

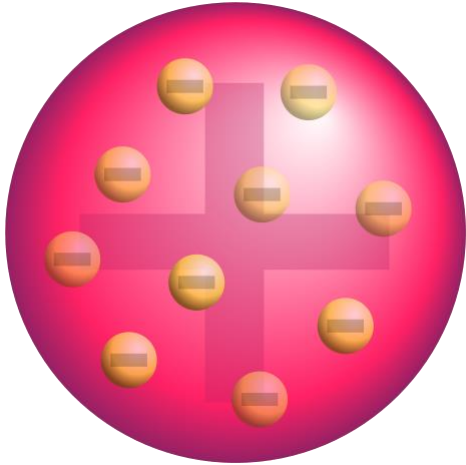
Теорія ядерних реакторів (ТЯР).

Лекція 02.

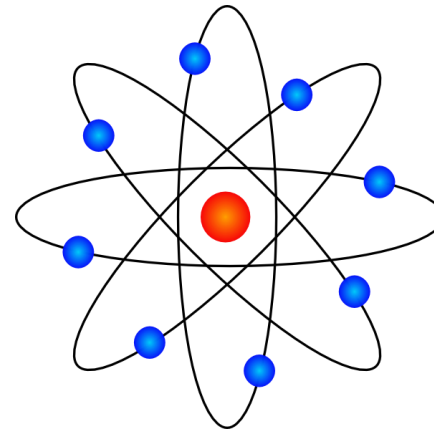
1. Загальні відомості про будову ядра.
2. Дефект мас. Енергія зв'язку.
3. Краплинна модель. Формула Вайцзеккера.
4. Оболонкова модель.
5. Поняття складового ядра.

Загальні відомості про будову ядра

Модель Томсона
«кекс з родзинками»



Планетарна модель



Атомне ядро було відкрите в 1911 р. Резерфордом при розсіянні α -частинок на металевих фольгах:

Більшість з них відхилялись слабо, але деякі на великі кути – основна маса атома зосереджена в невеликому об'ємі;

$$R_{\text{ат}} \sim 10^{-8} \text{ см,}$$

$$R_{\text{яд}} \sim 10^{-12} \text{ см}$$

Загальні відомості про будову ядра

В 1914 р. Резерфорд показав, що в ядро входять протони – ядра атома водню;

В 1932 р. Чедвік відкрив нейтрон;

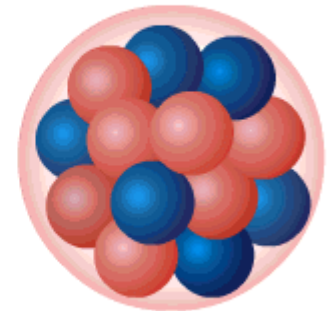
Ядро складається з протонів та нейтронів
(В.Гейзенберг, Д.Д.Іваненко, Е.Майорана)

Z – число протонів (зарядове число, порядковий номер в таблиці елементів),

N – число нейтронів,

$A = Z + N$ – масове число

Нукліди з однаковим Z – *ізотопи*,
з однаковим N - *ізотони*,
з однаковим A - *ізобари*



Маса ядра

Маса $M(A,Z)$,

вимірюється в атомних одиницях маси (а.о.м.), або
в енергетичному еквіваленті в електронвольтах (eV)

1 а.о.м. – це маса 1/12 частини атома вуглецю ^{12}C

$$1 \text{ а.о.м.} \approx 1.66054 \cdot 10^{-24} \text{ г} \approx 931.494 \text{ MeV}/c^2$$

Маса нукліду в а.о.м. збігається з молярною масою в г/моль:

$$1 \text{ а.о.м.} \times N_A =$$

$$= 1.66054 \cdot 10^{-24} \text{ г} \times 6.02214 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 1 \text{ г/моль}$$

Маса ядра

Частинка	m , а.о.м.	E_0 , МеВ	E_0/A
e	$5.49 \cdot 10^{-4}$	0.511	
p	1.00727	938.27	938.27
n	1.00867	939.57	939.57
${}^4\text{He}$	4.00151	3727.38	931.85
${}^{16}\text{O}$	15.99053	14895.1	930.94
${}^{235}\text{U}$	234.99346	218895.0	931.47

Маси всіх ядер менші, ніж сума мас протонів та нейтронів з яких вони складаються

Дефект маси. Енергія зв'язку

Дефект маси – різниця між масою ядра та сумою мас нуклонів, що його складають:

$$\Delta M(A,Z) = Z m_p + (A - Z) m_n - M(A,Z)$$

Іноді зручно користуватись атомними масами:

$$\Delta M(A,Z) = Z M_{\text{ат}}(^1\text{H}) + (A - Z) m_n - M_{\text{ат}}(A,Z)$$

