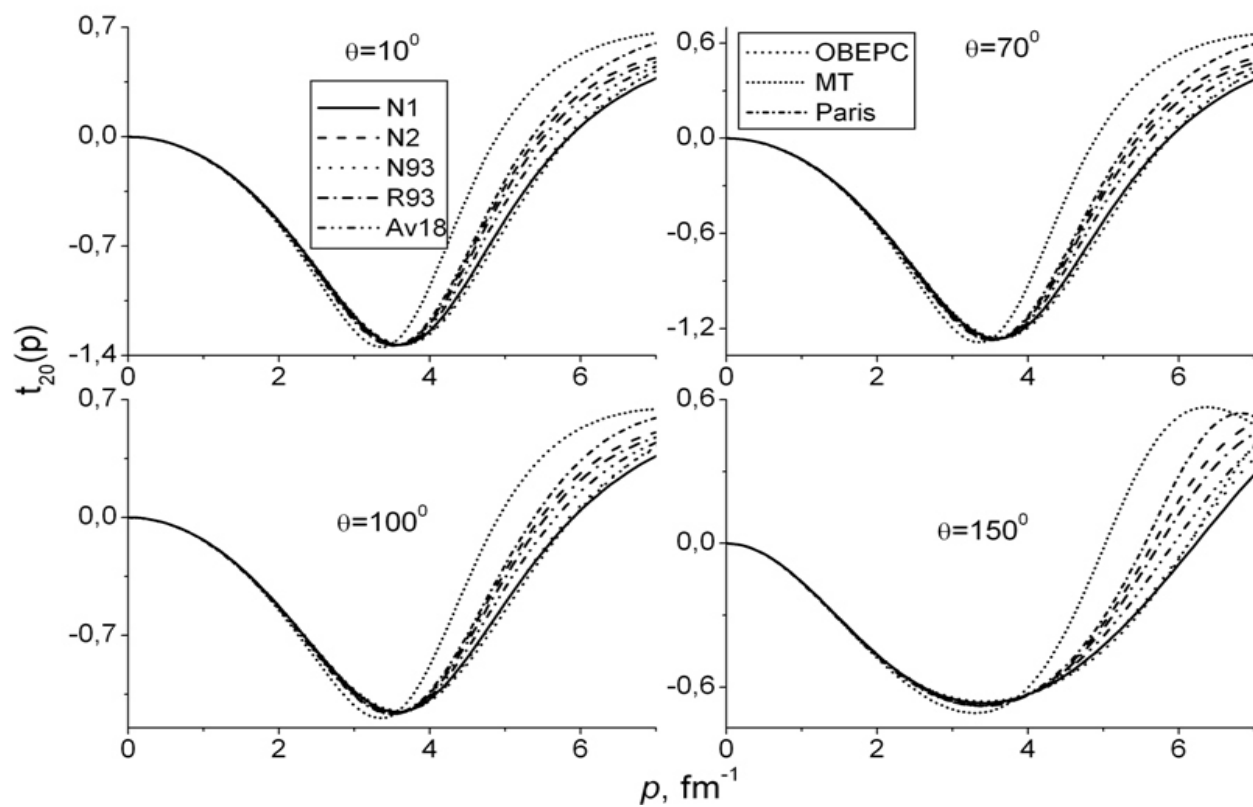
