Інститут ядерних досліджень НАНУ

ФІЗИКА НЕІДЕАЛЬНОЇ ПЛАЗМИ

Лекція #11

Модуль #2

Квантова неідеальна плазма

11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.1. Термодинамічний потенціал

$$-\beta\Omega = \ln Z_G.$$

$$-\beta\Delta\Omega = -\beta(\Omega - \Omega_0) = \ln\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n!} C_n\right]$$

11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.2. Співвідношення коммутації:

$$A_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{q}} - \eta A_{\mathbf{q}} A_{\mathbf{k}} = \delta(\mathbf{k}, \mathbf{q}),$$

$$\delta(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \begin{cases} \delta_{\mathbf{k},\mathbf{q}} & \text{для ферміонів} \\ \pm\delta_{\mathbf{k},\mathbf{q}} & \text{для бозонів} \end{cases}$$

Для бозонів (+) для $A_{\mathbf{k}} = \hat{a}_{\mathbf{k}}$, (-) для $A_{\mathbf{k}} = \hat{a}_{\mathbf{k}}^{+}$

$$\langle A_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{q}} \rangle_0 = \frac{\delta(\mathbf{k}, \mathbf{q})}{1 - \eta \left(e^{-\beta(\varepsilon_k - \mu)} \right)^{\pm 1}},$$

11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.3. Теорема Віка

Правила (для ферміонів)

1.Оператор А в добутку переноситься в крайнє праве положення;

2.При переставленні пари операторів додається знак (-)

3. Оператор А в добутку переноситься в крайнє ліве положення

$$\left[1+\left(e^{-\beta(\varepsilon_k-\mu)}\right)^{\pm 1}\right]\langle A_1A_2A_3A_4\rangle_0=\delta(1,2)\langle A_3A_4\rangle_0-\delta(1,3)\langle A_1A_3\rangle_0+\delta(1,4)\langle A_2A_3\rangle_0 .$$

$$\langle A_1A_2A_3A_4\rangle_0=\langle A_1A_2\rangle_0\langle A_3A_4\rangle_0-\langle A_1A_3\rangle_0\langle A_2A_4\rangle_0+\langle A_1A_4\rangle_0\langle A_2A_3\rangle_0 .$$

$$\langle A_1A_2\ldots A_{2n}\rangle_0=\sum_p(-1)^p\langle A_{i_1}A_{i_2}\rangle_0\langle A_{i_3}A_{i_4}\rangle_0\ldots\left\langle A_{i_{2n-1}}A_{i_{2n}}\right\rangle_0$$

11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.4. Запізніла та випереджувальна функції Гріна

$$G^{+}(\mathbf{r}_1, \beta_1; \mathbf{r}_2, \beta_2) = \left\langle \Psi(\mathbf{r}_1, \beta_1) \bar{\Psi}^{+}(\mathbf{r}_2, \beta_2) \right\rangle_0 =$$

$$= \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - (\beta_1 - \beta_2)(\varepsilon_k - \mu)} (1 + \eta n_{\mathbf{k}}),\ \beta_1 > \beta_2;$$

$$G^{-}(\mathbf{r}_2, \beta_2; \mathbf{r}_1, \beta_1) = \pm \left\langle \bar{\Psi}^{+}(\mathbf{r}_2, \beta_2) \Psi(\mathbf{r}_1, \beta_1) \right\rangle_0 =$$

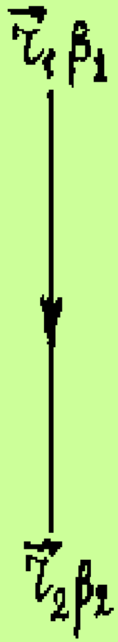
$$= \pm \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - (\beta_1 - \beta_2)(\varepsilon_k - \mu)} n_{\mathbf{k}},\ \beta_1 < \beta_2,$$

Число заповнення $$n_k = \left[e^{\beta(\varepsilon_k - \mu)} - \eta \right]^{-1}$$

