

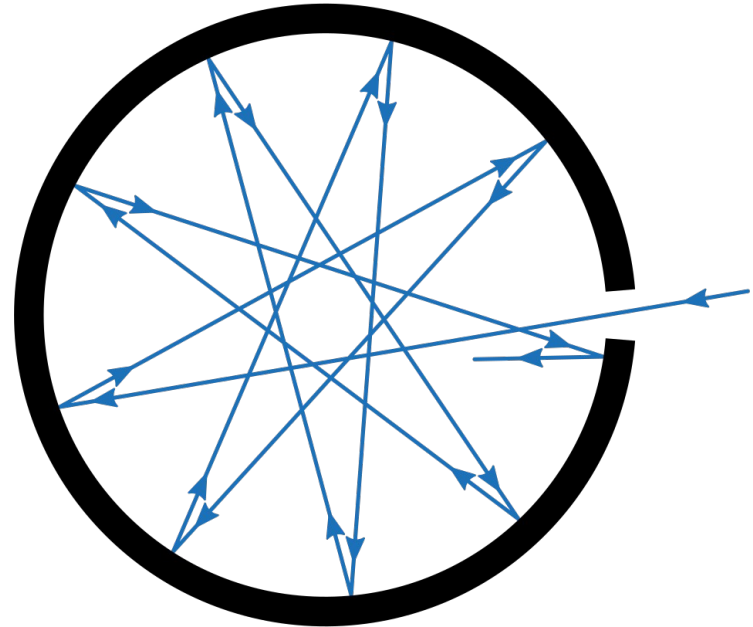
Передісторія квантової механіки.
Хвиля де Бройля

Що таке квантова механіка?

Квантова механіка є теорією атомних явищ, що вивчає закономірності мікросвіту і встановлює закони руху елементарних частинок, атомних ядер, атомів, молекул та їх сукупностей.

Абсолютно чорне тіло

Абсолютно чорне тіло — фізична абстракція, що вживається у термодинаміці. Тіло, що є ідеальним випромінювачем та поглиначем електромагнітного випромінення, при всіх довжинах хвиль, напрямках та температурах. Густина енергії та спектральний склад випромінення одиницею поверхні такого тіла залежать тільки від його температури.



Закон Стефана-Больцмана

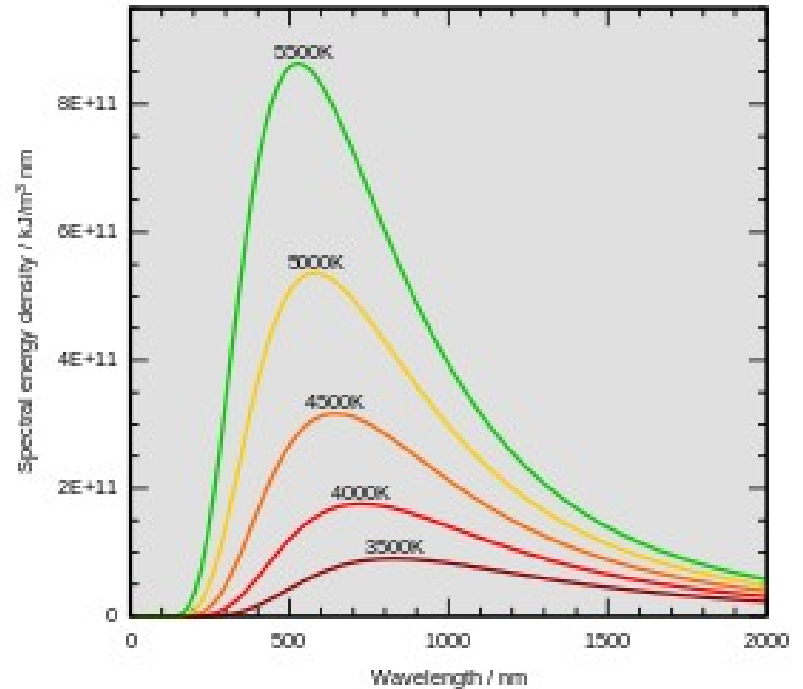
$$F = \sigma T^4$$

де F — потужність на одиницю площі поверхні випромінювання, T — температура, а $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² * К⁴) — стала Стефана-Больцмана