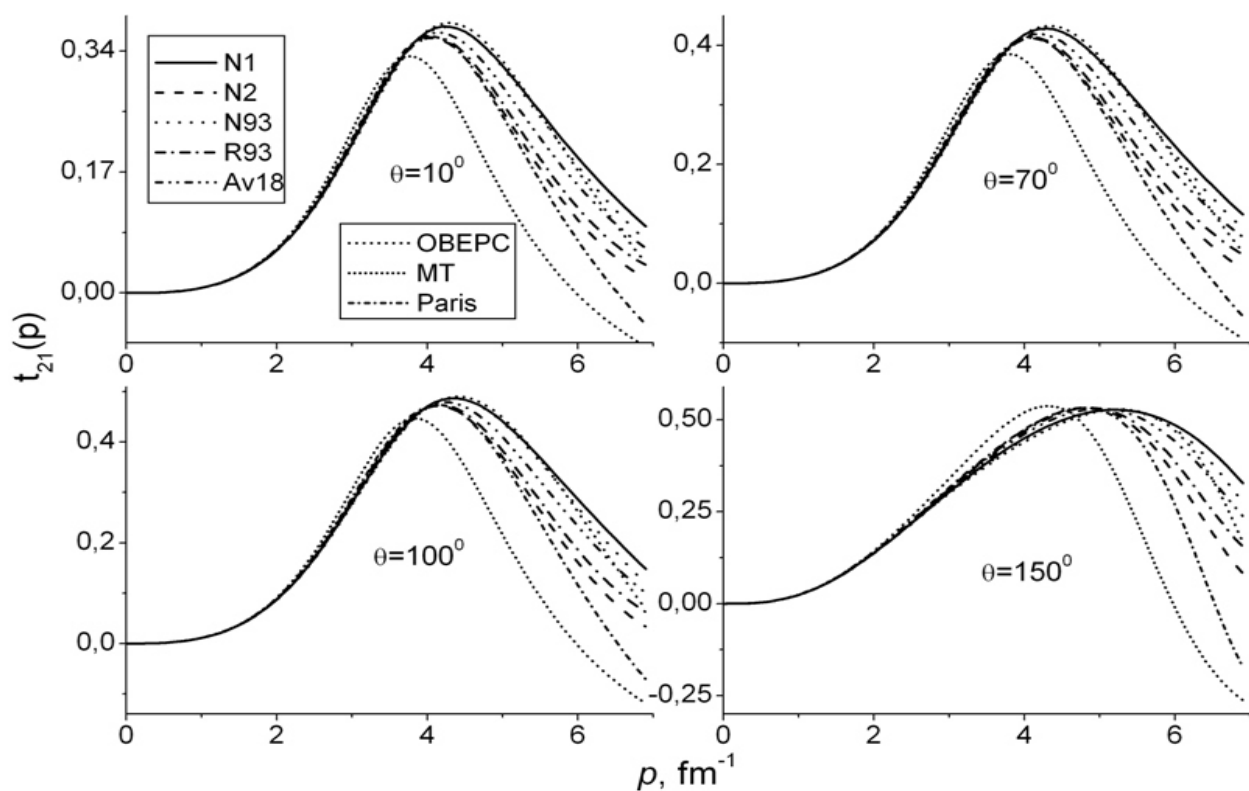
Таблиця И.6