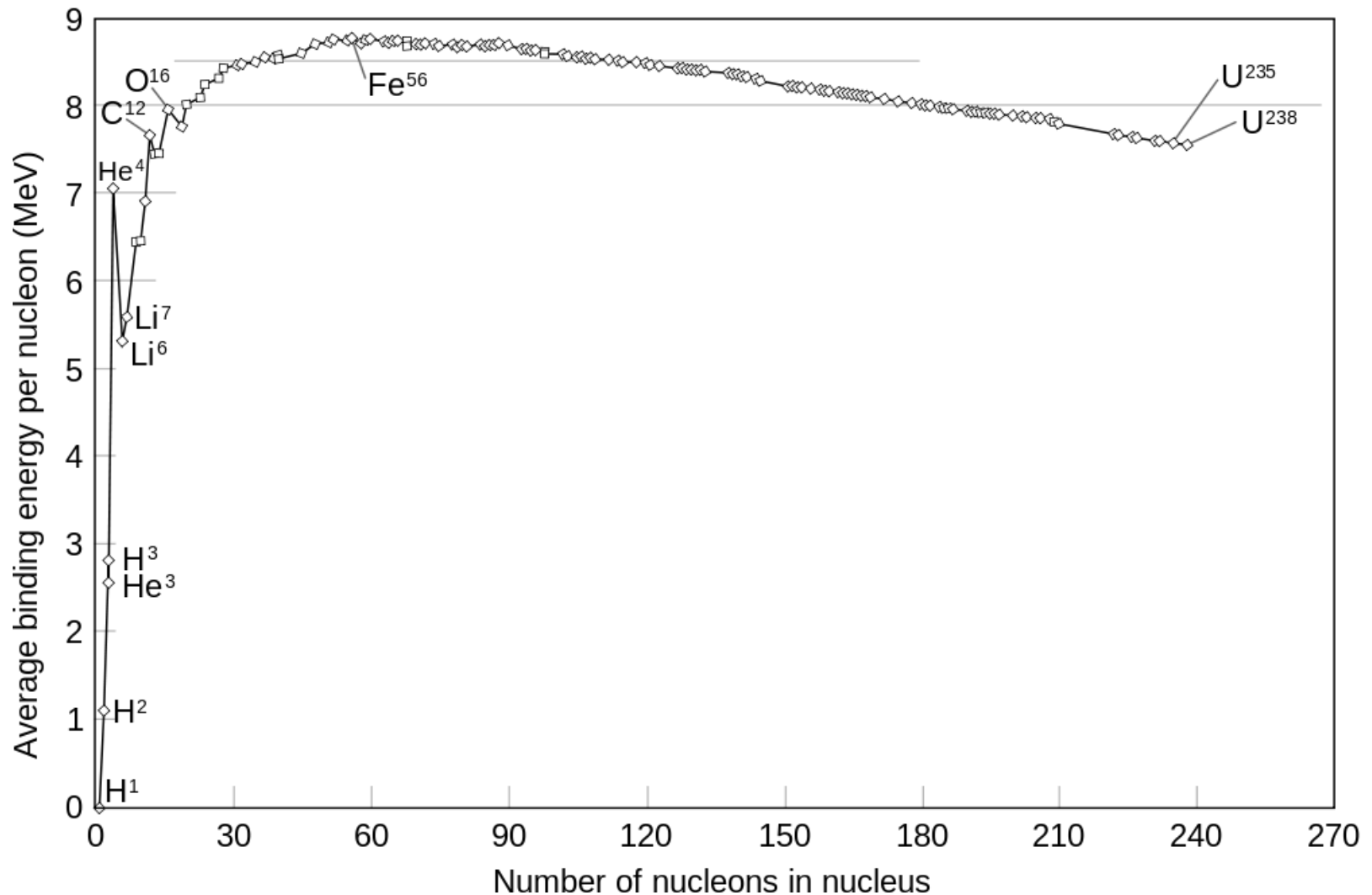
Енергія зв'язку – енергія, яку необхідно затратити, щоб розділити ядро на окремі нуклони:

$$E_{\text{зв}} = \Delta M c^2$$

Середня енергія зв'язку на нуклон:

$$\varepsilon = E_{\text{зв}} / A$$

Енергія зв'язку на нуклон



Енергія зв'язку на нуклон

З того, що $\varepsilon = E_{\text{зв}} / A \approx 8 \text{ MeV}$ майже для всіх ядер, випливає, що ядерні сили:

- короткодійчі, тобто взаємодіють лише сусідні нуклони, інакше було б

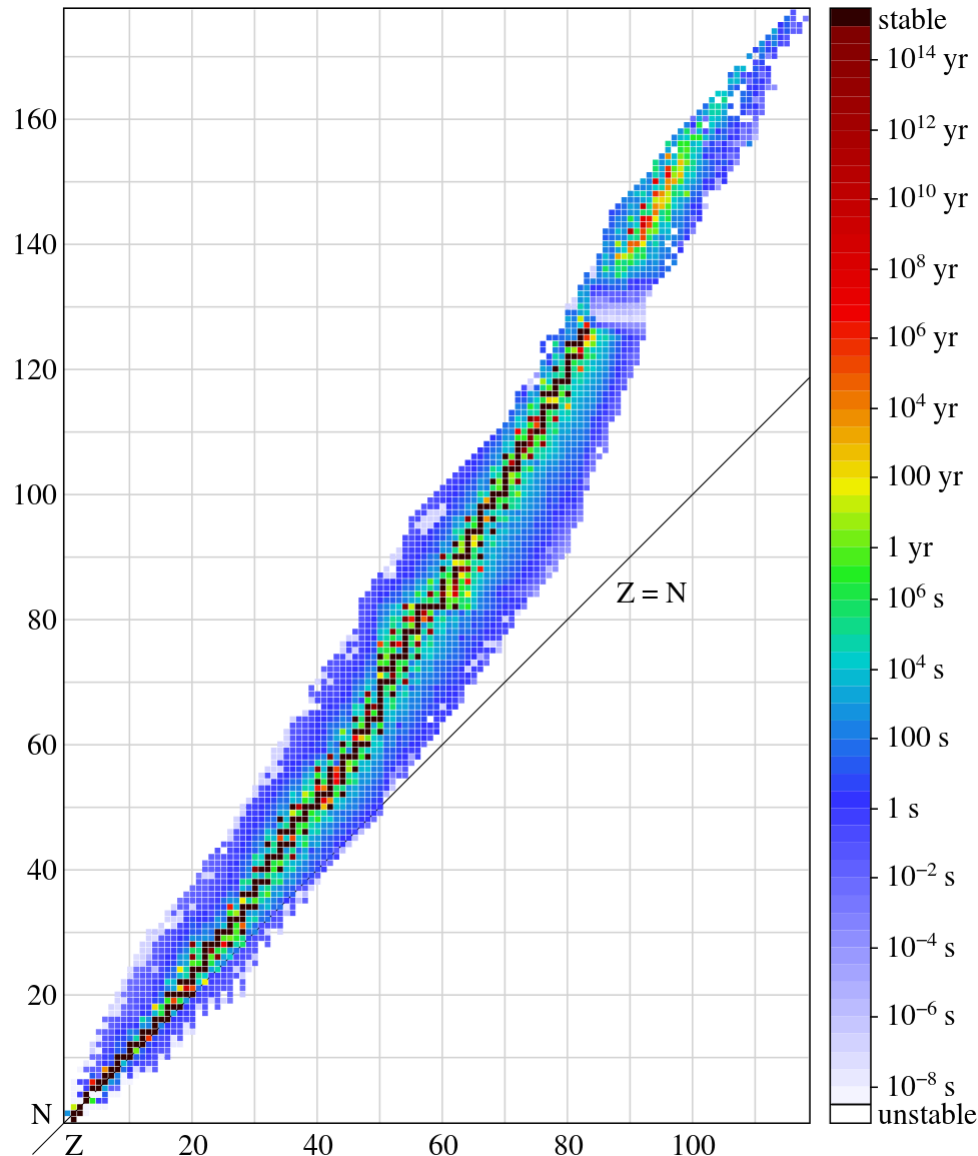
$$E_{\text{зв}} \sim A^2, \quad \varepsilon \sim A;$$

- не залежать від Z , тобто діють однаково на протони і нейтрони, що дає підставу об'єднати їх під назвою нуклони;
- потужніші за електростатичне відштовхування:

для двох протонів з $R_0 = 1.2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$, розташованих впритул

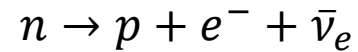
$$E_{p-p} = \frac{e^2}{r} = \frac{(4.8 \cdot 10^{-10})^2}{2.4 \cdot 10^{-13} \cdot 1.6 \cdot 10^{-12}} = 0.6 \text{ MeV}$$

Стійкість ядер



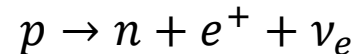
$$\frac{N}{Z} = 0.98 + 0.015A^{2/3}$$

Зліва долини стабільності – нейтрононадлишкові ядра, β^- -розпад:



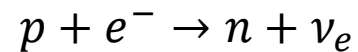
$$M(A, Z) > M(A, Z + 1) + m_e$$

справа – нейтроно-дефіцитні ядра, β^+ -розпад:



$$M(A, Z) > M(A, Z - 1) + m_e$$

або e-захват:



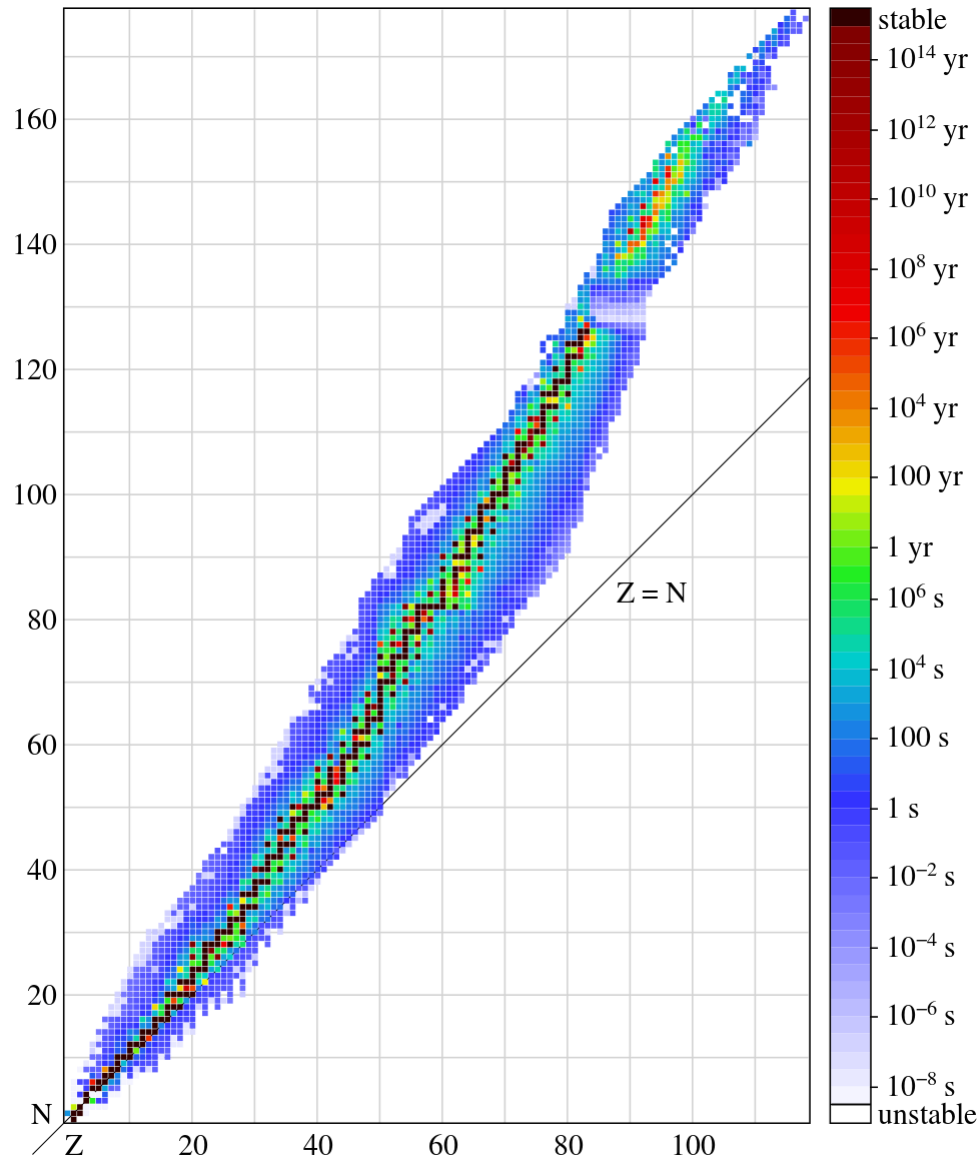
$$M(A, Z) + m_e > M(A, Z - 1)$$

При $Z > 80$ також можливий

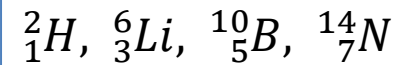
α -розпад:

$$M(A, Z) > M(A - 4, Z - 2) + m_\alpha$$

Стійкість ядер



Z	N=A-Z	A	Число нуклідів
Парне	Парне	Парне	167
Парне	Непарне	Непарне	55
Непарне	Парне	Непарне	53
Непарне	Непарне	Парне	4



Якщо Z(або N) – парне, то існує кілька стабільних ізотопів (ізотонів)

Краплинна модель. Формула Вайцзеккера

Ядерна речовина – крапля нестисливої рідини.

Модель запропонована в 1935 р. Дж.Гамовим і розвинута Нільсом Бором.

В рамках моделі Вайцзеккером запропонована напівемпірична формула для енергії зв'язку:

$$E_{зв} = W_{об} + W_{пов} + W_{кул} + W_{сим} + W_{пар}$$

$W_{об} \sim A$ – об'ємна енергія сильної взаємодії між нуклонами;

$W_{пов} \sim A^{2/3}$ – поверхнева енергія, пов'язана з тим, що нуклони на поверхні мають менше сусідів, ніж всередині;

$W_{кул} \sim Z^2 A^{-1/3}$ – кулонівська взаємодія між протонами;

$W_{сим} \sim (A/2 - Z)^2 / A$ – енергія симетрії ядра, що відображає підвищену стабільність ядер з $N = Z$;

$W_{пар} \sim A^{-3/4}$ – парна енергія (додатна для парно-парних, від'ємна для непарно-непарних і 0 для непарних ядер)

