



Інститут ядерних досліджень НАНУ

# ФІЗИКА НЕІДЕАЛЬНОЇ ПЛАЗМИ

**Лекція #4**

Модуль #1

Класична неідеальна плазма

## 4.1. Ієрархія ББГКІ

### 4.1.1. Рівняння Ліувілля

$$\int_V \frac{d\mathbf{r}_1, \dots, d\mathbf{r}_N}{V^N} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{(N)}(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i, t) \frac{d\mathbf{p}_1, \dots, d\mathbf{p}_N}{p^{3N}} = \\ = \frac{1}{V^N} \int_V \tilde{G}_{(N)}(\mathbf{r}_i, t) d\mathbf{r}_1, \dots, d\mathbf{r}_N = 1,$$

$$\int_V \frac{d\mathbf{r}_1, \dots, d\mathbf{r}_N}{V^N} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dG_{(N)}(\mathbf{x}_i(t); t)}{dt} \frac{d\mathbf{p}_1, \dots, d\mathbf{p}_N}{p^{3N}} = 0.$$

$$\frac{dG_{(N)}}{dt} = \frac{\partial G_{(N)}}{\partial t} + \text{div} [X_{(N)} G_{(N)}] = 0.$$

## 4.1. Ієрархія ББГКІ

### 4.1.1. Рівняння Ліувілля

$$\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t} = -\frac{\partial H_{(N)}}{\partial \mathbf{p}_i}; \quad \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial t} = \frac{\partial H_{(N)}}{\partial \mathbf{r}_i},$$

$$\frac{\partial G_{(N)}}{\partial t} = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial H_{(N)}}{\partial \mathbf{r}_i} \frac{\partial G_{(N)}}{\partial \mathbf{p}_i} - \frac{\partial H_{(N)}}{\partial \mathbf{p}_i} \frac{\partial G_{(N)}}{\partial \mathbf{r}_i} \right\}.$$

## 4.1. Ієрархія ББГКІ

### 4.1.2. Закони збереження

$$\int_V \rho \tilde{G}_{(1)}(\mathbf{r}_1, t) d\mathbf{r}_1 = \rho V = N = \text{const}.$$

$$E_{(N)} = \int_V \frac{d\mathbf{r}_1, \dots, d\mathbf{r}_N}{V^N} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{p}_1, \dots, d\mathbf{p}_N}{p^{3N}} H_{(N)} G_{(N)}.$$

$$\frac{dE_{(N)}}{dt} = 0; \quad E_{(N)}(t) = \text{const},$$

## 4.1. Ієрархія ББГКІ

### 4.1.2. Закони збереження

$$G_{(N)} = \exp(W_{(N)})$$

$$\frac{\partial W_{(N)}}{\partial t} = -\operatorname{div} [X_{(N)} W_{(N)}].$$

$$S_{(N)} = -k_B \int W_{(N)} G_{(N)} \frac{dr_1, \dots, dr_N}{V^N} \frac{dp_1, \dots, dp_N}{p^{3N}}$$

$$\frac{dS_{(N)}}{dt} = 0; \quad S_{(N)}(t) = S_0 = \text{const.}$$

$$\theta = k_B T$$

## 4.1. Ієрархія ББГКІ

### 4.1.3. Закони збереження для замкненої ізольованої системи

Зберігаються маса, енергія та ентропія

$$N, \quad E_{(N)}, \quad S_{(N)}$$

Імпульс та момент імпульса не зберігаються

$$P_{(N)}, \quad M_{(N)}$$

## 4.1. Ієрархія ББГКІ

### 4.1.4. Термодинамічна границя $G_{(N)} \rightarrow \infty$

$$\frac{\partial G_{(N)}}{\partial t} = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial H_{(N)}}{\partial \mathbf{r}_i} \frac{\partial G_{(N)}}{\partial \mathbf{p}_i} - \frac{\partial H_{(N)}}{\partial \mathbf{p}_i} \frac{\partial G_{(N)}}{\partial \mathbf{r}_i} \right\}.$$

$$G_{(l)} = \int_V \frac{d\mathbf{r}_{l+1}}{V} \int G_{(l+1)} \frac{d\mathbf{p}}{P^3}.$$

Нескінченний ланцюжок  $G_{(l)}, 1 \leq l \leq \infty$

$$\frac{\partial G_{(l)}}{\partial t} = \sum_{i=1}^l \left\{ -\frac{\mathbf{p}_i}{m} \frac{\partial G_{(l)}}{\partial \mathbf{r}_i} + \frac{dU_{(l)}}{d\mathbf{r}_i} \frac{\partial G_{(l)}}{\partial \mathbf{p}_i} + \frac{\rho}{P^3} \int_V d\mathbf{r}_{l+1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Phi_{i,l+1}}{d\mathbf{r}_i} \frac{\partial G_{(l+1)}}{\partial \mathbf{p}_i} d\mathbf{p}_{l+1} \right\},$$

$$U_{(l)} = \sum_{i=1}^l \Phi_i + \sum_{1 \leq i < j \leq l} \Phi_{ij}$$

## 4.1. Ієрархія ББГКІ

### 4.1.5. Граничні та початкові умови

$$G_{(1)}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = G_{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)_{t=0}$$

$$G_{(l)} = 0 \quad \text{при} \quad p_i = \pm\infty.$$



## 4.1. Ієрархія ББГКІ

### 4.1.6. Макроскопічні параметри

$\rho(\mathbf{q}, t)$ ,  $v(\mathbf{q}, t)$  и  $\theta(\mathbf{q}, t)$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho \int_V G_{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \frac{d\mathbf{p}}{P^3},$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) v(\mathbf{r}, t) = \rho_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathbf{p}}{m} G_{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \frac{d\mathbf{p}}{P^3},$$

$$\frac{3}{2} \rho(\mathbf{r}, t) \theta(\mathbf{r}, t) = \rho_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[\mathbf{p} - m\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)]^2}{2m} G_{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \frac{d\mathbf{p}}{P^3}.$$