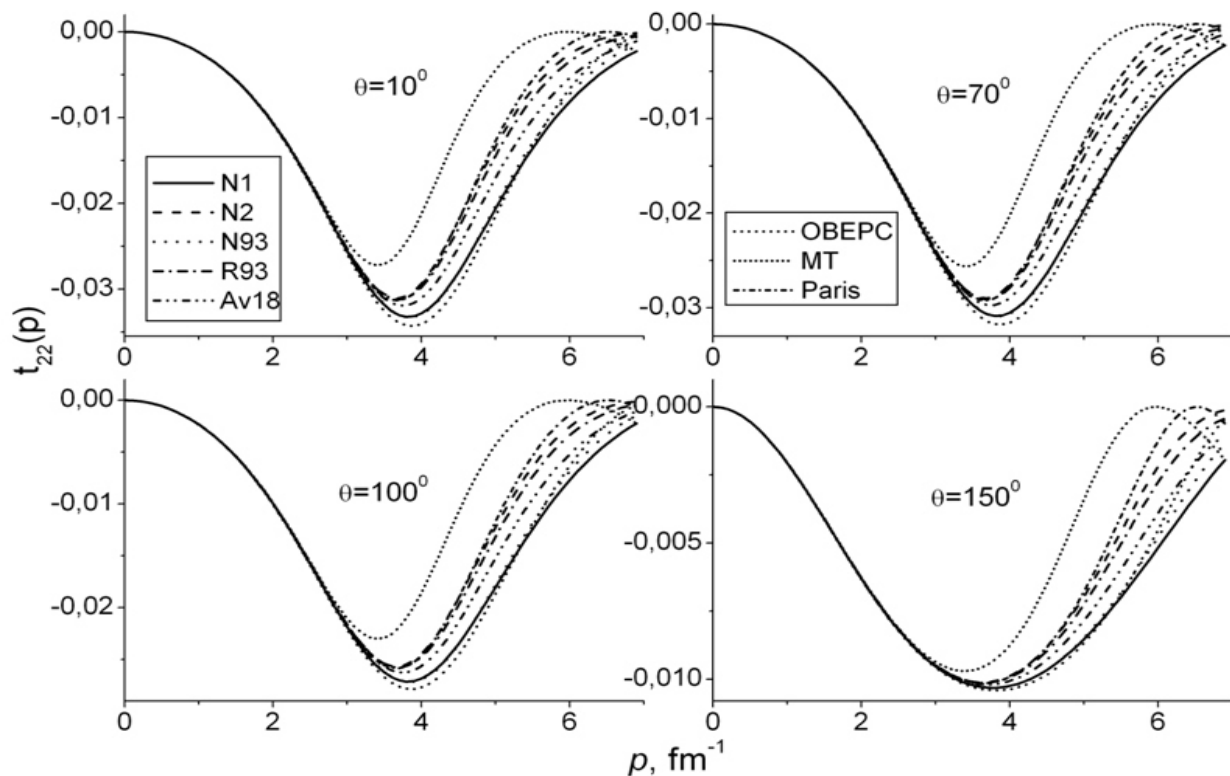
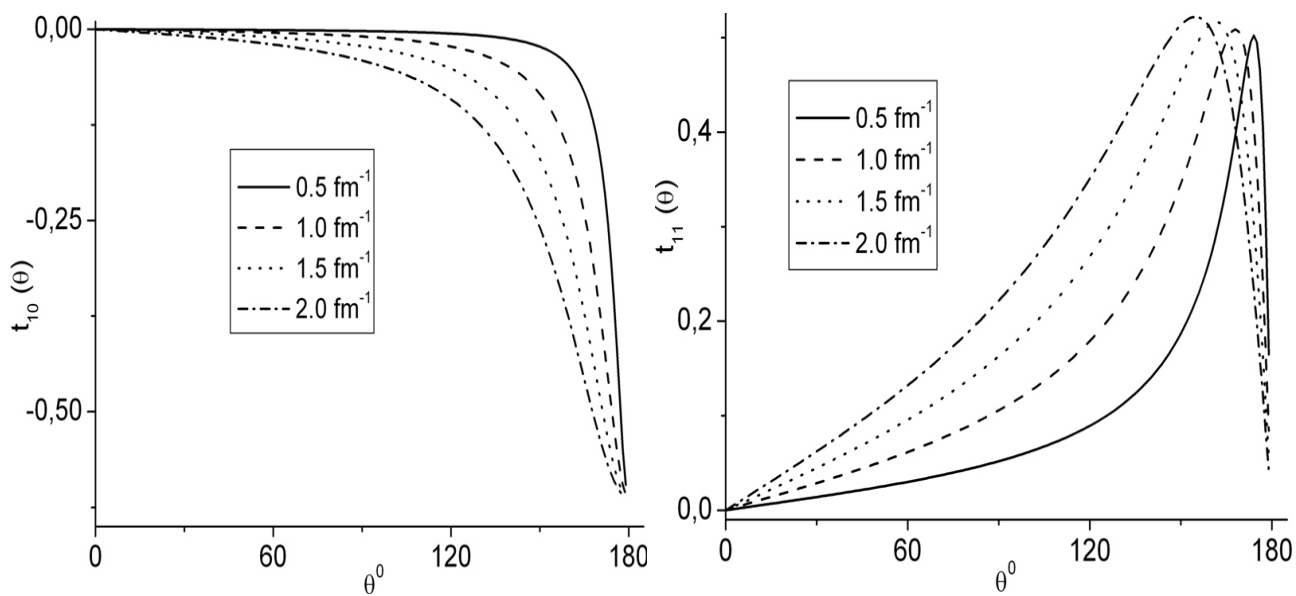
Позиція нуля тензорної поляризації t_{21} ($\theta=70^\circ$)