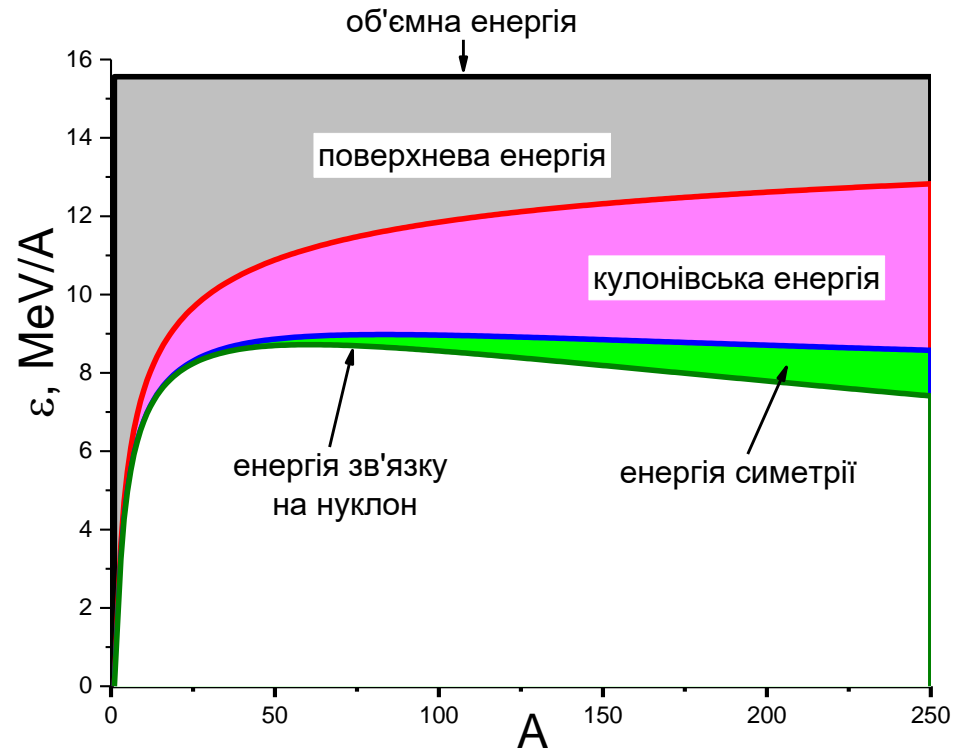
Краплинна модель. Формула Вайцзеккера

Отже, формула Вайцзеккера має остаточний вигляд:

$$E_{\text{зв}} = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 Z^2 A^{-1/3} - a_4 (A/2 - Z)^2 / A + a_5 A^{-a_6}$$

Коефіцієнти знаходять емпірично, з аналізу даних про енергію зв'язку, вони постійно уточнюються

Коефіцієнт	Величина, МеВ
a_1	15.76
a_2	17.81
a_3	0.711
a_4	93
a_5	+34, п.-п. 0, непарні -34, н.-н.
a_6	3/4



Краплинна модель. Формула Вайцзекера

Нехай внаслідок якогось збурення ядро підлягає невеликій деформації і перетворюється із сфери на витягнутий еліпсоїд обертання з напівосями a, a, b , так що $a = R(1 + \varepsilon)^{-1/2}$, $b = R(1 + \varepsilon)$, де R – радіус незбуреного ядра, ε – малий параметр.

Очевидно, об'єм зберігається:

$$V = \frac{4}{3}\pi a^2 b = \frac{4}{3}\pi R^3, \text{ тому об'ємна складова енергії не змінюється;}$$

Збільшується поверхня ядра і середня відстань між протонами, отже поверхнева складова зростає, а кулонівська зменшується:

$$W_{\text{пов}} = W_{\text{пов}0} \left(1 + \frac{2}{5} \varepsilon^2 \right), \quad W_{\text{кул}} = W_{\text{кул}0} \left(1 - \frac{1}{5} \varepsilon^2 \right)$$

Тоді зміна повної енергії ядра при деформації

$$\Delta E = \frac{\varepsilon^2}{5} (2a_2 A^{2/3} - a_3 Z^2 A^{-1/3})$$

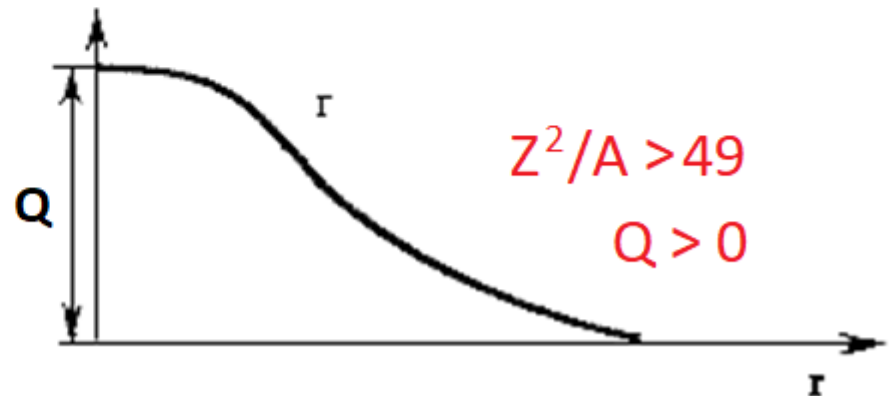
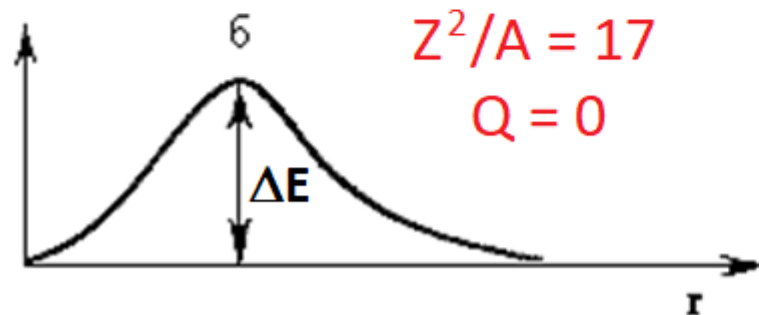
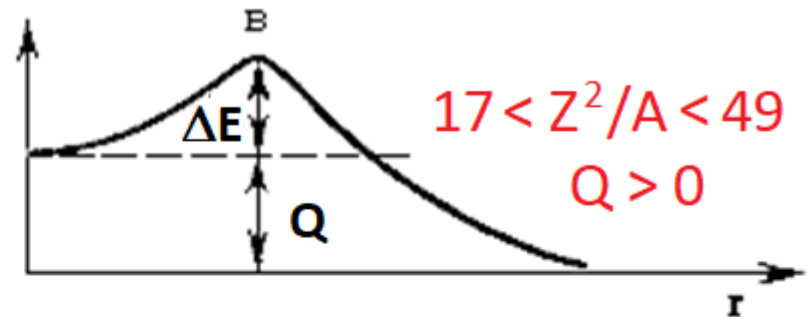
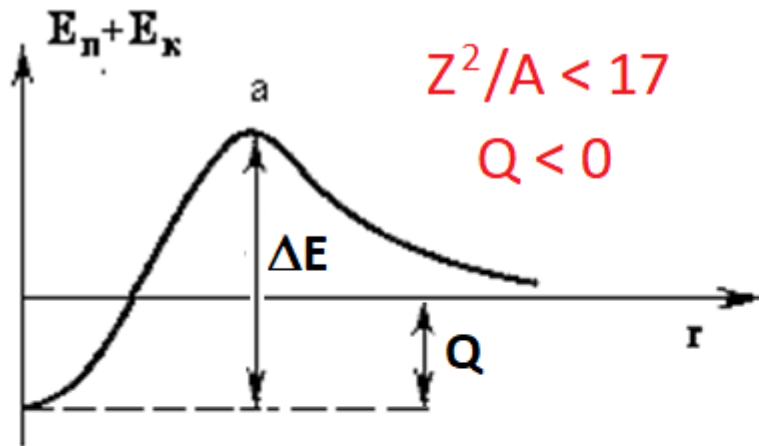
Бар'єр виникає при $\Delta E > 0$, тобто при $Z^2/A < 2a_2/a_3 \approx 49$