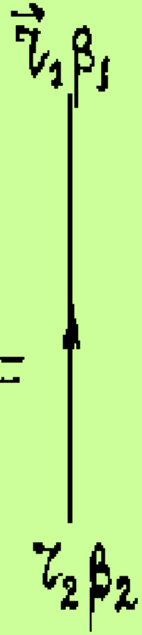
11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.5. Діаграми Фейнмана

$$G^{-}(\vec{r}_1,\beta_1;\vec{r}_2,\beta_2) =$$



$$G^{+}(\vec{r}_1,\beta_1;\vec{r}_2,\beta_2) =$$



11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.6. Доданок ряду теорії збурень

$$-C_1 = \int d1 d1' \Phi(1,1') \left\langle T[\bar{\Psi}^+(1)\bar{\Psi}^+(1')\Psi(1)\Psi(1')] \right\rangle_0$$

$$\langle A_1 A_2 \dots A_{2n} \rangle_0 = \sum_p (-1)^p \langle A_{i_1} A_{i_2} \rangle_0 \langle A_{i_3} A_{i_4} \rangle_0 \dots \left\langle A_{i_{2n-1}} A_{i_{2n}} \right\rangle_0$$

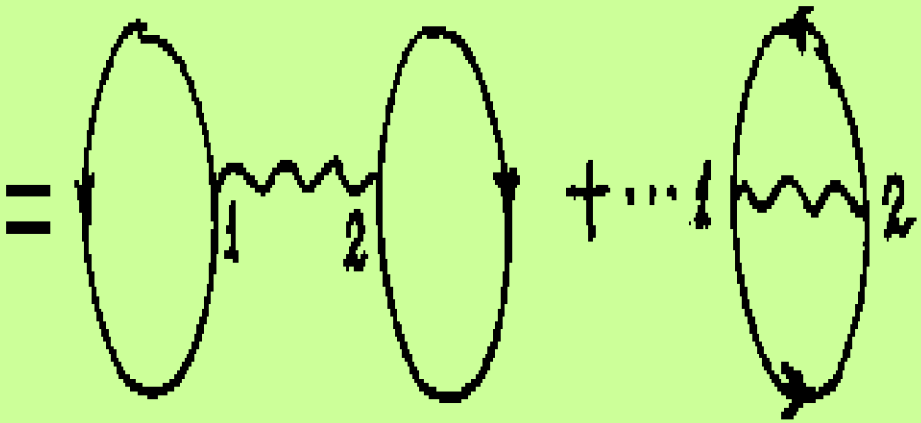
$$-C_1 = \int d1 d2 \Phi(1,2) \left\{ \left\langle \bar{\Psi}^+(1)\Psi(1) \right\rangle_0 \left\langle \bar{\Psi}^+(2)\Psi(2) \right\rangle_0 + \eta \left\langle \bar{\Psi}^+(1)\Psi(2) \right\rangle_0 \left\langle \bar{\Psi}^+(2)\Psi(1) \right\rangle_0 \right\} =$$

11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.8. Доданок ряду теорії збурень

$$-C_1 =$$

$$= \int d1d2\Phi(1,2)\left\{G^{-}(1;1)G^{-}(2;2) + \eta G^{-}(1;2)G^{-}(2;1)\right\} =$$



11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.9. Теорема з теорії графів

$$1 + F(x) = \exp[f(x)],$$

Для твірних функцій незв'язаних $F(x)$

та зв'язаних діаграм $f(x)$

Якщо діаграми топологічно розрізнюються, та внесок діаграми , що розпадається на незв'язані частини дорівнює добутку кожної частини

11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.10. Доданок ряду теорії збурень

$$C_n = 2^{n-1}(n-1)!\bar{C}_n.$$

$$F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{C}_n}{2n} \qquad f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[C_n]_{\text{св}}}{2n},$$

$$-\beta\Delta\Omega = \ln\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{C}_n}{2n}\right] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[C_n]_{\text{св}}}{2n}$$

$$-\beta\Delta\Omega = \frac{1}{2}\int_0^{e^2} \frac{de^2}{e^2} \sum_{n=1}^{\infty} [C_n]_{\text{св}}.$$

11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.11. Позначення діаграми

$$C^{(n,m)}_{2n-t,t}$$

n- число ліній взаємодії, m-число петель, t-число дірок,
2n-t – число ліній частинок в діаграмі;
В зв'язаних діаграмах