Потенціал	p_0, fm^{-1}
Nijm I, Nijm II, Nijm93, Reid93, Av18 (3.16)	8.08; 6.51; 7.37; 6.94; 6.92
IA: Reid68, Bonn, Paris, Nijmegen [370] ($\theta=90^\circ$)	6.5; 6.0; 6.6; 6.2
MEC: Reid68, Paris, Nijmegen [370] ($\theta=90^\circ$)	7.1; 6.8; 6.5
TM [359], RSC [435], Graz II [369]	6.8; 5.6; 12.9
5NRM [354], CIA, NRIA, NRIA+MEC [429]	5.9-6.1; 6.5; 6.5; 7.5
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=70^\circ$)	5.79; 6.01; 6.15; 6.32; 6.64
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=10^\circ$)	5.82; 6.03; 6.18; 6.34; 6.68
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=40^\circ$)	5.77; 5.99; 6.15; 6.30; 6.65
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=90^\circ$)	5.81; 6.03; 6.16; 6.33; 6.66
Paris, Av18, OSBEP, Nijm93, CD-Bonn [434]($\theta=120^\circ$)	5.79; 6.01; 6.15; 6.33; 6.66
CD-Bonn, Av18, NijmI [436]	5.54; 6.03; 6.64
Par. III [359]	7.0