Краплинна модель. Формула Вайцзекера

Ядру енергетично вигідно поділитися, якщо енергія уламків менше енергії вихідного ядра. При рівних уламках ця умова має вигляд

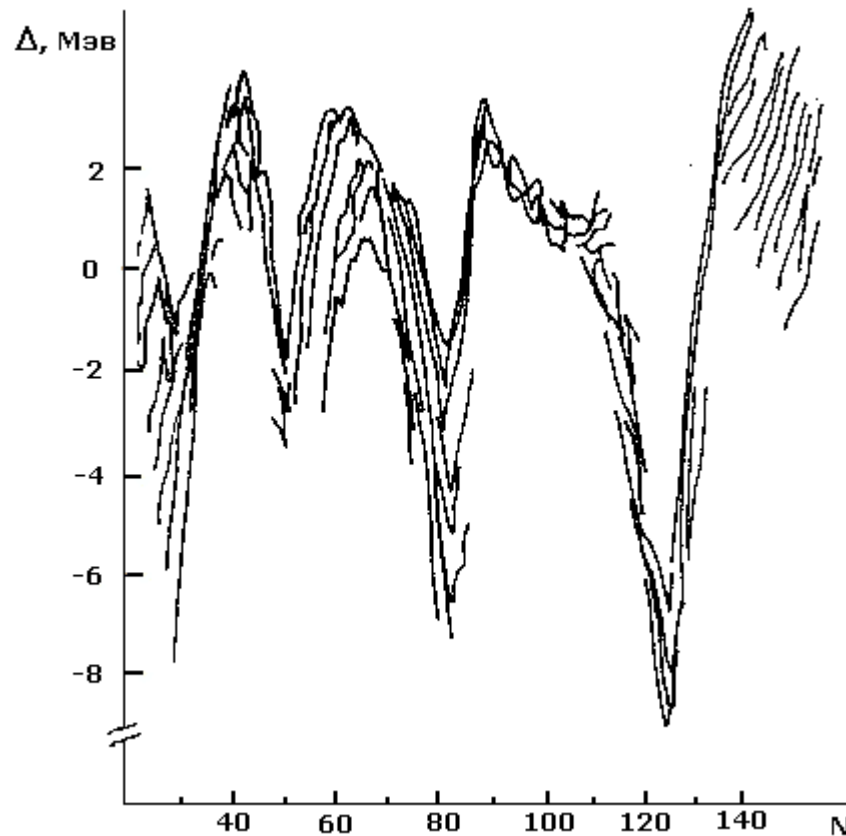
$$a_2 A^{2/3} + a_3 Z^2 A^{-1/3} > 2(a_2 (A/2)^{2/3} + a_3 (Z/2)^2 (A/2)^{-1/3}) \text{ або}$$

