



Інститут ядерних досліджень НАНУ

ФІЗИКА НЕІДЕАЛЬНОЇ ПЛАЗМИ

Семінарське (практичне) заняття #1

Модуль #1

Класична неідеальна плазма

1. Техніка діаграм Маєра

1.1. Інтеграл станів (конфігураційний інтеграл)

$$\begin{aligned} Z(V, T, N) &= \frac{1}{N! h^{3N}} \int d\Gamma e^{-\beta H} = \\ &= \frac{1}{N! \lambda^{3N}} \int_V \dots \int_V dr_1 \dots dr_N \exp\left(-\frac{1}{kT} \sum_{i < j} \Phi(r_{ij})\right) \end{aligned}$$

$$\lambda = h/(2\pi m kT)^{1/2}$$

1. Техніка діаграм Маєра

1.2. Функції Маєра

$$f_{ij} \equiv f(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) = \exp\left[-\frac{1}{kT} \Phi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)\right] - 1$$

$$Z(V, T, N) = \frac{1}{N! \lambda^{3N}} \int_V \dots \int_V d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_N \prod_{i < j=2}^N (1 + f_{ij})$$

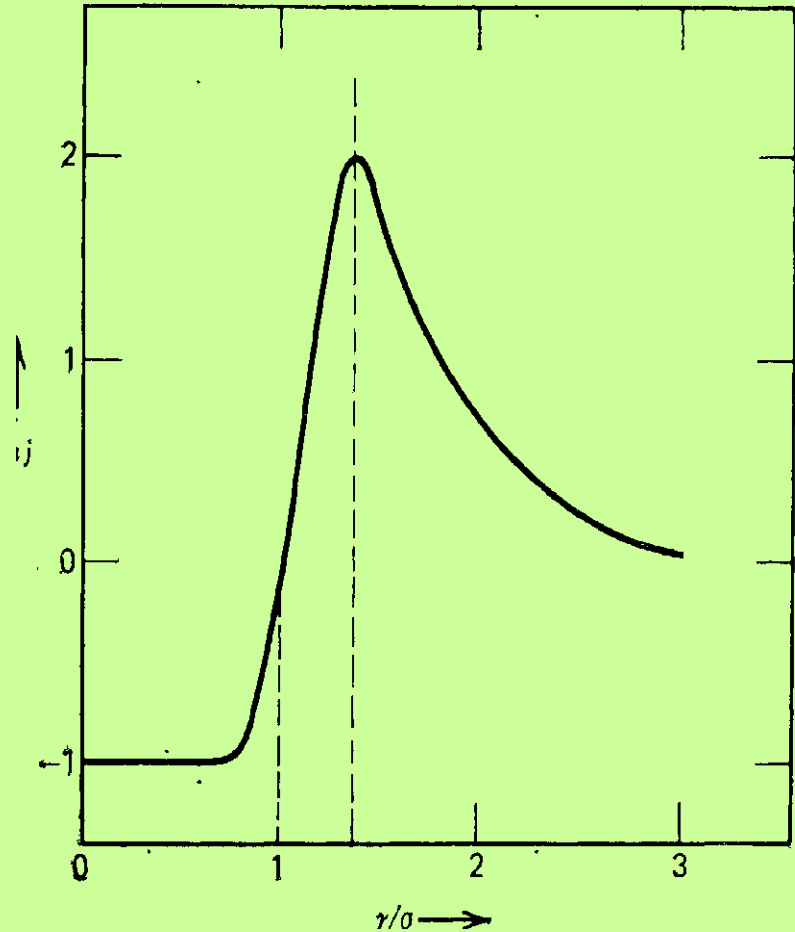
1. Техніка діаграм Маєра

1.3. Функції Маєра

$$f_{ij} = f(r_{ij}) = e^{-\beta u(r_{ij})} - 1$$

$$e^{-\beta U_N} = \prod_{N \geq i > j \geq 1} (1 + f_{ij}) =$$

$$= 1 + \sum_{N \geq i > j \geq 1} f_{ij} + \sum \dots \sum f_{ij} f_{kl} + \sum \dots$$

