Інститут ядерних досліджень НАНУ

# ФІЗИКА НЕІДЕАЛЬНОЇ ПЛАЗМИ

**Семінарське (практичне) заняття #6**

Модуль #2

Квантова неідеальна плазма

# 6. Метод функцій Гріна

## 6.1. Загальне

Середнє $$\langle AB\rangle = \frac{\operatorname{Sp} AB \exp(-\beta H + \alpha N_{\text{оп}})}{\Xi}$$

Кореляційні функції $\langle A(t)\, B(t')\rangle \quad \langle B(t')\, A(t)\rangle$

Запізніла та випереджуюча функції Гріна

$$\langle\langle A(t);\, B(t')\rangle\rangle_a^r = \mp \frac{i}{\hbar}\theta(\pm t \mp t')\langle A(t)\, B(t')\rangle \pm \pm \frac{i\eta}{\hbar}\theta(\pm t \mp t')\langle B(t')\, A(t)\rangle;$$

$$A(t) = \exp\left[\frac{i(H - \mu N_{\text{оп}})\, t}{\hbar}\right]$$

# 6. Метод функцій Гріна

## 6.2. Властивості $t - t'$.

$$F_{BA} = \langle B(t')\, A(t)\rangle, \quad F_{AB} = \langle A(t)\, B(t')\rangle$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle\langle A(t); B(t')\rangle\rangle = \delta(t - t')\langle AB - \eta BA\rangle +$$

$$+ \langle\langle [A, H - \mu N_{\text{оп}}]_{-}(t); B(t')\rangle\rangle.$$

# 6. Метод функцій Гріна

## 6.3. Фур'є перетворення

$$\langle\langle A;\ B\rangle\rangle_E = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\langle\langle A(t);\ B(t')\rangle\rangle \exp\frac{iE(t-t')}{\hbar}\,d(t-t'),$$

$$\langle\langle A(t);\ B(t')\rangle\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty}\langle\langle A;\ B\rangle\rangle_E \exp\left[-\frac{iE(t-t')}{\hbar}\right] d\left(\frac{E}{\hbar}\right)$$

$$E\,\langle\langle A,\ B\rangle\rangle_E = \frac{1}{2\pi}\langle AB-\eta BA\rangle + \langle\langle [A,\ H-\mu N_{\text{оп}}]_-;\ B\rangle\rangle_E.$$

# 6. Метод функцій Гріна

## 6.4. Фур'є перетворення

$$F_{BA}(t, t') = \int_{-\infty}^{+\infty} J(\omega)\, e^{-i\omega(t-t')}\, d\omega;$$

$$J'(\omega) = J(\omega) \exp(\beta\hbar\omega)$$

$$G(E) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [\exp(\beta\hbar\omega) - \eta]\, J(\omega)\, \frac{d\omega}{E - \hbar\omega}$$

$$J(\omega) = \frac{i}{\exp(\beta\hbar\omega) - \eta} \lim_{\varepsilon \to +0} [G(\omega + i\varepsilon) - G(\omega - i\varepsilon)].$$

# 6. Метод функцій Гріна

## 6.5. Оператори.Замкнена система

Одночастинковий

Двочастинкови6

$$\Omega = \sum_i \Omega_i^{(1)} + \frac{1}{2} \sum_{i,\, j} \Omega_{ij}^{(2)}$$

$$\Omega = \int di\, di' \,\langle i \,|\, \Omega^{(1)} \,|\, i' \rangle\, a^+(i)\, a(i') + $$

$$+ \frac{1}{2} \int di\, dj\, di'\, dj' \,\langle ij \,|\, \Omega^{(2)} \,|\, i' j' \rangle\, a^+(i)\, a^+(j)\, a(j')\, a(i').$$

$$\Omega_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + U(r), \quad \Omega_{ij} = V(r_{ij}),$$

$$\Omega = \sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{v} \sum_{\mathbf{k},\, \mathbf{q}} U(\mathbf{q})\, a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + \frac{1}{2v} \sum_{\mathbf{k},\, \mathbf{k}',\, \mathbf{q}} V(\mathbf{q})\, a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}'}^+ a_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}} a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}},$$

$$U(\mathbf{q}) = \int d^3\mathbf{r} \exp[-i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})]\, U(r), \quad V(\mathbf{q}) = \int d^3\mathbf{r} \exp[-i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})]\, V(r).$$

# 6. Метод функцій Гріна

## 6.6. Оператори

Задача $\Omega^{(2)} = 0,$

Довести

$$\langle n_k \rangle = \langle a_k^+ a_k \rangle = \frac{1}{\exp[\beta(\varepsilon_k - \mu)] - \eta}$$

$$H - \mu N_{\text{оп}} = \sum_n (\varepsilon_n - \mu) a_n^+ a_n$$