$$Q > 0 \text{ при } Z^2/A > 17$$



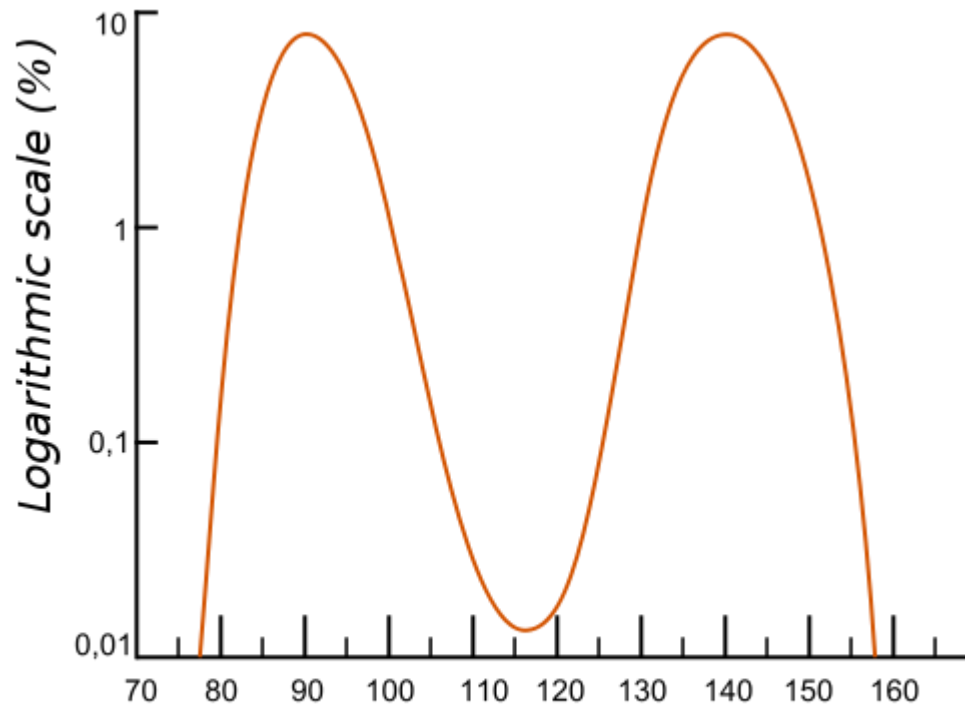
Недоліки краплинної моделі

Різке відхилення експериментально виміряної маси від формули Вайцзеккера при $N \approx 28, 50, 82, 126$



Недоліки краплинної моделі

Згідно краплинної моделі ядру найвигідніше ділитися на рівні уламки. Проте експерименти показують, що найімовірніший розподіл уламків з масовими числами приблизно 90 та 140



Distribution of Uranium-235 fission products (A)

Оболонкова модель

Магічні ядра – в яких Z або N рівне

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Такі ядра більш стійкі, мають більшу енергію зв'язку, менший переріз захоплення нейтронів, більш поширені в природі.

Особливо стійкими є подвійні магічні ядра:

${}^4\text{He}$ (α -частинка), ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{48}\text{Ca}$, ${}^{132}\text{Sn}$, ${}^{208}\text{Pb}$.

Це пояснюють існуванням оболонкової структури нуклонів, в якій магічні числа відповідають заповненням оболонкам.

Ядра з заповненими оболонками є найбільш стійкими (на зразок інертних газів, у яких заповнені електронні оболонки).

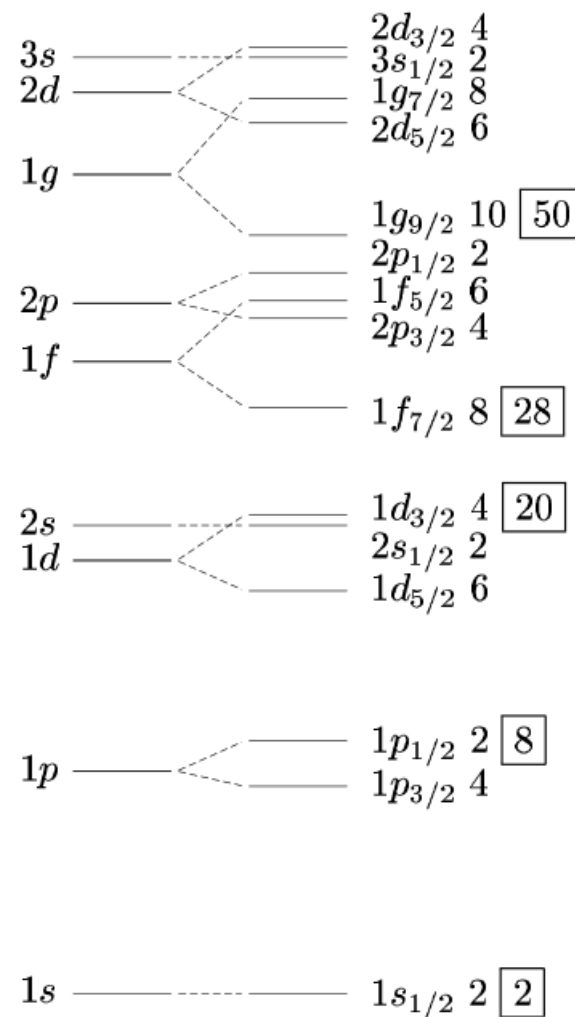
Розроблена Марією Гепперт-Майєр та Гансом Йєнсенем у 1949, за що вони в 1963 отримали Нобелівську премію.

Оболонкова модель

Нуклони – квантові частинки, що рухаються в самоузгодженому центральному потенціалі і мають дискретний енергетичний спектр.

Врахування спіно-орбітальної взаємодії призводить до розщеплення і перегрупування рівнів.