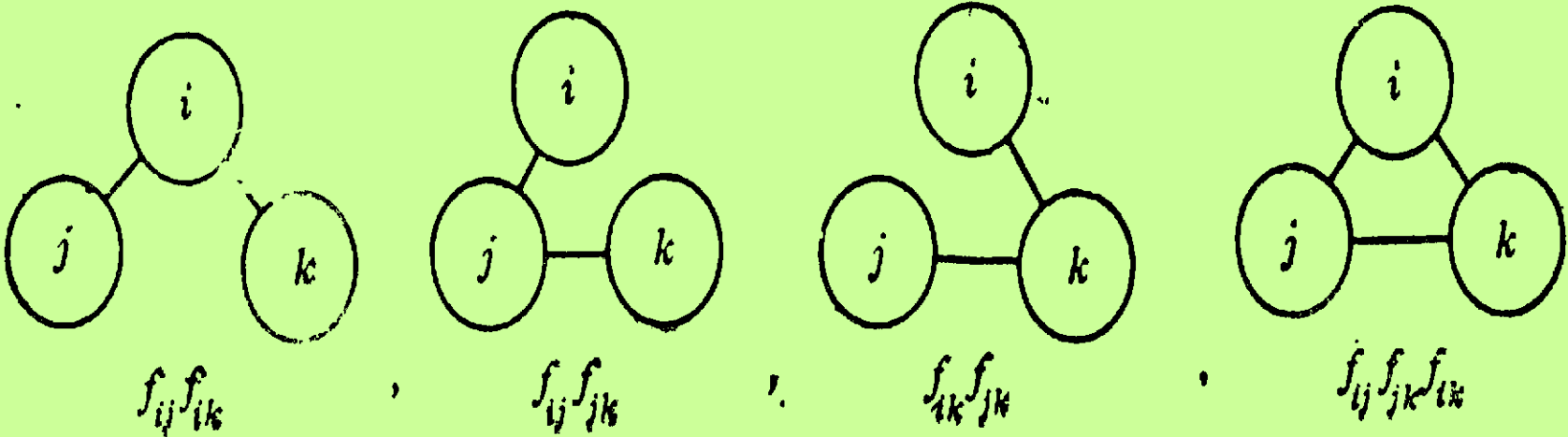


1. Техніка діаграм Маєра

1.4. Функції Маєра

Три молекули N=3

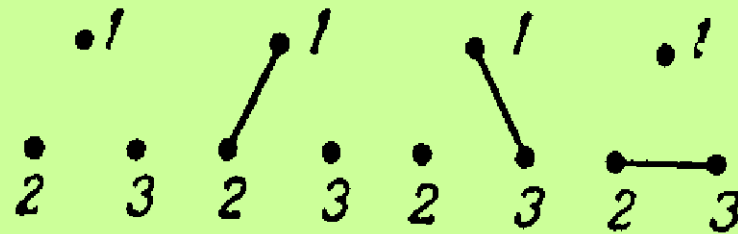
i j k



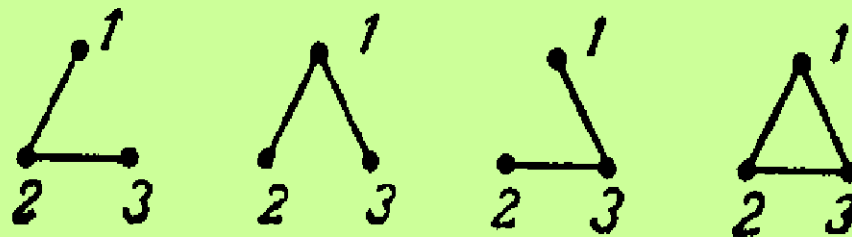
1. Техніка діаграм Маєра

1.5. Діаграми N=3

$$\prod_{i < j=2}^3 (1 + f_{ij}) = 1 + f_{12} + f_{13} + f_{23} +$$



$$+ f_{12}f_{23} + f_{12}f_{13} + f_{13}f_{23} + f_{12}f_{13}f_{23},$$



1. Техніка діаграм Маєра

1.6. Діаграми N=4

$$\prod_{l < j=2}^4 (1 + f_{ij}) = \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ \bullet \quad \bullet \\ (1) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ | \\ \bullet \\ (6) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ | \\ \bullet \\ | \\ \bullet \\ (3) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ | \quad | \\ \bullet \quad \bullet \\ (12) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \quad \bullet \\ (4) \end{array} +$$

$$+ \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ | \quad | \\ \bullet \quad \bullet \\ (12) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \quad \bullet \\ (4) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ \diagup \quad \diagdown \\ \bullet \quad \bullet \\ (12) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ \bullet \quad \bullet \\ (3) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \quad \bullet \\ (6) \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \quad \bullet \\ (1) \end{array},$$

1. Техніка діаграм Маєра

1.7. Інтеграли і діаграми

Вершина $\int_V dr = V$

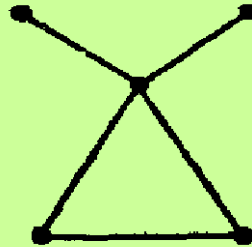
Лінія (i, j) $\int_V \int_V dr_i dr_j f_{ij}$