Закон зміщення Віна

$$\lambda_{\max} = \frac{0,002898}{T}$$

Де λ_{\max} - довжина хвилі з максимальною інтенсивністю у метрах



Густина енергії: $\frac{E}{V} = \int_0^{\infty} u_{\nu}(T) d\nu$

де V — об'єм системи, а величину $u_{\nu}(T)$ — спектральна густина енергії

В.Він на основі
мелокулярнокінетичної теорії

$$u_{\nu}(T) = \text{const } \nu^3 e^{-a\nu/T}$$

Моделювання М. Планка випромінювання
абсолютно чорного тіла сукупністю
осциляторів

$$u_{\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U$$

Середня енергія окремо взятого осцилятора

$$U = h\nu e^{-a\nu/T}$$

Гіпотеза М. Планка про електромагнітну ентропію

$$dU = TdS - PdV$$

Нехай $V = \text{const}$

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}$$

$$\frac{dS}{dU} = -\frac{1}{a\nu} \ln \frac{U}{h\nu}$$

$$U = h\nu e^{-a\nu/T}$$

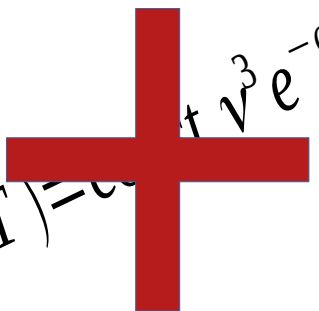
$$\ln \frac{U}{h\nu} = -\frac{a\nu}{T}$$

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{a\nu U}$$

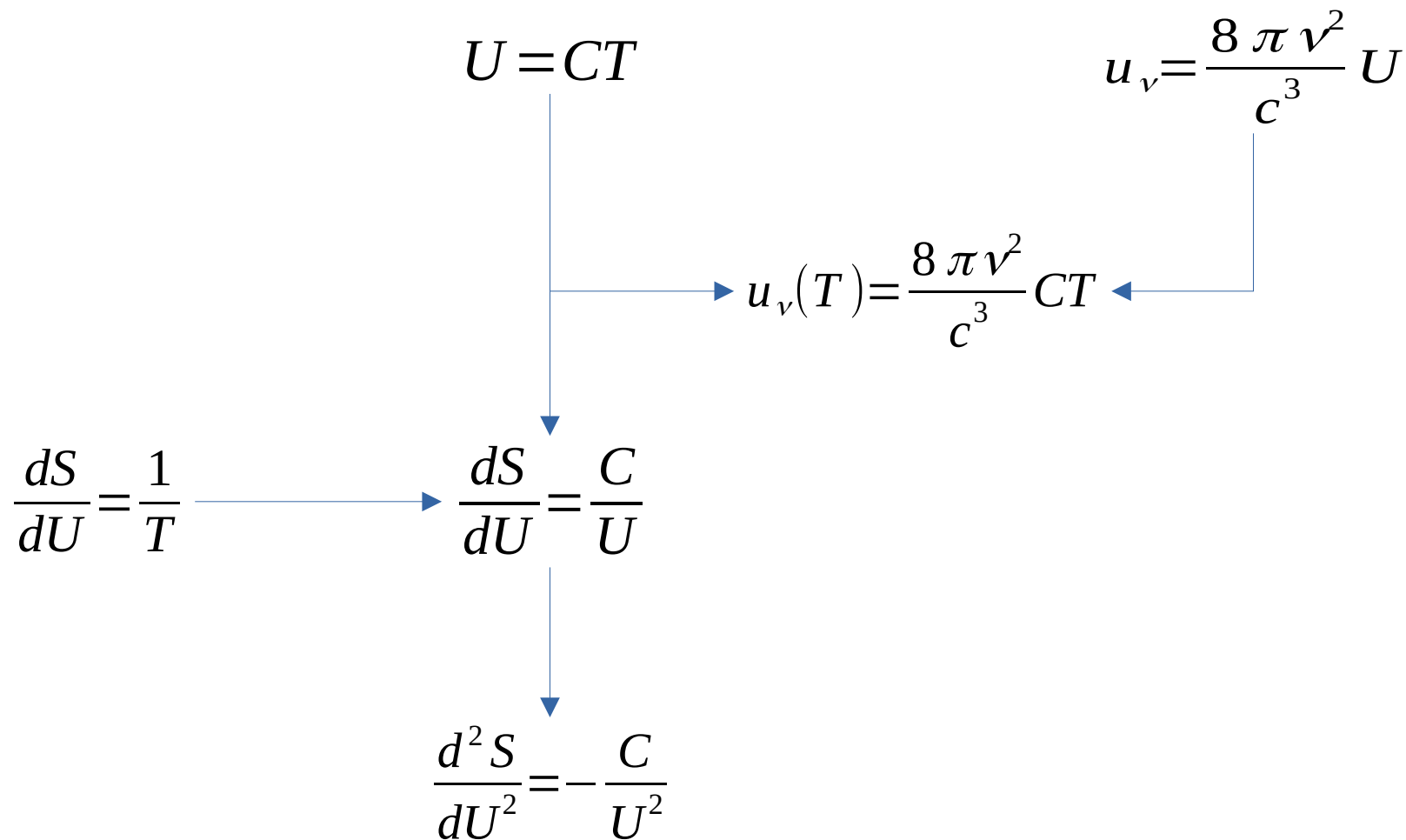
Ультрафіолетова катастрофа

$$u_{\nu}(T) \sim T, \nu \rightarrow 0$$

У 1899 р. Отто Люммер (1860–1925) і Ернст Принґсгайм (1859–1917) представили результати вимірювань у ділянці великих довжин хвиль ($\nu \rightarrow 0$), які суперечили формулі В. Віна для густини енергії теплового випромінювання


$$u_{\nu}(T) = c_1 \nu^3 e^{-a\nu/T}$$

Починаємо все заново...