Додаток К. Кутова й імпульсна асиметрії дейтронних поляризацій

Рис. К.1. Кутова асиметрія векторної поляризації t_{10} Рис. К.2. Кутова асиметрія векторної поляризації t_{11}

Рис. К.3. Кутова асиметрія тензорної поляризації t_{20} Рис. К.4. Кутова асиметрія тензорної поляризації t_{21}

Рис. К.5. Кутова асиметрія тензорної поляризації t_{22} Рис. К.6. Імпульсна асиметрія векторних поляризацій t_{10} і t_{11}

Додаток Л. Борнівські значення векторних і тензорних асиметрій

На Рис. Л.1 – Рис. Л.5 приведено Борнівські значення векторних A_B^L , A_B^T і тензорних A_B^{LL} , A_B^{TT} , A_B^{LT} асиметрій [31].

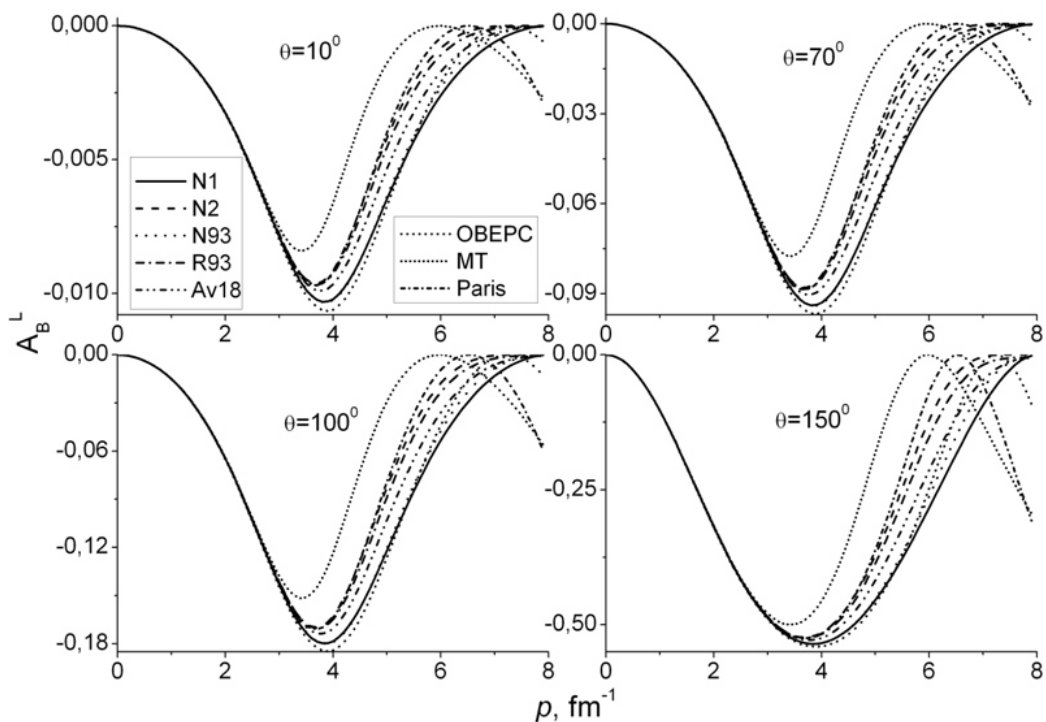


Рис. Л.1. Кутова залежність для векторної асиметрії A_B^L

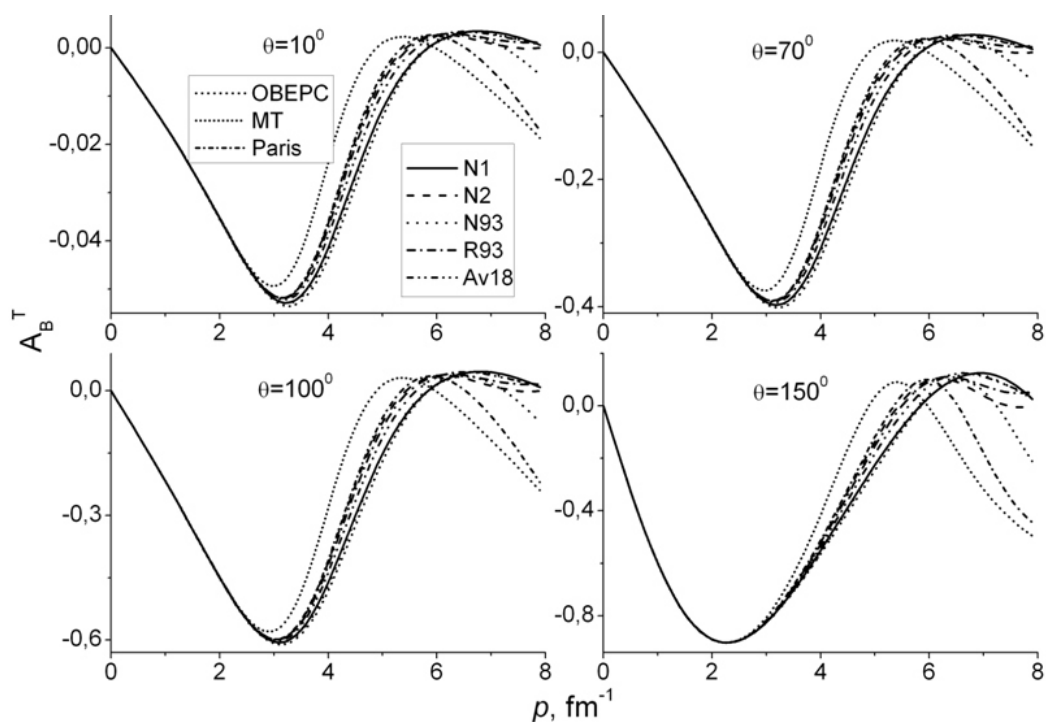