Трикутник (i, j, k) $\int_V \int_V \int_V dr_i dr_j dr_k f_{ij} f_{jk} f_{ki}$

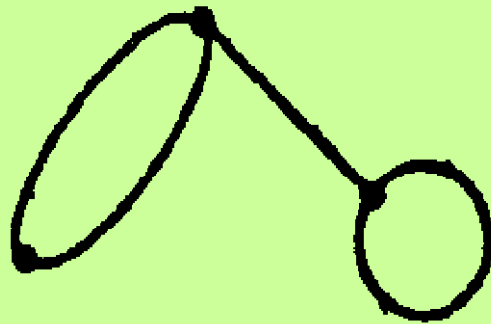
1. Техніка діаграм Маєра

1.8. Діаграми

Проста діаграма



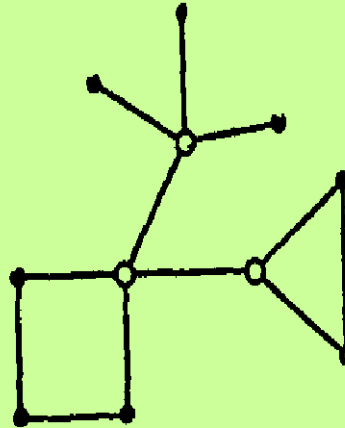
Непроста діаграма



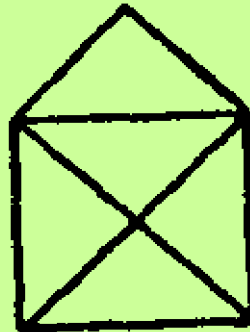
1. Техніка діаграм Маєра

1.9. Діаграми

Проста діаграма



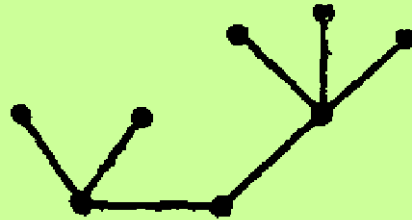
Зірка



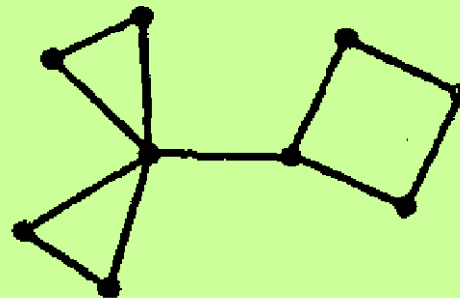
1. Техніка діаграм Маєра

1.10. Діаграми

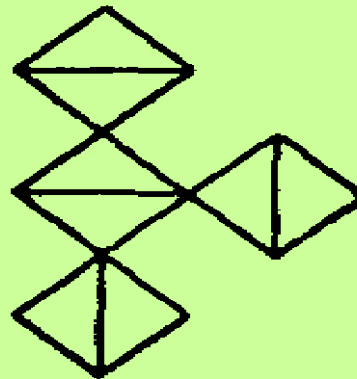
Дерево Кейлі



Змішане дерево Хусімі



Чисте дерево зірок



1. Техніка діаграм Маєра

1.11. Техніка діаграм

Функція Маєра $f_{ij} = \exp(-\Phi_{ij}^s) - 1$

Кожній лінії відповідає $f_{\alpha\beta}$

Чорна точка- інтегрування по координатам частинки

$$\omega_{12} = n \left(\text{---} \bullet \text{---} \right) + n^2 \left[\text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} + \text{---} \bullet \text{---} \triangle + \text{---} \bullet \text{---} \triangle + \frac{1}{2} \text{---} \bullet \text{---} \square \right] + n^3 [\dots] + \dots$$

$$\omega_{123} = n \left(\text{---} \bullet \text{---} \right) + 3n^2 \left(\text{---} \bullet \text{---} \triangle + \dots \right) + \dots$$

1. Техніка діаграм Маєра

1.12. Брідж-функціонали

$$B^{(1)} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{2} \text{diag}_1 + \frac{3}{2} \text{diag}_2 + \text{diag}_3 + \frac{3}{4} \text{diag}_4 + \frac{1}{2} \text{diag}_5 + \frac{1}{2} \text{diag}_6 + \dots \right\} =$$
$$= \frac{1}{3} B^{(2)} + \frac{1}{6} \text{diag}_2 - \frac{1}{12} \text{diag}_4 + \dots;$$

$$B^{(2)} = \frac{1}{2} \text{diag}_1 + \text{diag}_2 + \text{diag}_3 + \text{diag}_4 + \frac{1}{2} \text{diag}_5 + \frac{1}{2} \text{diag}_6 + \dots$$

1. Техніка діаграм Маєра

1.13. Брідж-функціонали

$$B_{12} = \frac{1}{2} \text{diag}_1 + \left[\text{diag}_2 + \text{diag}_3 + \text{diag}_4 + \frac{1}{2} \text{diag}_5 + \frac{1}{4} \text{diag}_6 \right] + \dots$$

Діаграма

$$= \frac{1}{2} \text{diag}_1$$

$$B'_{12} = \frac{n^2}{2} \int g(13) g(23) g(14) g(24) g(34) d(3) d(4)$$

1. Техніка діаграм Маєра

1.14. Незвідний інтеграл

$$\beta_1 = \frac{1}{V} \int f_{12} dr_1 dr_2 = 4\pi \int_0^\infty r^2 f(r) dr;$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2V} \int f_{32} f_{31} f_{21} dr_1 dr_2 dr_3;$$

$$\beta_3 = \frac{1}{6V} \int (3f_{43} f_{32} f_{21} f_{41} + 6f_{43} f_{32} f_{21} f_{41} f_{31} + f_{43} f_{32} f_{21} f_{41} f_{31} f_{42}) \times$$

$$\times dr_1 dr_2 dr_3 dr_4.$$

Діаграми