$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{a \nu U} \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{a \nu U} - \frac{C}{U^2} \quad \longleftarrow \quad \frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{C}{U^2}$$

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{a \nu} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{U + a \nu C} \right)$$

Інтегруємо

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{T} = \frac{1}{a \nu} \ln \left(\frac{U + a C \nu}{U} \right) + const \quad \longrightarrow \quad U = \frac{h \nu}{e^{a \nu / T} - 1}$$

$$C = h/a$$

Беручи до уваги, що $U \rightarrow \infty$ при $T \rightarrow \infty$, знаходимо $const = 0$.

$$u_\nu = \frac{8 \pi \nu^2}{c^3} U$$

$$U = \frac{h \nu}{e^{h \nu / T} - 1}$$

Формула Планка

$$u_\nu = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h \nu}{T}} - 1}$$

Кінець?

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{a \nu} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{U + a \nu C} \right)$$



$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{a \nu} \ln \left(\frac{U + a C \nu}{U} \right) + \text{const}$$



$$S = \frac{h}{a} \left[\left(1 + \frac{U}{h \nu} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{h \nu} \right) - \frac{U}{h \nu} \ln \frac{U}{h \nu} \right]$$

Повна енергія N
осциляторів

$$NU = p \varepsilon \longrightarrow p/N = U/\varepsilon$$

Повна ентропія N
осциляторів

$$NS = \ln W$$

Кількість різних
перестановок W

$$W = \frac{[(N-1)+p]!}{(N-1)!p!} \longrightarrow \ln W = (N+p) \ln(N+p) - N \ln N - p \ln p$$

Формула
Стірлінга

$$\ln N! = \ln(N/e)^N, N \gg 1$$

$$\ln W = (N + p) \ln(N + p) - N \ln N - p \ln p$$

$$p/N = U/\varepsilon$$

$$S = \left(1 + \frac{U}{\varepsilon}\right) \ln\left(1 + \frac{U}{\varepsilon}\right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon}$$

$$S = \frac{h}{a} \left[\left(1 + \frac{U}{h\nu}\right) \ln\left(1 + \frac{U}{h\nu}\right) - \frac{U}{h\nu} \ln \frac{U}{h\nu} \right] \quad \varepsilon = h\nu$$

$$\varepsilon = h \nu$$

або

$$\varepsilon = \hbar \omega$$

Де $\omega = 2\pi\nu$ — циклічна частота, $\hbar = h/2\pi = 1.054571726(\pm 47) \cdot 10^{-27}$ г · см² /сек — стала Планка

Фотоефект

Формула Айнштейна

$$\hbar \omega = A + mv^2/2$$

Де ω — частота падаючого світла, A — робота виходу електрона з металу, m — маса електрона, v — його швидкість

Постулати Бора

1. Атомна система може перебувати тільки в особливих стаціонарних, або квантових станах, кожному з яких відповідає певна енергія E_n . У стаціонарному стані атом енергію не випромінює.
2. У стаціонарному стані атома електрон повинен мати дискретні (квантовані) значення моменту імпульсу. Радіуси r_n орбіт електронів задовольняють умову:

$$L_n = m v_n r_n = n \hbar$$

де $n = 1, 2, 3, \dots, m$ — маса електрона, \hbar — зведена стала Планка.

3. Перехід атома з одного стаціонарного стану в інший супроводжується випромінюванням чи поглинанням фотонів, енергію яких $h\nu$ визначають за формулою:

$$h \nu_{kn} = E_k - E_n$$

де k і n — цілі числа (номери стаціонарних станів), якщо $E_k > E_n$ фотон з частотою ν_{kn} випромінюється, якщо $E_k < E_n$ — поглинається.

Хвиля де Бройля

$$p = 2\pi\hbar / \lambda$$

$$\psi(\bar{r}, t) \sim e^{i(\bar{k}\bar{r} - \omega t)}$$

де частота $\omega = E/\hbar$, E — енергія частинки, а хвильовий вектор $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar$.

Експериментально хвильові властивості мікрочастинок уперше виявили в дослідях з дифракції електронів на кристалах у 1927 році К. Девіссон і Л. Джермер у Нью-Йорку та Г. П. Томсон в Абердіні (Шотландія)

Рівняння Шредінгера

$$i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U(x) \psi$$

де $U(x)$ — потенціальна енергія частинки

Джерела

- Квантова механіка : підручник / І. О. Вакарчук. — 4-те вид., доп. — Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2012, ст. 13-30, ISBN 978-966-613-921-7.
- [de Broglie's proposal](#)