Рис. Л.2. Кутова залежність для векторної асиметрії A_B^T

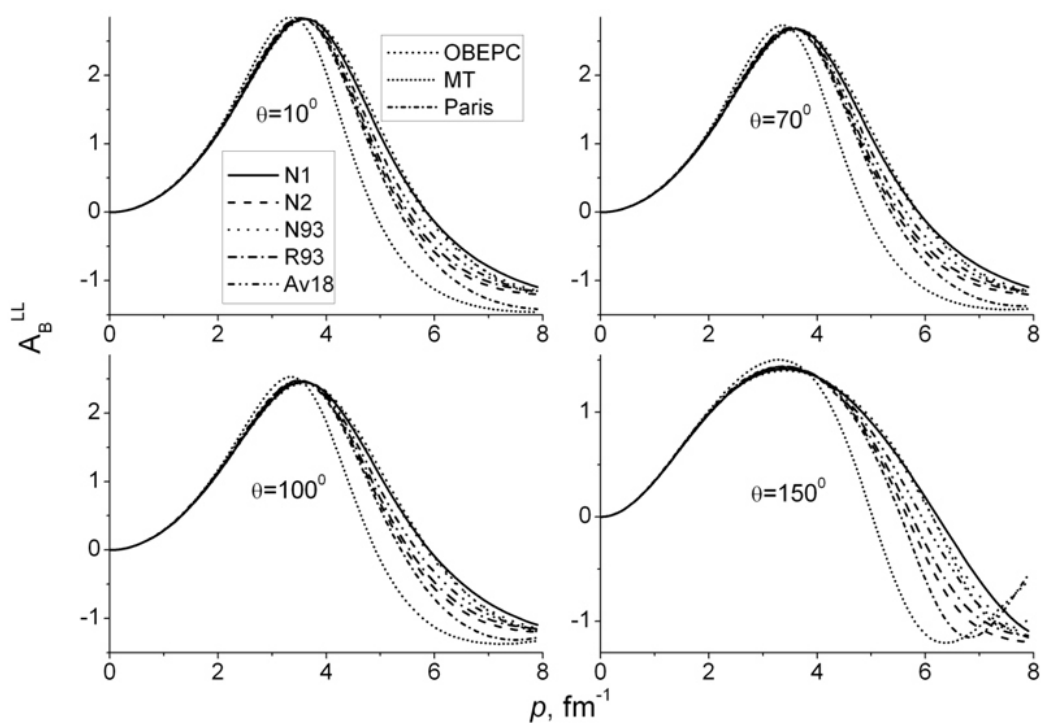


Рис. Л.3. Кутова залежність для тензорної асиметрії A_B^{LL}

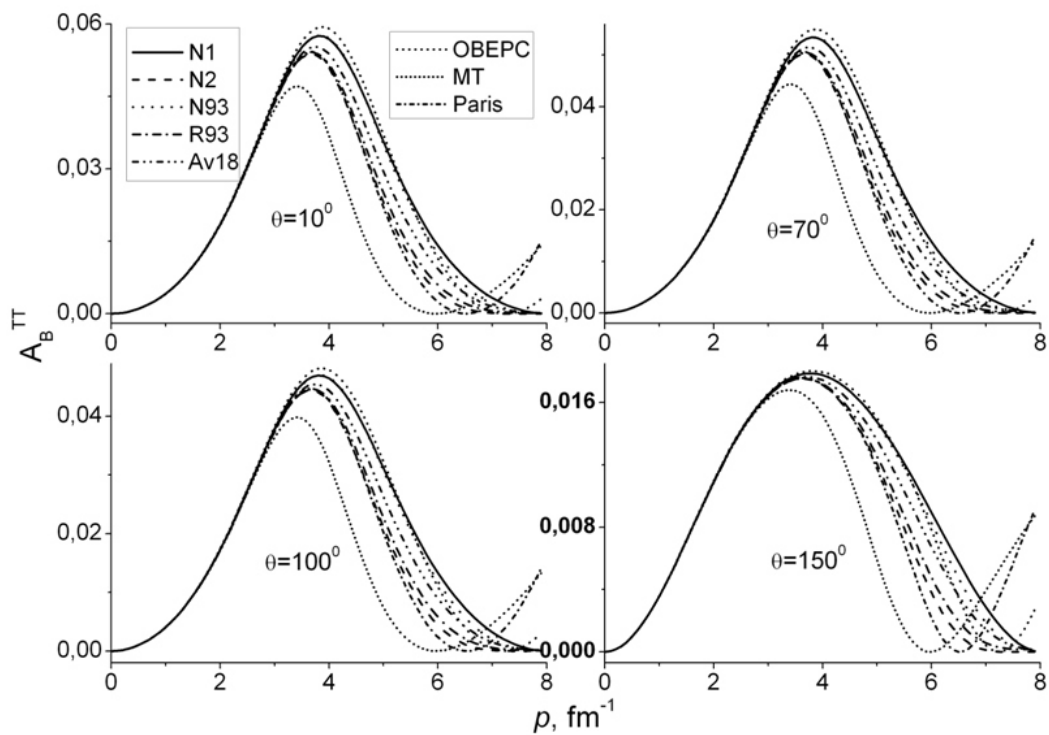


Рис. Л.4. Кутова залежність для тензорної асиметрії A_B^{TT}

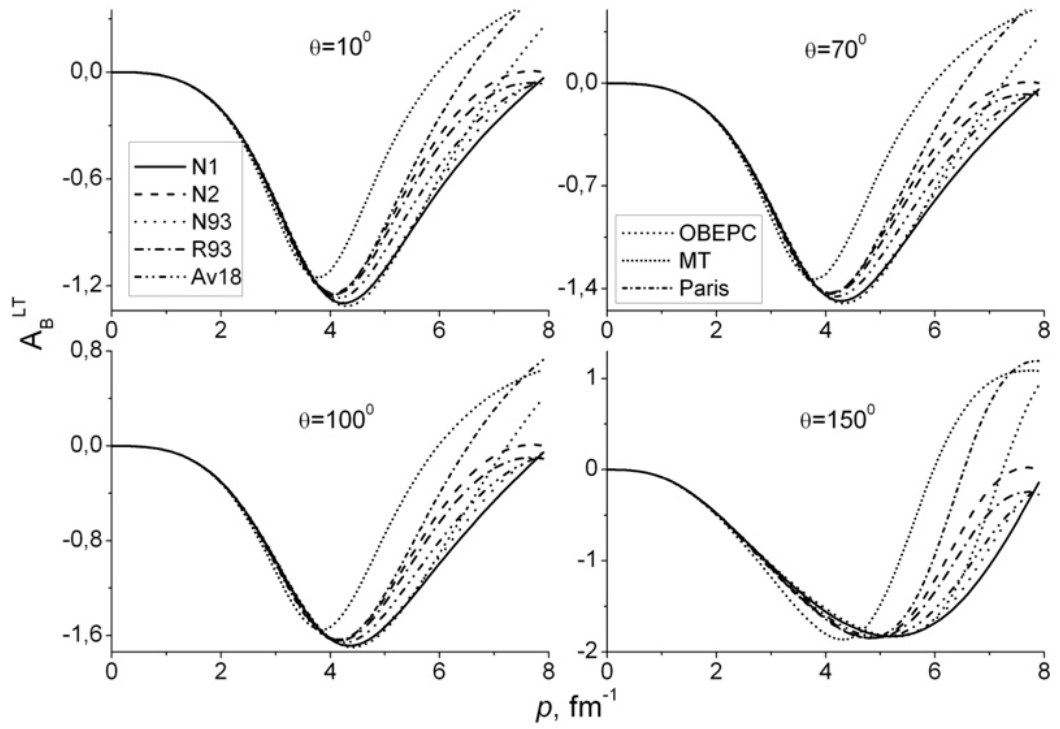


Рис. Л.5. Кутова залежність для тензорної асиметрії A_B^{LT}