

Теорія ядерних реакторів (ТЯР).

Лекція 12.

ВІКОВА ТЕОРІЯ (ч.2)

НЕПЕРЕРВНО РОЗПОДІЛЕНІ ДЖЕРЕЛА НЕЙТРОНІВ

Для точкового джерела нейтронів інтенсивністю S , що знаходиться в точці \mathbf{r}_0 , густина сповільнення в точці \mathbf{r} становитиме

$$q(\mathbf{r}, \tau) = \frac{S}{(4\pi\tau)^{3/2}} e^{-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|^2}{4\tau}}$$

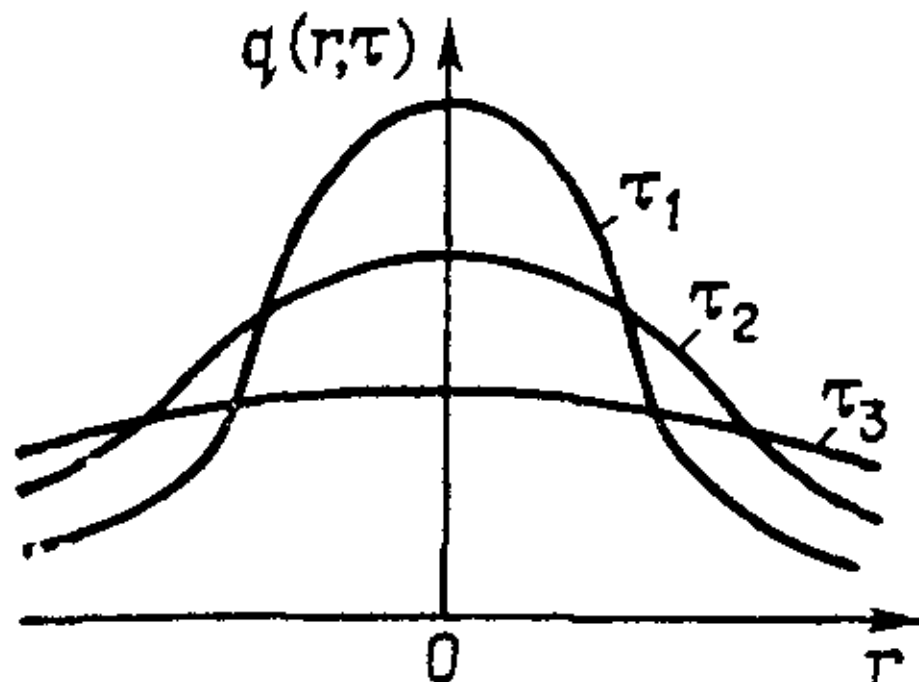
Якщо маємо N точкових джерел в точках \mathbf{r}_i інтенсивністю S_i , їх сумарна густина сповільнення з урахуванням принципу суперпозиції джерел буде

$$q(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1}{(4\pi\tau)^{3/2}} \sum_{i=1}^N S_i e^{-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|^2}{4\tau}}$$

Переходячи від дискретних точкових джерел S_i до неперервно розподілених $S(\mathbf{r})$, одержуємо

$$q(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1}{(4\pi\tau)^{3/2}} \iiint S(\mathbf{r}') e^{-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2}{4\tau}} dV'$$

ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ ВІКУ НЕЙТРОНІВ



$$\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$$

Із зростанням віку розподіл густини сповільнення нейтронів навколо точкового джерела розпливається.

Знайдемо середньо-квадратичне відхилення нейтронів при сповільненні.

Загалом, якщо є розподіл $p(x)$ величини x , то середнє значення деякої функції $f(x)$ визначається виразом

$$\bar{f} = \frac{\int f(x)p(x)dx}{\int p(x)dx}$$

по всій області визначення величини x .

В даному випадку,

$$\overline{r^2} = \frac{\int r^2 [4\pi r^2 q_T(r)] dr}{\int [4\pi r^2 q_T(r)] dr} = \frac{\int_0^\infty r^4 e^{-\frac{r^2}{4\tau}} dr}{\int_0^\infty r^2 e^{-\frac{r^2}{4\tau}} dr} = 6\tau,$$

тобто вік нейтронів визначає їх середньо-квадратичне відхилення при сповільненні.