оболонка	станів	всього станів
1	$2 (n = 0, j = 1/2)$	2
2	$6 (n = 1, j = 1/2, 3/2)$	8
3	$12 (n = 2, j = 1/2, 3/2, 5/2)$	20
4	$8 (n = 3, j = 7/2)$	28
5	$22 (n = 3, j = 1/2, 3/2, 5/2; n = 4, j = 9/2)$	50
6	$32 (n = 4, j = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2; n = 5, j = 11/2)$	82
7	$44 (n = 5, j = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2; n = 6, j = 13/2)$	126
8	$58 (n = 6, j = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2, 11/2; n = 7, j = 15/2)$	184



Енергетичні рівні ядра

Оскільки нуклони в ядрі знаходяться в зв'язаному стані (в потенціальній ямі), то вони можуть мати лише дискретні значення енергії.

В першому наближенні розміщення ядерних енергетичних рівнів описується виразом:

$$D = a \exp(-b\sqrt{E^*}),$$

де D – середня відстань між рівнями,

E^* - енергія збудження ядра (від основного стану),

$a \approx 1 \text{ MeV}$, $b \approx (2 \text{ MeV})^{-1/2}$ для легких ядер,

$a \approx 0.1 \text{ MeV}$, $b \approx (4 \text{ MeV})^{-1/2}$ для важких ядер,

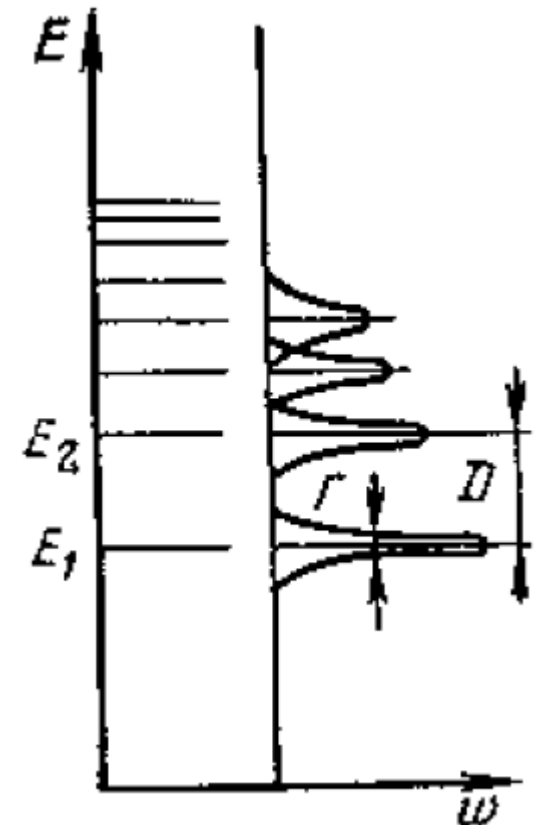
За принципом Гейзенберга $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$, отже

ширина рівня Γ пов'язана з часом його життя τ :

$$\tau = \hbar/\Gamma,$$

а ймовірність його розпаду

$$w = 1/\tau = \Gamma/\hbar$$



Поняття складового ядра

Електрична нейтральність нейтрона дозволяє йому проникати в ядро без необхідності долати кулонівський бар'єр і взаємодіяти з ядром через ядерні сили.

Це спричинює два типи реакцій: прямі та через складове ядро.

Прямі реакції проходять за час, необхідний для прольоту нейтрона через ядро:

$$\tau_{\text{я}} = 2R_{\text{я}}/v \approx (10^{-23} \dots 10^{-21}) \text{ с}$$

В інтервалі енергій нейтрона до 1 МеВ вони не мають практичного значення.

Згідно теорії Бора, розробленої в рамках краплинної моделі, реакції через складове ядро йдуть у два етапи:

на першому нейтрон з вихідним ядром за час $\tau_{\text{я}}$ утворюють складове ядро в збудженому стані з енергією

$$E^* = \varepsilon_n + E',$$

де ε_n – енергія зв'язку нейтрона в складовому ядрі, E' – доля кінетичної енергії нейтрона, затраченої на збудження складового ядра.

Поняття складового ядра

Кінетична енергія складового ядра

$$(A + 1)v_{\text{я}}^2/2,$$

де $v_{\text{я}} = v/(A + 1)$ (із закону збереження імпульсу)

Тоді

$$E' = E - \frac{(A+1)v_{\text{я}}^2}{2} = \frac{A}{A+1}E,$$

де $E = v^2/2$ - кінетична енергія нейтрона до зіткнення.

Отже, енергія збудження складового ядра

$$E^* = \varepsilon_n + \frac{A}{A+1}E,$$

Ймовірність утворення складового ядра тим вища, чим ближче енергія збудження до енергії i -го рівня початкового ядра.

Поняття складового ядра

Енергія збудження швидко розповсюджується між нуклонами, так що кожен з них має енергію, значно меншу від енергії зв'язку.

На другому етапі енергія збудження внаслідок перерозподілу може сконцентруватися на одному або кількох нуклонах, що знаходяться біля границі ядра і можуть його покинути. Час цього процесу складає близько ($10^{-16} \dots 10^{-13}$) с, тобто значно більше за ядерний час.

За цей час ядро «забуває» як воно було утворене і може розпастися будь-яким з доступних каналів.

Наприклад, збуджене ядро ^{27}Al може утворитись в одній з реакцій:



і так само розпастися зворотною до будь-якої з цих реакцій з певною імовірністю, що не залежить від історії створення збудженого ядра.