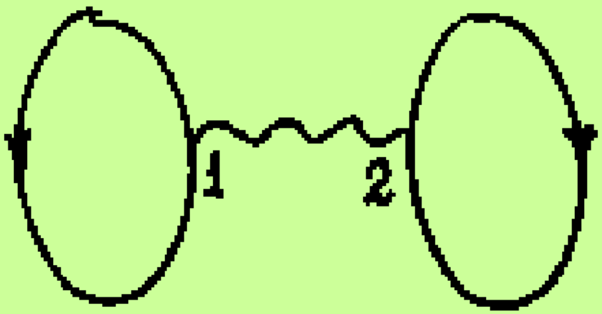
$$m \le n+1 \qquad m \le t \le n+1$$

$$[C_n]_{\text{св}} = \sum_{t=2}^{n+1} C^{(n,1)}_{2n-t,t} + \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{t=m}^{n+m-1} C^{(n+m-2,m)}_{2(n+m-2)-t,t}$$

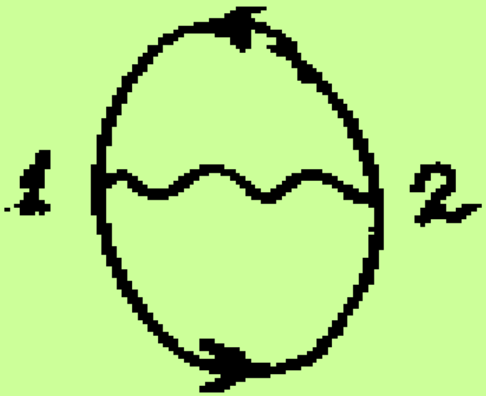
11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.12. Діаграми

$$C_{0,2}^{(1,2)}$$



$$C_{0,2}^{(1,1)}$$

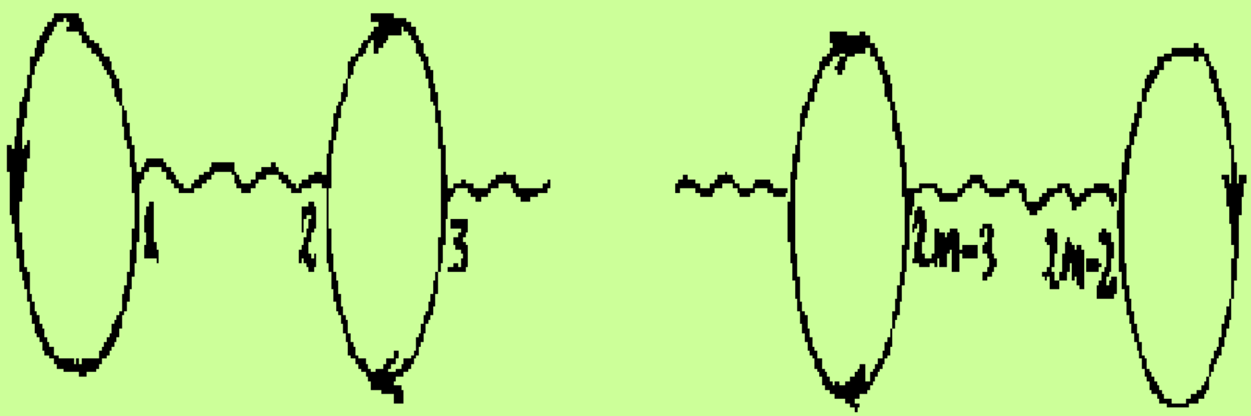


11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.13.Ланцюгові діаграми

$$[C_1]_{\text{св}} = C_{0,2}^{(1,1)} + \sum_{m=2}^{\infty} C_{m-2,m}^{(m-1,m)}$$

$$C_{m-2,m}^{(m-1,m)} =$$

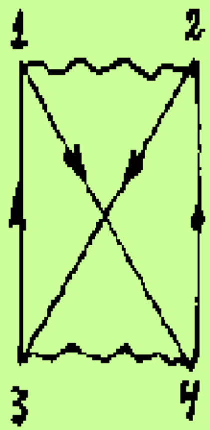


11.1. Метод функцій Гріна та діаграмна техніка

11.1.14. Доданок ряду теорії збурень

$$[C_2]_{\text{св}} = C_{2,2}^{(2,1)} + C_{1,3}^{(2,1)} + \sum_{m=2}^{\infty}\left(C_{m,m}^{(m,m)} + C_{m-1,m+1}^{(m,m)}\right)$$

$C_{2,2}^{(2,1)} =$



$C_{1,3}^{(2,1)} =$