Згадавши, що при дифузії середньо-квадратичне відхилення нейтронів дорівнює $\overline{r^2} = 6L^2$, можна виразити сумарне середньо-квадратичне відхилення в результаті сповільнення та дифузії як $\overline{r^2} = 6(\tau + L^2) = 6M^2$, де $M = \sqrt{\tau + L^2}$ – довжина міграції нейтронів.

ЧАС СПОВІЛЬНЕННЯ ТА ЧАС ДИФУЗІЇ

Під часом сповільнення розуміють час, за який нейтрони зменшують свою енергію від енергії народження до теплової. Виходячи із зв'язку між летаргією і часом $du = \xi v \Sigma_s dt$, та летаргії з кінетичною енергією нейтронів $du = -dE/E$, а також співвідношення між кінетичною енергією та швидкістю $E = mv^2/2$, або $v = \sqrt{2E/m}$, маємо вираз для визначення часу сповільнення

$$dt = \frac{du}{v \xi \Sigma_s} = -\frac{dE}{E} \sqrt{\frac{m}{2E}} \frac{1}{\xi \Sigma_s} = -\frac{dE}{E^{3/2}} \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{1}{\xi \Sigma_s}$$

Інтегруючи від E_T (теплової) до E_0 (енергії народження), одержуємо час сповільнення

$$t_{\text{сп}} = -\sqrt{\frac{m}{2}} \frac{1}{\xi \Sigma_s} \int_{E_T}^{E_0} \frac{dE}{E^{3/2}} = \frac{\sqrt{2m}}{\xi \Sigma_s} \left(\frac{1}{\sqrt{E_T}} - \frac{1}{\sqrt{E_0}} \right) \approx \frac{1}{v_T \xi \Sigma_s},$$

Оскільки в процесі дифузії середня енергія (а отже і швидкість) нейтрона не змінюється, можна визначити час дифузії як

$$t_{\text{диф}} = \frac{\lambda_a}{v_T} = \frac{1}{v_T \Sigma_a}$$

В цьому сенсі стає зрозумілим поняття сповільнюючої здатності

$$\frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_a} \approx \frac{t_{\text{диф}}}{t_{\text{сп}}},$$

чим довший час дифузії порівняно з часом сповільнення, тим більше шансів, що нейтрон сповільниться, а не буде поглинутий у матеріалі сповільнювача.

МЕЖІ ЗАСТОСУВАННЯ ВІКОВОЇ ТЕОРІЇ

- 1) Переріз розсіяння повинен слабо залежати від енергії нейтронів. Ця умова досить добре виконується для більшості сповільнювачів, окрім водневих.
- 2) Необхідне виконання основної умови застосування теорії дифузії: густина нейтронів не повинна змінюватись на відстані порядку довжини розсіяння, тобто поглинання нейтронів повинно бути слабким.
- 3) Кількість зіткнень нейтронів при сповільненні від їх народження до деякої заданої енергії має бути значною, що виконується для досить важких сповільнювачів.
- 4) Енергія нейтронів має бути більшою, ніж енергія хімічного зв'язку атомів у молекулі сповільнювача.

ТЕМПЕРАТУРА НЕЙТРОННОГО ГАЗУ

В середовищі, в якому відсутнє поглинання та сповільнення, теплові нейтрони перебувають в стані термодинамічної рівноваги з атомами середовища. При цьому їх спектр описується розподілом Максвелла.

В реальності низькоенергетичні нейтрони вибувають із спектру за рахунок поглинання, натомість з'являються нейтрони за рахунок сповільнення більш високоенергетичних. В результаті відбувається зсув спектру в бік більших енергій.

Тим не менше, можна вважати, що спектр теплових нейтронів все ж таки має розподіл Максвелла, але з більшою температурою, яка зветься *температурою нейтронного газу* і визначається виразом

$$T_{\text{нг}} = T_1 \left[1 + 1,8 \frac{\Sigma_a(kT_1)}{\xi \Sigma_s} \right],$$

де T_1 – температура середовища, $\Sigma_a(kT_1)$ – переріз поглинання при T_1 .